

गणित

अध्याय-9: बीजीय व्यंजक एवं सर्वसमिकाएँ



व्यंजक

बीजीय व्यंजक • चरों और अचरों के गुणनफल से पद बनते हैं, जैसे $-3xy$, xyz , $5x$, इत्यादि। व्यंजकों को बनाने के लिए पदों को जोड़ा जाता है, जैसे $-2xay + 5x$ । ... समान पद समान-चरों से बनते हैं तथा इन चरों की घातें भी समान होती हैं।

अर्थात् व्यंजक में पदों की भी घात होती है। उदाहरणार्थ:- बीजीय व्यंजक $4x^2+3x+1$ में व्यंजक की उच्चतम घात 2 है, जबकि पदों $4x^2$, $3x$, 1 की घात क्रमशः 2, 1 तथा 0 है। एकपदीय:- जिन व्यंजकों में एक पद होता है उन्हें एकपदीय व्यंजक कहते हैं। द्विपदीय:- जिन व्यंजकों में 2 पद होते हैं उन्हें द्विपद या द्विपदीय व्यंजक कहते हैं।

एकपदी, द्विपद एवं बहुपद:-

जिस व्यंजक में केवल एक पद होता है उसे एकपदी कहते हैं। दो पदों वाला व्यंजक द्विपद कहलाता है। तीन पदों वाले व्यंजक को त्रिपद कहते हैं और इसी प्रकार अन्य। व्यापकतः एक अथवा अधिक पदों वाला व्यंजक जिसके गुणांक शून्येतर हों और जिसके चरों की घात ऋणेतर पूर्णांक हों, बहुपद कहलाता है।

समान एवं असमान पद:-

समान पद वे व्यंजक जिनमें ठीक एक, दो और तीन पद हों क्रमशः एकपदी, द्विपदी और त्रिपद कहलाते हैं। व्यापक रूप में, एक या अधिक पदों वाला कोई भी व्यंजक जिसमें चर के घातांक केवल ऋणेतर पूर्णांक हों, एक बहुपद कहलाता है। समान पद समान-चरों से बनते हैं तथा इन चरों की घातें भी समान होती हैं।

असमान पद यदि कोई वस्तु समान समय अंतराल में समान दूरी तय करे तो उसकी गति को एक समान गति कहते हैं।
 यदि कोई वस्तु समान समय अंतराल में असमान दूरी तय करे तो इसे असमान कहते हैं।

एकपदी को एकपदी से गुणा करना:-

एक एकपदी को अन्य एकपदी से गुणा करने पर सदैव एक एकपदी प्राप्त होता है। और वितरण गुण $a(b + c)$ गुणा = $ab + ac$ का प्रयोग करते हैं। और फिर वितरण गुण का प्रयोग किया जाता इकाई - 7• एक सर्वसमिका वह समिका है जो अपने सभी चरों के मानों के लिए सत्य होती है।

सर्वसमिका क्या है?

सर्वसमिका ऐसी समता (equality) को कहते हैं जो उसमें निहित (आये हुए) सभी चरों के सभी मानों के लिये सत्य हो। (जबकि, किसी समीकरण के दोनो पक्षों का मान चर राशि के केवल कुछ विशेष मानों के लिये ही समान होता है।)

सर्वसमिका 8 प्रकार के होते हैं

- उभयनिष्ठ गुणक $c(a + b) = ca + cb$.
- द्विपद का वर्ग $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \dots$
- दो पदों के योग एवं अन्तर का गुणनफल (वर्गान्तर सूत्र) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- अन्यान्य सर्वसमिकाएँ (घनों का योग व अंतर) ...
- द्विपद का घन ...
- बहुपद का वर्ग ...
- दो द्विपदों का गुणन जिनमें एक समान पद हो ...
- गाउस (Gauss) की सर्वसमिका

बीजीय व्यंजक

बीजीय व्यंजक:- कोई चर या अचर संख्या अथवा इनका मौलिक गणितीय संक्रियाओं के चिन्हों (+, -, ×, ÷ आदि) से युक्त संख्याओं का समूह, बीजीय व्यंजक कहलाता है। उदाहरणार्थ:- $x + y, 2x - 5y$

व्यंजकों के पद या पद:- किसी आंकिक संख्या या अक्षर संख्या या इनके गुणनफल या भागफल को पद कहते हैं।

उदाहरणार्थ:- $3x - 2y$ में उपस्थित पदों की संख्या = 2 (प्रथम= $3x$, द्वितीय= $-2y$)

पद के गुणांक:- किसी बीजीय व्यंजक के पद को गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखते हैं इनमें से एक गुणनखंड संख्यात्मक हो सकता है तथा अन्य बीजीय हो सकते हैं।

उदाहरणार्थ:- $4x^3$ में 4 संख्यात्मक गुणांक है तथा x^3 बीजीय गुणनखंड है।

संख्यात्मक गुणांक:- किसी पद में संख्याओं या अंकीय गुणनखंड को, संख्यात्मक गुणांक कहते हैं

उदाहरणार्थ:- $5x^2y$ में 5 एक संख्यात्मक गुणांक है।

बीजीय गुणांक:- किसी पद में संख्याओं या अंकीय गुणनखंड को छोड़कर शेष बीजीय गुणनखंड को, बीजीय गुणांक कहते हैं

उदाहरणार्थ:- $7x^3y^2z$ में x^3y^2z बीजीय गुणांक है।

पद

समान या सजातीय पद:- जिन पदों के बीजीय गुणनखंड तथा अक्षर संख्याओं के घातांक आपस में समान होते हैं, उन्हें समान या सजातीय पद कहते हैं। जबकि उनके संख्यात्मक गुणांक अलग-अलग हो सकते हैं।

उदाहरणार्थ:- $3x^2y - 5z + x^2y - 1$ में $3x^2y$ और x^2y सजातीय पद है।

महत्वपूर्ण बिंदु:- सजातीय पदों को आपस में जोड़कर सरल किया जा सकता है।

असमान या विजातीय पद:- जिन पदों के बीजीय गुणनखंड आपस में समान नहीं होते हैं, उन्हें असमान या विजातीय पद कहते हैं।

उदाहरणार्थ:- $x^3 + 3y^2 - z$ में तीनों ही पद असमान है।

महत्वपूर्ण बिंदु:- 1. असमान या विजातीय पदों को जोड़कर सरल नहीं किया जा सकता है।

2. समान पद और असमान पद को जानने के लिए गुणांकों पर ध्यान ना देकर केवल पद के बीजीय भाग पर ध्यान केंद्रित करते हैं।

व्यंजकों की घात

व्यंजकों की घात: किसी भी व्यंजक की घात एक ऋणोत्तर पूर्णांक होती है। साथ ही साथ व्यंजक की घात उस व्यंजक में प्रयुक्त चर की उच्चतम घात होती है। अर्थात् व्यंजक में पदों की भी घात होती है।

उदाहरणार्थ:- बीजीय व्यंजक $4x^2+3x+1$ में व्यंजक की उच्चतम घात 2 है, जबकि पदों $4x^2$, $3x$, 1 की घात क्रमशः 2, 1 तथा 0 है।

एकपदीय:- जिन व्यंजकों में एक पद होता है उन्हें एकपदीय व्यंजक कहते हैं।

उदाहरणार्थ:- $4x^3y$

द्विपदीय:- जिन व्यंजकों में 2 पद होते हैं उन्हें द्विपद या द्विपदीय व्यंजक कहते हैं।

उदाहरणार्थ:- $2x^2y + yz$

त्रिपदीय:- जिन व्यंजकों में 3 पद होते हैं, उन्हें त्रिपद व्यंजक कहते हैं।

उदाहरणार्थ:- $3x^3 - 5y^2 + z$

बहुपद:- जिन व्यंजकों में दो या दो से अधिक पद होते हैं, उन्हें बहुपद कहते हैं।

उदाहरणार्थ:- $x^3 - 6y^2 + 3z + 4$

महत्वपूर्ण बिंदु:- द्विपद तथा त्रिपद व्यंजक भी विशेष प्रकार के बहुपद व्यंजक हैं।

बीजगणितीय व्यंजकों का जोड़-घटाना:- हम सभी जानते हैं कि केवल सजातीय पदों को जोड़ा या घटाया जा सकता है।

बीजगणितीय व्यंजकों को जोड़ने या घटाने के लिए निम्नलिखित दो विधियां प्रयोग में लाई जाती हैं-

1. पंक्ति विधि
2. स्तंभ विधि

पंक्ति विधि:- इस विधि में, दिए हुए व्यंजकों को एक पंक्ति में लिखा जाता है, तत्पश्चात सजातीय पदों को साथ-साथ लिखकर चिन्ह सहित जोड़ या घटा दिया जाता है जोड़ने या घटाने की इस विधि को, पंक्ति विधि कहते हैं।

