

भौतिकी

अध्याय-9: किरण प्रकाशिकी एवं प्रकाशिक यंत्र



प्रकाश क्या है

जब हम किसी बंद कमरे में जाते हैं तो अंधेरे के कारण कमरे में कुछ नहीं दिखाई देता है। पर जैसे ही हम कमरे में मोमबत्ती या बल्ब जलाते हैं तो इसके प्रकाश से हमें कमरे की वस्तुएं दिखाई देने लगती हैं।

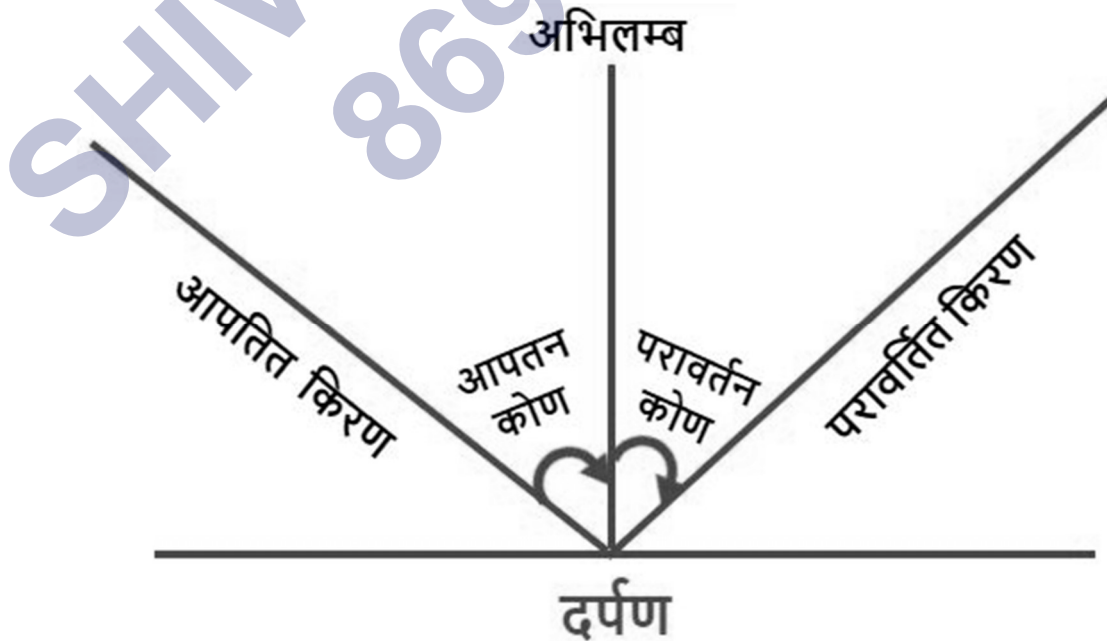
यह ऐसे काम करती है - जब मोमबत्ती जलाते हैं तो इससे प्रकाश के रूप में उर्जा (विकिरण) निकलती है जो वस्तुओं पर गिरती है फिर वापस लौट कर हमारी आंखों में प्रवेश करती है। जिससे हमें वस्तु दिखाई देने लगती हैं। अर्थात्

” प्रकाश एक विकिरण ऊर्जा है जो हमारी आंखों को संवेदित करती है जिससे हमें वस्तु दिखाई देती है। “

प्रकाश विद्युत चुंबकीय स्पेक्ट्रम का एक हिस्सा है। प्रकाश की चाल 3×10^8 मीटर/सेकंड होती है प्रकाश विद्युत चुंबकीय तरंग के रूप में चलता है।

प्रकाश का परावर्तन

जब प्रकाश की एक किरण, पॉलिश की गई सतह जैसे दर्पण पर पड़ती है, तो वह सतह से टकराकर समान माध्यम में वापस लौट जाती है। यह परिघटना प्रकाश का परावर्तन (reflection) कहलाती है।



परावर्तन में प्रकाश की आवृत्ति, चाल तथा तरंगदैर्घ्य अपरिवर्तित रहती है परन्तु एक कलान्तर उत्पन्न हो सकता है जोकि परावर्तक पृष्ठ की प्रकृति पर निर्भर करता है।

प्रायोगिक रूप से पाया गया है कि आपतित तथा परावर्तित तरंगों दो माध्यमों की उभयनिष्ठ परिसीमा पर अभिलम्ब से समान कोण बनाती है।

प्रकाश का परावर्तन का उदाहरण

जब बल्ब जलता है, तो बल्ब प्रकाश पैदा करता है, तब प्रकाश वस्तु पर पड़ता है और बहने वाली रोशनी उस वस्तु के माध्यम से हमारी आंखों तक पहुंचती है और जिसके कारण हम चीजों को देख सकते हैं।

प्रकाश का परावर्तन के प्रकार

प्रकाश का परावर्तन दो प्रकार का होता है

- (1) नियमित परावर्तन
- (2) अनियमित परावर्तन

1. नियमित परावर्तन- जब प्रकाश किरणें किसी चमकीली सतह पर पड़ती हैं और एक निश्चित दिशा में परावर्तित होती हैं, तो इस परावर्तन को नियमित परावर्तन कहा जाता है।