पंक्ति विधि को क्षैतिज विधि भी कहा जाता है।

उदाहरणार्थ:- $8x^2y + 3z^2 - 5yz + 7$ में से $-2x^2y + 6z^2 - 3yz + 1$ को घटाइए।

हल:- $(8x^2y + 3z^2 - 5yz + 7) - (-2x^2y + 6z^2 - 3yz + 1)$

$$= 8x^2y + 3z^2 - 5yz + 7 + 2x^2y - 6z^2 + 3yz - 1$$

$$= 8x^2y + 2x^2y + 3z^2 - 6z^2 - 5yz + 3yz + 7 - 1$$

$$= 6x^2y - 3z^2 - 2yz + 6$$

स्तंभ विधि:- इस विधि में, दिए हुए व्यंजकों को इस प्रकार लिखा जाता है कि सजातीय पद चिन्हों के साथ-साथ एक दूसरे के ठीक नीचे हों, तत्पश्चात उन्हें चिन्ह सहित जोड़ या घटा लिया जाता है, इस विधि को स्तम्भ विधि कहते हैं।

उदाहरणार्थ:- $2x^2 + 4y^2 - 7xy$ में से $-x^2 + 3y^2 + xy$ को जोड़िए।

हल:- $2x^2 + 4y^2 - 7xy$

$$-x^2 + 3y^2 + xy$$

+ _____

$$x^2 + 7y^2 - 6xy$$

बीजगणितीय व्यंजकों का जोड़: दो या दो से अधिक समान पदों का योग एक समान पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक सभी समान पदों के गुणांकों के योग के बराबर होता है।

उदाहरणार्थ:- $11xy + 3xy = (11+3)xy = 14xy$

बीजगणितीय व्यंजकों का घटाना:- दो या दो से अधिक समान पदों का अंतर भी एक समान पद होता है, जिसका संख्यात्मक गुणांक सभी समान पदों के गुणांकों के अंतर के बराबर होता है।

उदाहरणार्थ:- $8xy - 5xy = (8-5)xy = 3xy$

कोष्ठकों का प्रयोग (Uses of Brackets)

कोष्ठकों का प्रयोग:- जब किसी कथन में कई घटना क्रम मिलकर एक संयुक्त घटना बनाते हैं तो इस प्रकार के प्रत्येक कथन को एक दूसरे से जोड़ने या समूहबद्ध करने के लिए विभिन्न प्रकार के कोष्ठकों का प्रयोग करते हैं।

प्रायः सर्वप्रथम रेखा कोष्ठक एवं छोटे कोष्ठक (-) को सबसे अंदर, फिर मंझला कोष्ठक { } तथा अंत में बड़ा कोष्ठक [] लगाते हैं।

कोष्ठकों को प्रयोग करने की विधि:-

- कोष्ठक को खोलते समय कोष्ठक के बाहर '+' का चिन्ह हो, तो कोष्ठक के भीतर के पदों के चिन्ह नहीं बदलते हैं।
- यदि कोष्ठक के बाहर ऋण '-' चिह्न हो, तो कोष्ठक खोलने पर उसके पदों के चिन्ह बदल दिए जाते हैं।
- यदि किसी व्यंजक में एक से अधिक कोष्ठकों का प्रयोग हुआ हो, तो हम सबसे भीतर वाले कोष्ठक को पहले खोलते हैं और उसके भीतर के पदों को सरल कर लेते हैं। यही क्रिया सभी कोष्ठकों को हटाने तक करते रहते हैं।
- दो या दो से अधिक कोष्ठकों के बीच यदि कोई चिन्ह न हो, तो वहां गुणा का चिन्ह मानते हैं।

Example:

प्रश्न 1. निम्नलिखित व्यंजकों में से प्रत्येक के पदों एवं गुणांकों को पहचानिए

- (i) $5xyz^2 - 3zy$ (ii) $1 + x + x^2$ (iii) $4x^2y^2 - 4x^2y^2z^2 + z^2$
- (iv) $3 - pq + qr - rp$ (v) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - xy$
- (vi) $0.3a - 0.6ab + 0.5b$

हल :

	व्यंजक	पद	गुणांक
(i)	$5xyz^2 - 3zy$	$5xyz^2$ $- 3zy$	5 - 3
(ii)	$1 + x + x^2$	1 x x^2	1 1 1
(iii)	$4x^2y^2z^2 + z^2$	$4x^2y^2z^2$ $- 4x^2y^2z^2$	4 - 4 1
(iv)	$3 - pq + qr - rp$	3 - pq qr - rp	3 - 1 1 - 1
(v)	$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - xy$	$\frac{x}{2}$ $\frac{y}{2}$ $- xy$	$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ - 1
(vi)	$0.3a - 0.6ab + 0.5b$	0.3a - 0.6 ab 0.5b	0.3 - 0.6 0.5

प्रश्न 2. निम्नलिखित बहुपदों को एकपदी, द्विपद एवं त्रिपद के रूप में वर्गीकृत कीजिए। कौन-सा बहुपद इन तीन श्रेणियों में से किसी में भी नहीं है?

- $x + y, 1000, x + x^2 + x^3 + x^4, 7 + y + 5x, 2y - 3y^2, 2y - 3y^2 + 4y^3, 5x - 4y + 3xy, 4z - 15z^2,$
- $ab + bc + cd + da, pqr, p^2q + pq^2, 2p + 2q$

हल : दिए गए बहुपदों के अनुसार -

- (i) एकपदी - 1000, pqr
- (ii) द्विपदी - x + y, 2y - 3y², 4z - 15z², p²q + pg², 2p + 2q
- (iii) त्रिपदी - 7 + y + 5x, 2y - 3y² + 4y³, 5x - 4y + 3ry
- (iv) वे बहुपद जो उपरोक्त श्रेणियों में नहीं आते हैं - x + x² + x³ + x⁴ ab + bc + cd + da

प्रश्न 3. निम्नलिखित का योग ज्ञात कीजिए

- (i) ab - bc, bc - ca, ca - ab
- (ii) a - b + ab, b - c + bc, c - a + ac
- (iii) 2p²q² - 3pq + 4, 5 + 7pq - 3p²q²
- (iv) l² + m², m² + n², n² + l², 21m + 2mn + 2nl

हल : दिए गए व्यंजकों के समान पदों को एक-दूसरे के नीचे लिखकर हम योग ज्ञात करेंगे

(i)

$$\begin{array}{r}
 ab - bc, bc - ca, ca - ab \\
 ab - bc \\
 + bc - ca \\
 - ab + ca \\
 \hline
 0 + 0 + 0
 \end{array}$$

अतः योगफल = 0 उत्तर

(ii)

$$\begin{array}{r}
 a - b + ab, b - c + bc, c - a + ac \\
 a - b - ab \\
 + b - c + bc \\
 - a + c + ac \\
 \hline
 0 + 0 + ab + 0 + bc + ac
 \end{array}$$

अतः योगफल = ab + bc + ac उत्तर

(iii)

$$2p^2q^2 - 3pq + 4, 5 + 7pq - 3p^2q^2$$

$$\begin{array}{r} 2p^2q^2 - 3pq + 4 \\ -3p^2q^2 + 7pq + 5 \end{array}$$

$$\boxed{-p^2q^2 + 4pq + 9}$$

अतः योगफल = $-p^2q^2 + 4pq + 9$ उत्तर

(iv)

$$l^2 + m^2, m^2 + n^2, n^2 + l^2, 2lm + 2mn + 2nl$$

$$\begin{array}{r} l^2 + m^2 \\ + \quad m^2 + n^2 \\ + l^2 \quad + n^2 \\ + \quad \quad \quad 2lm + 2mn + 2nl \\ \hline 2l^2 + 2m^2 + 2n^2 + 2lm + 2mn + 2nl \end{array}$$

अतः योगफल = $2l^2 + 2m^2 + 2n^2 + 2lm + 2mm + 2nl$

= $2(l^2 + m^2 + n^2 + lm + mm + nl)$ उत्तर

प्रश्न 4. (a) $12a - 9ab + 5b - 3$ में से $4a - 7ab + 3b + 12$ को घटाइए।

(b) $5xy - 2yz - 2zx + 10xyz$ में से $3xy + 5yz - 7zx$ को घटाइए।

(c) $18 - 3p - 11q + 5pq - 2pg^2 + 5p^2q$ में से $4p^2q - 3pg + 5pq^2 - 8p + 7q - 10$ को घटाइए।

हल : घटाने के लिए दिए गए व्यंजकों के समान पदों को एक-दूसरे के नीचे लिखा जाएगा -

(a)

$$12a - 9ab + 5b - 3$$

$$4a - 7ab + 3b + 12$$

$$- + - -$$

$$\text{उत्तर. } 8a - 2ab + 2b - 15$$

(b)

$$5xy - 2yz - 2zx + 10xyz$$

$$3xy + 5yz - 7zx$$

$$- - +$$

$$\text{उत्तर. } 2ry - 7yz + 5zx + 10xyz$$

(c)

$$18 - 3p - 11q + 5pq - 2pg^2 + 5p^2q$$

$$-10 - 8p + 7q - 3pq + 5pq^2 + 4p^2q$$

$$+ + - + - -$$

$$28 + 5p - 18q + 8pq - 7pq^2 + p^2q$$

$$\text{उत्तर. } p^2q - 7pq^2 + 8pq - 18q + 5p + 28$$

एकपदी युग्मों का गुणनफल

$$(i) 4, 7p \quad (ii) - 4p, 7p \quad (iii) - 4p, 7pq \quad (iv) 4p^3, - 3p \quad (v) 4p, 0$$

$$\text{हल : } (i) 4 \times 7p = (4 \times 7) \times p = 28p \text{ उत्तर}$$

$$(ii) -4p \times 7p = (-4 \times 7) \times (p \times p) = -28p^{1+1}$$

$$= -28p^2 \text{ उत्तर}$$

$$(iii) -4p \times 7pq = (-4 \times 7) \times (p \times p \times q) = -28p^{1+1}q$$

$$= -28p^2q \text{ उत्तर}$$

$$(iv) 4p^3 \times (-3p) = [4 \times (-3)] \times [p^3 \times p] = -12p^{3+1}$$

$$= -12p^4 \text{ उत्तर}$$

$$(v) 4p \times 0 = (4 \times 0) \times p = 0 \times p$$

$$= 0 \text{ उत्तर}$$

प्रश्न 2.

. निम्नलिखित एकपदी युग्मों के रूप में लंबाई एवं चौड़ाई रखने वाले आयतों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए (p,g); (10m, 5n);
(20x², 5y²); (4x, 3x²); (3mn, 4np)

हल : हम जानते हैं कि आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई

दिए गए पदों के पहले पद को लंबाई तथा दूसरे पद को चौड़ाई मानते हुए हम आयतों का क्षेत्रफल पदों के गुणनफल द्वारा ज्ञात करेंगे।

(i) p और भुजाओं वाले आयत का क्षेत्रफल = $p \times q$
= pq उत्तर

(ii) $10m$ और $5n$ भुजाओं वाले आयत का क्षेत्रफल = $10m \times 5n$
= $(10 \times 5) \times (m \times n)$
= $50 mn$ उत्तर

(iii) $20x^2$ और $5y^2$ भुजाओं वाले आयत का क्षेत्रफल = $20x^2 \times 5y^2$
= $(20 \times 5) \times (x^2 \times y^2)$
= $100 x^2y^2$ उत्तर

(iv) $4x$ और $3x^2$ भुजाओं वाले आयत का क्षेत्रफल = $4x \times 3x^2$
= $(4 \times 3) \times (x \times x^2)$
= $12 x^3$ उत्तर

(v) $3mm$ और $4np$ भुजाओं वाले आयत का क्षेत्रफल = $3mm \times 4np$
= $(3 \times 4) \times (m \times n \times n \times p)$
= $12 mn^2p$ उत्तर

प्रश्न 3. गुणनफलों की सारणी को पूरा कीजिए –

प्रथम एकपदी → द्वितीय एकपदी ↓	$2x$	$-5y$	$3x^2$	$-4xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
$2x$	$4x^2$
$-5y$	$-15x^2y$
$3x^2$
$-4xy$
$7x^2y$
$-9x^2y^2$

हल :

प्रथम एकपदी → द्वितीय एकपदी ↓	$2x$	$-5y$	$3x^2$	$-4xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
$2x$	$4x^2$	$-10xy$	$6x^3$	$-8x^2y$	$-14x^3y$	$-18x^3y^2$
$-5y$	$-10xy$	$25y^2$	$-15x^2y$	$20xy^2$	$-35x^2y^2$	$45x^2y^2$
$3x^2$	$6x^3$	$-15x^2y$	$9x^4$	$-12x^3y$	$21x^4y$	$-27x^4y^2$
$-4xy$	$-8x^2y$	$20xy^2$	$-12x^3y$	$16x^2y^2$	$-28x^3y^2$	$36x^3y^3$
$7x^2y$	$14x^3y$	$-35x^2y^2$	$21x^4y$	$-28x^3y^2$	$49x^4y^2$	$-63x^4y^3$
$-9x^2y^2$	$-18x^3y^2$	$45x^2y^3$	$-27x^2y^3$	$36x^3y^3$	$-63x^4y^3$	$81x^4y^4$

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 9.1 (पृष्ठ संख्या 148)

प्रश्न 1 निम्नलिखित व्यंजनों में से प्रत्येक के पदों एवं गुणांकों को पहचानिए:

- (i) $5xyz^2 - 3zy$
- (ii) $1 + x + x^2$
- (iii) $4x^2y^2 - 4x^2y^2z^2 + z^2$
- (iv) $3 - pq + qr - rp$
- (v) $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} - xy$
- (vi) $0.3a - 0.6ab + 0.5b$

उत्तर-

- (i) दो पद = $5xyz$ तथा $-3zy$
गुणांक का मान = 5 तथा 3
- (ii) तीन पद = 1, x तथा x^2
गुणांक का मान = 1, 1 तथा 1
- (iii) तीन पद = $4x^2y^2$, $-4x^2y^2z^2$ तथा z^2
गुणांक का मान = 4, -4 तथा 1
- (iv) चार पद = 3, $-pq$, qr तथा $-rp$
गुणांक का मान = 3, -1, 1 तथा -1
- (v)

$$\text{तीन पद} = \frac{x}{2}, \frac{y}{2} \text{ तथा } -xy$$

$$\text{गुणांक का मान} = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \text{ और } -1$$

$$(vi) \text{ पद} = 0.3a, -0.6ab \text{ तथा } 0.5b$$

$$\text{गुणांक का मान} = 0.3, -0.6 \text{ तथा } 0.5$$

प्रश्न 2 निम्नलिखित बहुपदों को एकपदी, द्विपद एवं $x + y$, 1000 , $x + x^2 + x^3 + x^4$, $7 + y + 5x$, $2y - x + y$, $ab + bc + cd + da$, pqr , $p^2q + pq^2$, $2p + 2q$

उत्तर- $x + y$, $x + y$, द्विपद है क्योंकि इसमें 2 पद विद्यमान हैं। 1000 , एकपदी क्योंकि इसमें एक पद विद्यमान है। $x + x^2 + x^3 + x^4$, इसमें से किसी भी श्रेणी का नहीं है।

$7 + y + 5x$, त्रिपद है क्योंकि इसमें 3 पद विद्यमान हैं।

$2y - 3y^2$, द्विपद है क्योंकि इसमें 2 पद विद्यमान हैं।

$2y - 3y^2 + 4y^3$, त्रिपद है क्योंकि इसमें 3 पद विद्यमान हैं।

$5x - 4y + 3xy$, त्रिपद है क्योंकि इसमें 3 पद विद्यमान हैं।

$4z - 15z^2$, द्विपद है क्योंकि इसमें 2 पद विद्यमान हैं।

$(ab + bc + cd + da)$, इसमें से किसी भी श्रेणी का नहीं है।

pqr , एकपदी क्योंकि इसमें एक पद विद्यमान है।

$p^2q + pq^2$, द्विपद है क्योंकि इसमें 2 पद विद्यमान हैं।

$2p + 2q$ द्विपद है क्योंकि इसमें 2 पद विद्यमान हैं।

प्रश्न 3 निम्नलिखित का योग ज्ञात कीजिए:

- (i) $ab - bc, bc - ca, ca - ab$
 (ii) $a - b + ab, b - c + bc, c - a + ac$
 (iii) $2p^2q^2 - 3pq + 4, 5 + 7pq - 3p^2q^2$
 (iv) $l^2 + m^2, m^2 + n^2, n^2 + l^2,$
 $2lm + 2mn + 2nl$

उत्तर-

i. प्रश्नानुसार तीनों को जोड़ने पर

$$ab - bc + bc - ca + ca - ab = ab - ab - bc + bc - ca + ca = 0$$

ii. प्रश्नानुसार तीनों को जोड़ने पर

$$= ab + bc + ac$$

iii. प्रश्नानुसार दोनों को जोड़ने पर

$$2p^2q^2 - 3pq + 4 + 5 + 7pq - 3p^2q^2 = 2p^2q^2 - 3p^2q^2 - 3pq$$

$$= -p^2q^2 + 4pq + 9$$

iv. प्रश्नानुसार सभी को जोड़ने पर

$$l^2 + m^2 + m^2 + n^2 + n^2 + l^2 + 2lm + 2mn + 2nl$$

$$= l^2 + l^2 + m^2 + m^2 + n^2 + n^2 + 2lm + 2mn + 2nl$$

$$= 2l^2 + 2m^2 + 2n^2 + 2lm + 2mn + 2nl$$

$$= 2(l^2 + m^2 + n^2 + lm + mn + nl)$$

प्रश्न 4

- (a) $12a - 9ab + 5b - 3$ में से $4a - 7ab + 3b + 12$ को घटाइए।
 (b) $5xy - 2yz - 2zx + 10xyz$ में से $3xy + 5yz - 7zx$ को घटाइए।
 (c) $18 - 3p - 11q + 5pq - 2pq^2 + 5p^2q$ में से $4p^2q - 3pq + 5pq^2 - 8p + 7q - 10$ को घटाइए।

उत्तर-

(a) प्रश्नानुसार दोनों को आपस में घटाने पर

$$\begin{aligned} & (12a - 9ab + 5b - 3) - (4a - 7ab + 3b + 12) \\ &= 12a - 9ab + 5b - 3 - 4a + 7ab - 3b - 12 \\ &= 12a - 4a - 9ab + 7ab + 5b - 3b - 3 - 12 \\ &= 8a - 2ab + 2b - 15 \end{aligned}$$

(b) प्रश्नानुसार दोनों को आपस में घटाने पर

$$\begin{aligned} & (5xy - 2yz - 2zx + 10xyz) - (3xy + 5yz - 7zx) \\ &= 5xy - 2yz - 2zx + 10xyz - 3xy - 5yz + 7zx \\ &= 5xy - 3xy - 2yz - 5yz - 2zx + 7zx + 10xyz \\ &= 2xy - 7yz + 5zx + 10xyz \end{aligned}$$

(c) प्रश्नानुसार दोनों की आपस में घटाने पर

$$\begin{aligned} & (18 - 3p - 11q + 5pq - 2pq^2 + 5p^2q) - (4p^2q - 3pq + 5pq^2 - 8p + 7q - 10) \\ &= 18 - 3p - 11q + 5pq - 2pq^2 + 5p^2q - 4p^2q + 3pq - 5pq^2 + 8p - 7q + 10 \\ &= P^2q + 5p - 18q + 8pq - 7pq^2 + 28 \end{aligned}$$

प्रश्नावली 9.2 (पृष्ठ संख्या 151-152)

प्रश्न 1 निम्नलिखित एकपदी युग्मों का गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(i) $4, 7p$

(ii) $-4p, 7p$

(iii) $-4p, 7pq$

(iv) $4p^3, -3p$

(v) $4p, 0$

उत्तर-

(i) दोनों का गुणनफल = $4 \times 7p = 28p$

- (ii) दोनों का गुणनफल = $-4p \times 7p = -28P^2$
 (iii) दोनों का गुणनफल = $-4p \times 7pq = -28P^2q$
 (iv) दोनों का गुणनफल = $4p^3 \times -3p = -12p^4$
 (v) दोनों का गुणनफल = $4p \times 0 = 0$

प्रश्न 2 निम्नलिखित एकपदी युग्मों के रूप में लंबाई एवं चौड़ाई रखने वाले आयतों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए:

- (i) (p,q)
 (ii) (10 m,5n)
 (iii) (4x,3x²)
 (iv) (3mn,4np)

उत्तर-

- (i) लंबाई = p, चौड़ाई = q

हम जानते हैं की आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई
 = $p \times q = pq =$ वर्ग इकाई

- (ii) लंबाई = 10 m, चौड़ाई = 5n

हम जानते हैं की आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = $10m \times 5n = 50mn$ वर्ग इकाई

- (iii) लंबाई = 4x, चौड़ाई = 3x²

हम जानते हैं की आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = $4x(3 \times 2) = 12x^3$ वर्ग इकाई

- (iv) लंबाई = 3mn, चौड़ाई = 4np

हम जानते हैं की आयत का क्षेत्रफल = लंबाई x चौड़ाई = $3mn \times 4np = 12mn^2p$ वर्ग इकाई

प्रश्न 3 गुणनफलों की सारणी को पूरा कीजिए:

प्रथम एकपदी → द्वितीय एकपदी ↓	$2x$	$-5y$	$3x^2$	$-4xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
$2x$	$4x^2$
$-5y$	$-15x^2y$
$3x^2$
$-4xy$
$7x^2y$
$-9x^2y^2$

उत्तर- पूर्ण सारणी-

प्रथम एकपदी → द्वितीय एकपदी	$2x$	$-5y$	$3x^2$	$-4xy$	$7x^2y$	$-9x^2y^2$
$2x$	$4x^2$	$-10xy$	$6x^3$	$-8x^2y$	$14x^3y$	$-18x^3y^2$
$-5y$	$-10xy$	$25y^2$	$-15x^2y$	$20xy^2$	$-35x^2y^2$	$45x^2y^3$
$3x^2$	$6x^3$	$-15x^2y$	$9x^4$	$-12x^3y$	$21x^4y$	$-27x^4y^2$
$-4xy$	$-8x^2y$	$20x^2y$	$-12x^3y$	$16x^2y^2$	$-28x^3y^2$	$36x^3y^3$
$7x^2y$	$14x^3y$	$-35x^2y^2$	$21x^4y$	$-28x^3y$	$49x^4y^2$	$-63x^4y^3$
$-9x^2y^2$	$-18x^3y^2$	$45x^2y^3$	$-27x^4y^2$	$36x^3y^3$	$-63x^4y^3$	$81x^4y^4$

प्रश्न 4 ऐसे आयताकार बक्सों का आयतन ज्ञात कीजिए जिनकी लंबाई, चौड़ाई और ऊंचाई क्रमशः निम्नलिखित हैं:

- (i) $5a, 3a^2, 7a^4$
- (ii) $2p, 4q, 8r$
- (iii) $xy, 2x^2y, 2xy^2$
- (iv) $a, 2b, 3c$

उत्तर-

(i) ∴ आयताकार बॉक्स एक घनाभ होगा।

अतः इसका आयतन = लंबाई चौड़ाई x ऊंचाई

$$= 5a \times 3a^2 \times 7a^4$$

$$= (5 \times 3 \times 7)(a \times a^2 \times a^4)$$

$$= 105a^7 \text{ घन इकाई}$$

(ii) ∴ आयताकार बॉक्स एक घनाभ होगा। अतः इसका आयतन = लंबाई चौड़ाई x ऊंचाई =

$$2p \times 4q \times 8r$$

$$= (2 \times 4 \times 8)(p \times q \times r)$$

$$= 64pqr \text{ घन इकाई}$$

(iii) ∴ आयताकार बॉक्स एक घनाभ होगा। अतः इसका आयतन = लंबाई चौड़ाई x ऊंचाई =

$$xy \times x^2y \times 2xy^2$$

$$= (1 \times 2 \times 2)(xy) \times x^2y \times y^2$$

$$= 4x^4y^4 \text{ घन इकाई}$$

(iv) ∴ आयताकार बॉक्स एक घनाभ होगा। अतः इसका आयतन = लंबाई चौड़ाई x ऊंचाई

$$= a \times 2b \times 3c$$

$$= (1 \times 2 \times 3)(a \times b \times c)$$

$$= 6abc \text{ घन इकाई}$$

प्रश्न 5 निम्नलिखित का गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(i) xy, yz, zx

(ii) $a, -a^2, a^3$

(iii) $2, 4y, 8y^2, 16y^3$

(iv) $a, 2b, 3c, 6abc$ (v) $m, -mn, mnp$

उत्तर-

(i) गुणनफल = $xy \times yz \times zx$
 $= x \times y \times y \times z \times z \times x$
 $= x^2 y^2 z^2$

(ii) गुणनफल = $a \times -a^2 \times a^3 = -a^6$

(iii) गुणनफल = $2 \times 4y \times 8y^2 \times 16y^3$
 $= (2 \times 4 \times 8 \times 16) (y \times y^2 \times y^3)$
 $= 1024y^6$

(iv) गुणनफल = $a \times 2b \times 3c \times 6abc$
 $= (2 \times 3 \times 6)(a \times b \times c \times abc)$
 $= 36a^2 b^2 c^2$

(v) गुणनफल = $m \times (-mn) \times mnp = -m^3 n^2 p$

प्रश्नावली 9.3 (पृष्ठ संख्या 154)

प्रश्न 1 निम्नलिखित युग्मों में प्रत्येक के व्यंजकों का गुणन कीजिए:

(i) $4p, q + r$

(ii) $ab, a - b$

(iii) $a + b, 7a^2b^2$

(iv) $a^2 - 9, 4a$

(v) $pq + qr + rp, 0$

उत्तर-

(i) गुणन करने पर

$$\begin{aligned} & 4p \times (q + r) \\ &= 4p \times q + 4p \times r \\ &= 4pq + 4pr \\ \text{अतः गुणन} &= 4pq + 4pr \end{aligned}$$

(ii) गुणन करने पर

$$\begin{aligned} & ab \times (a - b) \\ &= ab \times a - ab \times b \\ &= a^2b - ab^2 \\ \text{अतः गुणन} &= a^2b - ab^2 \end{aligned}$$

(iii) गुणन करने पर

$$\begin{aligned} & (a + b) \times 7a^2b^2 \\ &= a \times 7a^2b^2 + b \times 7a^2b^2 \\ &= 7a^3b^2 + 7a^2b^3 \\ \text{अतः गुणन} &= 7a^3b^2 + 7a^2b^3 \end{aligned}$$

(iv) गुणन करने पर
 $(a^2 - 9) \times 4a$
 $= a^2 \times 4a - 4a \times 9$
 $= 4a^3 - 36a$
 अतः गुणन = $4a^3 - 36a$

(v) गुणन करने पर
 $(pq + qr + rp) \times 0$
 $= pq \times 0 + qr \times 0 + rp \times 0$
 $= 0 + 0 + 0 = 0$
 अतः गुणन = 0

प्रश्न 2 सारणी को पूरा कीजिए:

	प्रथम व्यंजक	द्वितीय व्यंजक	गुणनफल
(i)	a	$b + c + d$	—
(ii)	$x + y - 5$	$5xy$	—
(iii)	p	$6p^2 - 7p + 5$	—
(iv)	$4p^2q^2$	$p^2 - q^2$	—
(v)	$a + b + c$	abc	—

उत्तर-

प्रथम व्यंजक	द्वितीय व्यंजक	गुणनफल
a	$b+c+d$	$a(b+c+d)=ab+ac+ad$
$x + y - 5$	$5xy$	$5xy(x+y-5)=5x^2y+5xy^2-25xy$
p	$6p^2 - 7p + 5$	$p(6p^2 - 7p + 5)=6p^3 - 7p^2 + 5p$
$4p^2 q^2$	$p^2 - q^2$	$4p^2 q^2(p^2 - q^2)=4p^4 q^2 - 4p^2 q^4$
$a+b+c$	abc	$abc(a+b+c)=a^2bc + ab^2c+ab c^2$

प्रश्न 3 गुणनफल ज्ञात कीजिए:

$$(i) (a^2) \times (2a^{22}) \times (4a^{26})$$

$$(ii) \left(\frac{2}{3}xy\right) \times \left(\frac{-9}{10}x^2y^2\right)$$

$$(iii) \left(-\frac{10}{3}pq^3\right) \times \left(\frac{6}{5}p^3q\right)$$

$$(iv) x \times x^2 \times x^3 \times x^4$$

उत्तर-

(i) गुणनफल

$$\begin{aligned} & (a^2) \times (2a^{22}) \times (4a^{26}) \\ &= (2 \times 4) (a^2 \times a^{22} \times a^{26}) \\ &= 8a^{50} \end{aligned}$$

(ii) गुणनफल

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{3}xy\right) \times \left(\frac{-9}{10}x^2y^2\right) \\ &= \left(\frac{2}{3} \times \frac{-9}{10}\right) (x \times x^2 \times y \times y^2) \\ &= \frac{-3}{5}x^3y^3 \end{aligned}$$

(iii) गुणनफल

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{10}{3}pq^3\right) \left(\frac{6}{5}p^3q\right) \\ &= \left(-\frac{10}{3} \times \frac{6}{5}\right) (p \times p^3 \times q^3 \times q) \\ &= -4p^4q^4 \end{aligned}$$

(iv) गुणनफल

$$\begin{aligned} & x \times x^2 \times x^3 \times x^4 \\ & \times \text{सभी घात जोड़ने पर} \\ &= x^{1+2+3+4} = x^{10} \end{aligned}$$

प्रश्न 4

- i. $3x(4x - 5) + 3$ को सरल कीजिए और (i) $x = 3$ एवं (ii) $x = 12$. के लिए इसका मान ज्ञात कीजिए।
- ii. $a(a^2 + a + 1) + 5a(a^2 + a + 1) + 5$ को सरल कीजिए और (i) $a = 0$, (ii) $a = 1$ एवं (iii) $a = -1$ के लिए इसका मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

(a) दिया गया

$$3x(4x - 5) + 3 = 3x \times 4x - 3x \times 5 + 3$$

इसे हल करने पर

$$12x^2 - 15x + 3$$

(i) उपर्युक्त समीकरण में $x = 3$, रखने पर

$$12x^2 - 15x + 3 = 12(3)^2 - 15 \times 3 + 3$$

$$= 12 \times 9 - 45 + 3$$

$$= 108 - 45 + 3 = 66$$

(ii) उपर्युक्त समीकरण में $x = \frac{1}{2}$, रखने पर

$$12x^2 - 15x + 3$$

$$= 12\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 15 \times \frac{1}{2} + 3$$

$$= 6 - \frac{15}{2} = \frac{12-15}{2}$$

$$= \frac{-3}{2}$$

(b) दिया गया

$$a(a^2 + a + 1) + 5$$

इसे हल करने पर

$$a \times a^2 + a \times a + a \times 1 + 5 = a^3 + a^2 + a + 5$$

(i) उपर्युक्त समीकरण में $a = 0$, रखने पर

$$a^3 + a^2 + a + 5$$

$$= (0)^3 + (0)^2 + (0) + 5$$

$$= 5$$

(ii) उपर्युक्त समीकरण में $a = 1$, रखने पर

$$(1)^3 + (1)^2 + (1) + 5$$

$$= 1 + 1 + 1 + 5$$

$$= 8$$

(iii) उपर्युक्त समीकरण में $a = -1$, रखने पर

$$(-1)^3 + (-1)^2 + (-1) + 5$$

$$= -1 + 1 - 1 + 5$$

$$= 4$$

प्रश्न 5

- (a) $p(p - q)$, $q(q - r)$ एवं $r(r - p)$ को जोड़िए।
 (b) $2x(z - x - y)$ एवं $2y(z - y - x)$ को जोड़िए।
 (c) $4l(10n - 3m + 2l)$ में से $3l(l - 4m + 5n)$ को घटाइए।
 (d) $4c(-a + b + c)$ में से $3a(a + b + c) - 2b(a - b + c)$ को घटाइए।

उत्तर-

(a) तीनों को जोड़ने पर

$$p(p - q) + q(q - r) + r(r - p) \\ = p^2 - pq + q^2 - qr + r^2 - rp$$

(b) तीनों को जोड़ने पर

$$2x(z - x - y) + 2y(z - y - x) \\ = 2xz - 2x^2 - 2xy + 2yz - 2y^2 - 2xy$$

(c) तीनों को जोड़ने पर

$$4l(10n - 3m + 2l) - 3l(l - 4m + 5n) \\ = 40ln - 12lm + 8l^2 - 3l^2 + 12lm - 15ln \\ = 5l^2 + 25ln$$

(d) तीनों को जोड़ने पर

$$4c(-a + b + c) - [3a(a + b + c) - 2b(a - b + c)] \\ = -4ac + 4bc + 4c^2 - [3a^2 + 3ab + 3ac - 2ab + 2b^2 - 2bc] \\ = -4ac + 4bc + 4c^2 - [3a^2 + 2b^2 + ab + 3ac - 2bc] \\ = -4ac + 4bc + 4c^2 - 3a^2 - 2b^2 - ab - 3ac + 2bc \\ = -3a^2 - 2b^2 + 4c^2 - ab + 6bc - 7ac$$

प्रश्नावली 9.4 (पृष्ठ संख्या 156)

प्रश्न 1 द्विपदों को गुणा कीजिए:

- (i) $(2x + 5)$ और $(4x - 3)$
 (ii) $(y - 8)$ और $(3y - 4)$
 (iii) $(2.5l - 0.5m)$ और $(2.5l + 0.5m)$
 (iv) $(a + 3b)$ और $(x + 5)$
 (v) $(2pq + 3q^2)$ और $(3pq - 2q^2)$
 (vi) $\left(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2\right)$ और $4\left(a^2 - \frac{2}{3}b^2\right)$

उत्तर-

- (i) $(2x + 5) \times (4x - 3)$
 $= 2x \times 4x - 2x \times 3 + 5 \times 4x - 5 \times 3$
 $= 8x^2 - 6x + 20x - 15$
 $= 8x^2 + 14x - 15$
- (ii) $(y - 8) \times (3y - 4)$
 $= y \times 3y - y \times 4 - 8 \times 3y - 8 \times -4$
 $= 3y^2 - 4y - 24y + 12$
 $= 3y^2 - 28y + 12$
- (iii) $(2.5l - 0.5m) \times (2.5l + 0.5m)$
 $= 2.5l \times 2.5l + 0.5l \times 0.5m - 0.5m \times 2.5l - 0.5m \times 0.5m$
 $= 6.25l^2 + 1.25lm - 1.25lm - 0.25m^2$
 $= 6.25l^2 - 0.25m^2$

$$\begin{aligned}
 \text{(iv)} \quad & (a + 3b) \times (x + 5) \\
 &= a \times x + a \times 5 + 3b \times x + 3b \times 5 \\
 &= ax + 5a + 3bx + 15b
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad & (2pq + 3q^2) (3pq - 2q^2) \\
 &= 2pq \times (3pq - 2q^2) + 3q^2 (3pq - 2q^2) \\
 &= 2pq \times 3pq - 2pq \times 2q^2 + 3q^2 \times 3pq - 3q^2 \times 2q^2 \\
 &= 6p^2q^2 - 4pq^3 + 9pq^3 - 6q^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vi)} \quad & \left(\frac{3}{4}a^2 + 3b^2\right) \times 4\left(a^2 - \frac{2}{3}b^2\right) \\
 &= \frac{3}{4}a^2 \times \left(4a^2 - \frac{8}{3}b^2\right) + 3b^2 \times \left(4a^2 - \frac{8}{3}b^2\right) \\
 &= \frac{3}{4}a^2 \times 4a^2 - \frac{3}{4}a^2 \times \frac{8}{3}b^2 + 3b^2 \times 4a^2 - 3b^2 \times \frac{8}{3}b^2 \\
 &= 3a^4 - 2a^2b^2 + 12a^2b^2 - 8b^4 \\
 &= 3a^4 + 10a^2b^2 - 8b^4
 \end{aligned}$$

प्रश्न 2 गुणनफल ज्ञात कीजिए:

(i) $(5 - 2x) (3 + x)$

(ii) $(x + 7y) (7x - y)$

(iii) $(a^2 + b) (a + b^2)$

(iv) $(p^2 - q^2) (2p + q)$

उत्तर-

(i) गुणनफल करने पर

$$\begin{aligned} & (5 - 2x)(3 + x) \\ &= 5 \times 3 + 5 \times x - 2x \times 3 - 2x \times x \\ &= 15 + 5x - 6x - 2x^2 \\ &= 15 - x - 2x^2 \end{aligned}$$

(ii) गुणनफल करने पर

$$\begin{aligned} & (x + 7y)(7x - y) \\ &= x \times 7x - x \times y + 7y \times 7x - 7y \times y \\ &= 7x^2 - xy + 49xy - 7y^2 \\ &= 7x^2 + 48xy - 7y^2 \end{aligned}$$

(iii) गुणनफल करने पर

$$\begin{aligned} & (a^2 + b)(a + b^2) \\ &= a^2 \times a + a^2 \times b^2 + b \times a + b \times b^2 \\ &= a^3 + a^2b^2 + ab + b^3 \end{aligned}$$

(iv) गुणनफल करने पर

$$\begin{aligned} & (p^2 - q^2)(2p + q) \\ &= p^2 \times 2p + p^2 \times q - q^2 \times 2p - q^2 \times q \\ &= 2p^3 + p^2q - 2pq^2 - q^3 \end{aligned}$$

प्रश्न 3 सरल कीजिए:

- (i) $(x^2 - 5)(x + 5) + 25$
(ii) $(a^2 + 5)(b^3 + 3) + 5$
(iii) $(t + s^2)(t^2 - s)$
(iv) $(a + b)(c - d) + (a - b)(c + d) + 2(ac + bd)$
(v) $(x + y)(2x + y) + (x + 2y)(x - y)$ (vi) $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$
(vii) $(1.5x - 4y)(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y$
(viii) $(a + b + c)(a + b - c)$

उत्तर-

(i)

$$(x^2 - 5)(x + 5) + 25$$

गुणा करके जोड़ने पर

$$x^2(x + 5) - 5(x + 5) + 25$$

$$= x^2 \times x + x^2 \times 5 - 5 \times x - 5 \times 5 + 25$$

$$= x^3 + 5x^2 - 5x - 25 + 25$$

$$= x^3 + 5x^2 - 5x$$

(ii)

$$(a^2 + 5)(b^3 + 3) + 5$$

गुणा करके जोड़ने पर

$$a^2b^3 + 5a + 5b^3 + 15$$

$$= a^2b^3 + 3a^2 + 5b^3 + 20$$

(iii)

$$(t + s^2)(t^2 - s)$$

$$= t(t^2 - s) + s^2(t^2 - s)$$

गुणा करके जोड़ने पर

$$t \times t^2 - t \times s + s^2 \times t^2 - s^2 \times s$$

$$= t^3 - st + s^2t^2 - s^3$$

(iv)

$$(a + b)(c - d) + (a - b)(c + d) + 2(ac + bd)$$

$$= a(c - d) + b(c - d) + a(c + d) - b(c + d) + 2ac + 2bd$$

गुणा करके जोड़ने पर

$$ac - ad + bc - bd + ac + ad - bc - bd + 2ac + 2bd$$

$$= 2ac - 2bd + 2ac + 2bd$$

$$= 4ac$$

(v)

$$\begin{aligned}
 & (x + y)(2x + y) + (x + 2y)(x - y) \\
 & = x(2x + y) + y(2x + y) + x(x - y) + 2y(x - y) \\
 & \text{गुणा करके जोड़ने पर} \\
 & 2x^2 + xy + 2xy + y^2 + x^2 - xy + 2xy - 2y^2 \\
 & = 3x^2 + 4xy - y^2
 \end{aligned}$$

(vi)

$$\begin{aligned}
 & (x + y)(x^2 - xy + y^2) \\
 & = x(x^2 - xy + y^2) + y(x^2 - xy + y^2) \\
 & \text{गुणा करके जोड़ने पर} \\
 & x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3 \\
 & = x^3 + y^3
 \end{aligned}$$

(vii)

$$\begin{aligned}
 & (1.5x - 4y)(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y \\
 & = 1.5x(1.5x + 4y + 3) - 4y(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y \\
 & \text{गुणा करके जोड़ने पर} \\
 & 2.25x^2 + 6.0xy + 4.5x - 6.0xy - 16y^2 - 12y - 4.5x + 12y \\
 & = 2.25x^2 + 6.0xy - 6.0xy + 4.5x - 4.5x - 16y^2 - 12y + 12y \\
 & = 2.25x^2 - 16y^2
 \end{aligned}$$

(viii)

$$\begin{aligned}
 & (a + b + c)(a + b - c) \\
 & = a(a + b - c) + b(a + b - c) + c(a + b - c) \\
 & \text{गुणा करके जोड़ने पर} \\
 & a^2 + ab - ac + ab + b^2 - bc + ac + bc - c^2 \\
 & = a^2 + ab + ab - ac + ac - bc + bc + b^2 - c^2 \\
 & = a^2 + b^2 - c^2 + 2ab
 \end{aligned}$$

प्रश्नावली 9.5 (पृष्ठ संख्या 160-161)

प्रश्न 1 निम्नलिखित गुणनफलों में से प्रत्येक को प्राप्त करने के लिए उचित सर्वसमिका का उपयोग कीजिए:

- i. $(x+3)(x+3)$
- ii. $(2y+5)(2y+5)$
- iii. $(2a-7)(2a-7)$
- iv. $\left(3a - \frac{1}{2}\right)\left(3a - \frac{1}{2}\right)$

v. $(1.1m-0.4)(1.1m+0.4)$

vi. $(a^2 + b^2)(-a^2 + b^2)$

vii. $(6x - 7)(6x + 7)$

viii. $(-a + c)(-a + c)$

ix. $\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)$

x. $(7a - 9b)(7a - 9b)$

उत्तर-

(i)

$(x + 3)(x + 3)$

इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$(x + 3)^2$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$(x)^2 + 2 \times x \times 3 + (3)^2$

$= x^2 + 6x + 9$

(ii)

$(2y + 5)(2y + 5)$

इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$(2y + 5)^2$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$(2y)^2 + 2 \times 2y \times 5 + (5)^2$

$= 4y^2 + 20y + 25$

(iii)

$(2a - 7)(2a - 7)$

इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$(2a - 7)^2$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$(2a)^2 - 2 \times 2a \times 7 + (7)^2$

$= 4a^2 - 28a + 49$

(iv)

$$(3a - \frac{1}{2})(3a - \frac{1}{2})$$

इसे हम निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$$(3a - \frac{1}{2})^2$$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$(3a)^2 - 2 \times 3a \times \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2$$

$$= 9a^2 - 3a + \frac{1}{4}$$

(v)

$$(1.1m - 0.4)(1.1m + 0.4)$$

सर्वसमिका $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ से

$$(1.1m)^2 - (0.4)^2$$

$$= 1.21m^2 - 0.16$$

(vi)

$$(a^2 + b^2)(-a^2 + b^2)$$

स्थान परिवर्तन करने पर

$$(b^2 + a^2)(b^2 - a^2)$$

सर्वसमिका $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ से

$$(b^2)^2 - (a^2)^2$$

$$= b^4 - a^4$$

(vii)

$$(6x - 7)(6x + 7)$$

सर्वसमिका $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ से

$$(6x)^2 - (7)^2 = 36x^2 - 49$$

(viii)

$$(-a + c)(-a + c)$$

इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$$(c - a)^2$$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$(c)^2 - 2 \times c \times a + (a)^2$$

$$= c^2 - 2ca + a^2$$

(ix)

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right) \left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)$$

इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$$\left(\frac{x}{2} + \frac{3y}{4}\right)^2$$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 2 \times \frac{x}{2} \times \frac{3y}{4} + \left(\frac{3y}{4}\right)^2$$

$$= \frac{x^2}{4} + \frac{3}{4}xy + \frac{9}{16}y^2$$

(x)

$$(7a - 9b)(7a - 9b)$$

इसे निम्न प्रकार लिख सकते हैं

$$(7a - 9b)^2$$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$(7a)^2 - 2 \times 7a \times 9b + (9b)^2$$

$$= 49a^2 - 126ab + 81b^2$$

प्रश्न 2 निम्नलिखित गुणनफलों में से प्रत्येक को प्राप्त करने के लिए, सर्वसमिका $(x + a)(x + b)$

$= x^2 + (a + b)x + ab$ का उपयोग कीजिए:

- (i) $(x + 3)(x + 7)$
(ii) $(4x + 5)(4x + 1)$
(iii) $(4x - 5)(4x - 1)$
(iv) $(4x + 5)(4x - 1)$
(v) $(2x + 5y)(2x + 3y)$
(vi) $(2a^2 + 9)(2a^2 + 5)$
(vii) $(xyz - 4)(xyz - 2)$

उत्तर-

(i)

$$(x + 3)(x + 7)$$

सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से

$$(x)^2 + (3 + 7)x + 3 \times 7$$

$$= x^2 + 10x + 21$$

(ii)

$$(4x + 5)(4x + 1)$$

सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से

$$(4x)^2 + (5 + 1)4x + 5 \times 1$$

$$= 16x^2 + 6 \times 4x + 5 = 16x^2 + 24x + 5$$

(iii)

$$(4x - 5)(4x - 1)$$

सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से

$$(4x)^2 + (-5 - 1)4x + (-5) \times (-1)$$

$$= 16x^2 + (-6) \times 4x + 5$$

$$= 16x^2 - 24x + 5$$

(iv)

$$(4x + 5)(4x - 1)$$

सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से

$$(4x)^2 + (5 - 1)4x + 5 \times (-1)$$

$$= 16x^2 + (4)4x - 5$$

$$= 16x^2 + 4 \times 4x - 5$$

$$= 16x^2 + 16x - 5$$

(v)

$$(2x + 5y)(2x + 3y)$$

सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से

$$(2x)^2 + (5y + 3y)2x + 5y \times 3y$$

$$= 4x^2 + (8y)2x + 15y^2$$

$$= 4x^2 + 16xy + 15y^2$$

(vi)

$$(2a^2 + 9)(2a^2 + 5)$$

सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से

$$(2a^2)^2 + (9 + 5) \times 2a^2 + 9 \times 5$$

$$4a^4 + 14 \times 2a^2 + 45$$

$$= 4a^4 + 28a^2 + 45$$

(vii)

$$(xyz - 4)(xyz - 2)$$

सर्वसमिका $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ से

$$(xyz)^2 + (-4 - 2) \times xyz + (-4) \times (-2)$$

$$x^2 y^2 z^2 - 6xyz + 8$$

प्रश्न 3 सर्वसमिका का उपयोग करते हुए निम्नलिखित वर्गों को ज्ञात कीजिए:

(i) $(b - 7)^2$

(ii) $(xy + 3z)^2$

(iii) $(6x^2 - 5y)^2$

(iv) $\left(\frac{2}{3}m + \frac{3}{2}n\right)^2$

(v) $(0.4p - 0.5q)^2$

(vi) $(2xy + 5y)^2$

उत्तर-

(i) $(b - 7)^2$

$(b)^2 - 2 \times b \times 7 + (7)^2$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से
 $b^2 - 14b + 49$

(ii) $(xy + 3z)^2$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$(xy)^2 + 2 \times xy \times 3z + (3z)^2$

$x^2y^2 + 6xyz + 9z^2$

(iii) $(6x^2 - 5y)^2$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$(6x^2)^2 - 2 \times 6x^2 \times 5y + (5y)^2$ $36x^4 - 60x^2y + 25y^2$

(iv) $(\frac{2}{3}m + \frac{3}{2}n)^2$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$(\frac{2}{3}m)^2 + 2 \times \frac{2}{3}m \times \frac{3}{2}n + (\frac{3}{2}n)^2$

$= \frac{4}{9}m^2 + 2mn + \frac{9}{4}n^2$

(v) $(0.4p - 0.5q)^2$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$(0.4p)^2 - 2 \times 0.4p \times 0.5q + (0.5q)^2$

$= 0.16p^2 - 0.40pq + 0.25q^2$

(vi) $(2xy + 5y)^2$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$(2xy)^2 + 2 \times 2xy \times 5y + (5y)^2$

$= 4x^2y^2 + 20xy^2 + 25y^2$

प्रश्न 4 सरल कीजिए:

- (i) $(a^2 - b^2)^2$
- (ii) $(2x + 5)^2 - (2x - 5)^2$
- (iii) $(7m - 8n)^2 + (7m + 8n)^2$
- (iv) $(4m + 5n)^2 + (5m + 4n)^2$
- (v) $(2.5p - 1.5q)^2 - (1.5p - 2.5q)^2$
- (vi) $(ab + bc)^2 - 2ab^2c$
- (vii) $(m^2 - n^2m)^2 + 2m^3n^2$

उत्तर-

- (i) $(a^2 - b^2)^2$
 सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से
 $(a^2)^2 - 2 \times a^2 \times b^2 + (b^2)^2$
 $= a^4 - 2a^2b^2 + b^4$
- (ii) $(2x + 5)^2 - (2x - 5)^2$
 सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ और $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ दोनों से
 $(2x)^2 + 2 \times 2x \times 5 + (5)^2 - [(2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + (5)^2]$
 $= 4x^2 + 20x + 25 - [4x^2 - 20x + 25]$
 $= 4x^2 + 20x + 25 - 4x^2 + 20x - 25$
 $= 40x$
- (iii) $(7m - 8n)^2 + (7m + 8n)^2$
 सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ और $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ दोनों से
 $(7m)^2 - 2 \times 7m \times 8n + (8n)^2 + [(7m)^2 + 2 \times 7m \times 8n + (8n)^2]$
 $= 49m^2 - 112mn + 64n^2 + 49m^2 + 112mn + 64n^2$
 $= 98m^2 + 128n^2$
- (iv) $(4m + 5n)^2 + (5m + 4n)^2$
 सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से
 $(4m)^2 + 2 \times 4m \times 5n + (5n)^2 + (5m)^2 + 2 \times 5m \times 4n + (4n)^2$
 $16m^2 + 40mn + 25n^2 + 25m^2 + 40mn + 16n^2$
 $= 41m^2 + 80mn + 41n^2$

$$\begin{aligned}
 \text{(v)} \quad & (2.5p - 1.5q)^2 - (1.5p - 2.5q)^2 \\
 &= (6.25p^2 - 7.5pq + 2.25q^2) - (2.25p^2 - 7.5pq + 6.25q^2) \\
 &= (6.25 - 2.25)p^2 + (-7.5 + 7.5)pq + (2.25 - 6.25)q^2 \\
 &= 4p^2 + (0)pq - 4q^2 \\
 &= 4p^2 - 4q^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vi)} \quad & (ab + bc)^2 - 2ab^2c \\
 &= (ab)^2 + 2(ab)(bc) + (bc)^2 - 2ab^2c \\
 &= a^2b^2 + 2ab^2c + b^2c^2 - 2ab^2c \\
 &= a^2b^2 + b^2c^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(vii)} \quad & (m^2 - n^2m)^2 + 2m^3n^2 \\
 &= m^4 - 2(m^2)(n^2m) + (n^2m)^2 + 2m^3n^2 \\
 &= m^4 - 2m^3n^2 + n^4m^2 + 2m^3n^2 \\
 &= m^4 + n^4m^2
 \end{aligned}$$

प्रश्न 5 दर्शाइए कि:

$$\text{(i)} \quad (3x + 7)^2 - 84x = (3x - 7)^2$$

$$\text{(ii)} \quad (9p - 5q)^2 + 180pq = (9p + 5q)^2$$

$$\text{(iii)} \quad \left(\frac{4}{3}m - \frac{3}{4}n\right)^2 + 2mn = \frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2$$

$$\text{(iv)} \quad (4pq + 3q)^2 - (4pq - 3q)^2 = 48pq^2$$

$$\text{(v)} \quad (a - b)(a + b) + (b - c)(b + c) + (c - a)(c + a) = 0$$

उत्तर-

$$(i) \text{ L.H.S.} = (3x + 7)^2 - 84x$$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + (7)^2 - 84x$$

$$9x^2 + 42x + 49 - 84x$$

$$= 9x^2 - 42x + 49$$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$(3x - 7)^2$$

$$= R.H.S.$$

अतः L.H.S.=R.H.S.

$$(ii) \text{ L.H.S.} = (9p - 5q)^2 + 180pq$$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$(9p)^2 - 2 \times 9p \times 5q + (5q)^2 + 180pq$$

$$= 81p^2 - 90pq + 25q^2 + 180pq$$

$$= 81p^2 + 90pq + 25q^2$$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$$(9p + 5q)^2 = R.H.S.$$

अतः L.H.S.=R.H.S.

$$(iii) \text{ L.H.S.} = \left(\frac{4}{3}m - \frac{3}{4}n\right)^2 + 2mn$$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$\left(\frac{4}{3}m\right)^2 - 2 \times \frac{4}{3}m \times \frac{3}{4}n + \left(\frac{3}{4}n\right)^2 + 2mn$$

$$= 169m^2 - 2mn + \frac{9}{16}n^2 + 2mn$$

$$= \frac{16}{9}m^2 + \frac{9}{16}n^2 = R.H.S.$$

अतः L.H.S.=R.H.S.

$$(iv) \text{ L.H.S.} = (4pq + 3q)^2 - (4pq - 3q)^2$$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

और $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$(4pq)^2 + 2 \times 4pq \times 3q + (3q)^2 - [(4pq)^2 - 2 \times 4pq \times 3q + (3q)^2]$$

$$= 16p^2q^2 + 24pq^2 + 9q^2 - 16p^2q^2 + 24pq^2 - 9q^2$$

$$= 48pq^2 = R.H.S.$$

अतः L.H.S.=R.H.S.

$$(v) \text{ L.H.S.} = (a - b)(a + b) + (b - c)(b + c) + (c - a)(c + a)$$

सर्वसमिका $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ से

$$a^2 - b^2 + b^2 - c^2 + c^2 - a^2$$

$$= 0 = \text{R.H.S.}$$

अतः L.H.S. = R.H.S.

$$(vi) (ab + bc)^2 - 2ab^2c$$

सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ से

$$(ab)^2 + 2 \times ab \times bc + (bc)^2 - 2ab^2c$$

$$a^2b^2 + 2ab^2c + b^2c^2 - 2ab^2c$$

$$= a^2b^2 + b^2c^2$$

$$(vii) (m^2 - n^2m)^2 + 2m^3n^2$$

सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ से

$$m^4 - 2m^3n^2 + n^4m^2 + 2m^3n^2$$

$$= m^4 + n^4m^2$$

प्रश्न 6 सर्वसमिकाओं के उपयोग से निम्नलिखित मान ज्ञात कीजिए:

$$(i) 71^2$$

$$(ii) 99^2$$

$$(iii) 102^2$$

$$(iv) 998^2$$

$$(v) 5.2^2$$

$$(vi) 297 \times 303$$

$$(vii) 78 \times 82$$

$$(viii) 8.9^2$$

$$(ix) 10.5 \times 9.5$$

उत्तर-

(i) 71^2

प्रश्नानुसार

$$71^2 = (70 + 1)^2$$

$$= (70)^2 + 2 \times 70 \times 1 + (1)^2$$

[(a + b)² = a² + 2ab + b² का प्रयोग करने पर]

$$= 4900 + 140 + 1 = 5041$$

(ii) 99^2

$$99^2 = (100 - 1)^2$$

$$= (100)^2 - 2 \times 100 \times 1 + (1)^2$$

[(a - b)² = a² - 2ab + b² का प्रयोग करने पर]

$$= 10000 - 200 + 1 = 9801$$

(iii) 102^2

$$102^2 = (100 + 2)^2$$

$$= (100)^2 + 2 \times 100 \times 2 + (2)^2$$

[(a + b)² = a² + 2ab + b² का प्रयोग करने पर]

$$= 10000 + 400 + 4 = 10404$$

(iv) 998^2

$$998^2 = (1000 - 2)^2$$

$$= (1000^2) - 2 \times 1000 \times 2 + (2)^2$$

[(a - b)² = a² - 2ab + b² का प्रयोग करने पर]

$$= 1000000 - 4000 + 4 = 996004$$

(v) 5.2^2

$$5.2^2 = (5 + 0.2)^2$$

$$= (5)^2 + 2 \times 5 \times 0.2 + (0.2)^2$$

[(a + b)² = a² + 2ab + b² का प्रयोग करने पर]

$$= 25 + 2 + 0.04 = 27.04$$

$$(vi) 297 \times 303$$

$$297 \times 303 = (300 - 3) \times (300 + 3)$$

$$= (300)^2 - (3)^2$$

$$[(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ का प्रयोग करने पर}]$$

$$= 90000 - 9 = 89991$$

$$(vii) 78 \times 82$$

$$78 \times 82 = (80 - 2) \times (80 + 2)$$

$$= (80)^2 - (2)^2$$

$$[(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ का प्रयोग करने पर}]$$

$$= 6400 - 4 = 6396$$

$$(viii) 8.9^2$$

$$8.9^2 = (9 - 0.1)^2$$

$$= (9)^2 - 2(9)(0.1) + (0.1)^2$$

$$[(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \text{ का प्रयोग करने पर}]$$

$$= 81 - 1.8 + 0.01 = 79.21$$

$$(ix) 1.05 \times 9.5$$

$$1.05 \times 9.5 = (1 + 0.05)9.5$$

$$= 1 \times 9.5 + 0.05 \times 9.5$$

$$= 9.5 + 0.475 = 9.975$$

प्रश्न 7 $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ का उपयोग करते हुए निम्नलिखित मान ज्ञात कीजिए

$$(i) 51^2 - 49^2$$

$$(ii) (1.02)^2 - (0.98)^2$$

$$(iii) 153^2 - 147^2$$

$$(iv) 12.1^2 - 7.9^2$$

उत्तर-

$$(i) \quad 51^2 - 49^2 = (51 + 49)(51 - 49) \\ = (100)(2) = 200$$

$$(ii) \quad (1.02)^2 - (0.98)^2 = (1.02 + 0.98)(1.02 - 0.98) \\ = (2)(0.04) = 0.08$$

$$(iii) \quad (153)^2 - (147)^2 = (153 + 147)(153 - 147) \\ = (300)(6) = 1800$$

$$(iv) \quad 12.1^2 - 7.9^2 = (12.1 + 7.9)(12.1 - 7.9) \\ = (20)(4.2) = 84$$

प्रश्न 8 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ का उपयोग करते हुए निम्नलिखित मान ज्ञात कीजिए-

$$(i) \quad 103 \times 104$$

$$(ii) \quad 5.1 \times 5.2$$

$$(iii) \quad 103 \times 98$$

$$(iv) \quad 9.7 \times 9.8$$

उत्तर-

$$(i) \quad 103 \times 104 = (100 + 3)(100 + 4) \\ = (100)^2 + (3 + 4)(100) + (3)(4) \\ = 10000 + 700 + 12 \\ = 10712$$

$$(ii) \quad 5.1 \times 5.2 = (5 + .1)(5 + .2) \\ = (5)^2 + (.1 + .2)(5) + (.1)(.2) \\ = 25 + 1.5 + 0.02 \\ = 26.52$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) } 103 \times 98 &= (100 + 3) [100 + (-2)] \\ &= (100)^2 + [3 + (-2)] (100) + (3)(-2) \\ &= 10000 + 100 - 6 \\ &= 10094 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iv) } 9.7 \times 9.8 &= (9 + .7)(9 + .8) \\ &= (9)^2 + (.7 + .8)(9) + (.7)(.8) \\ &= 81 + 13.5 + 0.56 = 95.06 \end{aligned}$$

SHIVOM CLASSES
8696608541