2. अनियमित परावर्तन- जब प्रकाश की किरणें किसी न किसी सतह पर आपतित होती हैं, तो ये किरणें अलग-अलग दिशाओं में परावर्तित होती हैं। इस प्रकार के परावर्तन को अनियमित परावर्तन कहा जाता है।

प्रकाश परावर्तन के नियम

परावर्तन के दो नियम दिए जाते हैं

प्रकाश का परावर्तन के नियम

1. आपतन कोण = परावर्तन कोण अर्थात् कोण i = कोण r

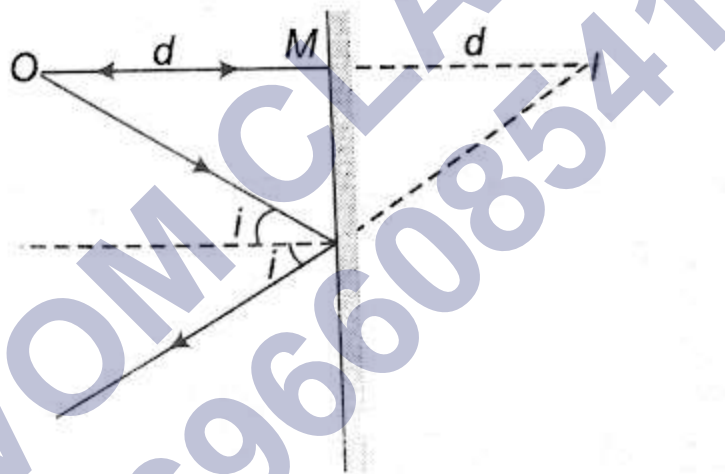
2. आपतित किरण, परावर्तित किरण तथा आपतन बिन्दु पर अभिलम्ब तीनों समान तल में होते हैं।

आपतन कोण - परावर्तन, आपतित तथा परावर्तित तरंगों दो माध्यमों की उभयनिष्ठ परिसीमा पर अभिलम्ब से समान कोण बनाती है।

परावर्तित किरण और अभिलम्ब के बीच के कोण परावर्तन कोण कहते हैं

समतल दर्पण

एक बिन्दु वस्तु (O) का समतल दर्पण द्वारा प्राप्त प्रतिबिम्ब (I) चित्र में प्रदर्शित है।



समतल दर्पण से परावर्तन नियम

(i) प्रतिबिम्ब का आकार = वस्तु का आकार

(ii) प्रतिबिम्ब की दर्पण से दूरी = वस्तु की दर्पण से दूरी or $MO = MI$

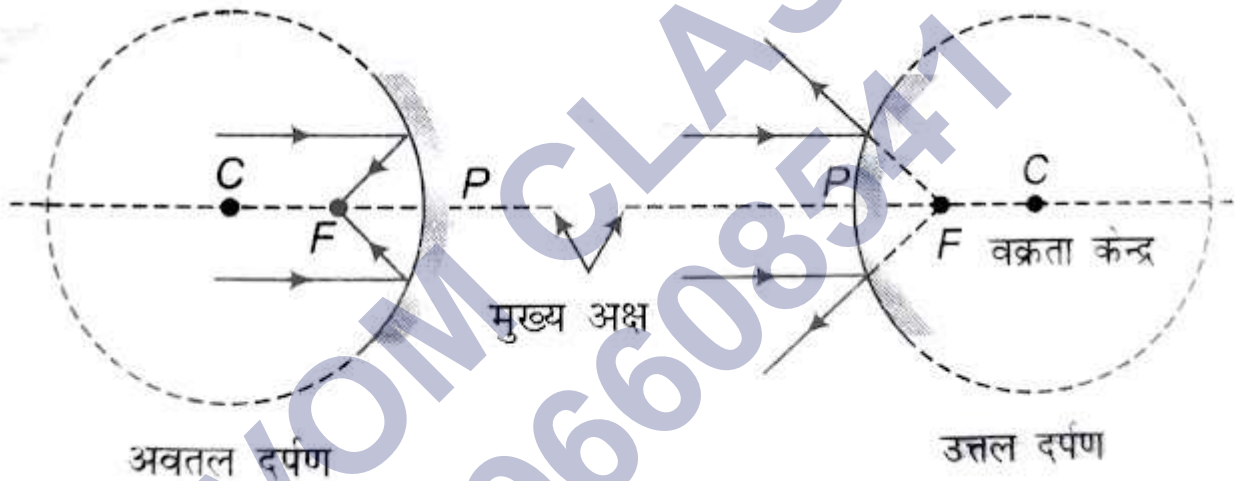
(iii) प्रतिबिम्ब आभासी, सीधा तथा पाश्विक रूप से व्युत्क्रमित बनता है अर्थात् वस्तु का दायाँ भाग प्रतिबिम्ब में बाएँ प्राप्त होता है।

गोलीय दर्पण (Spherical Mirror)

गोलीय दर्पण काँच के किसी खोखले गोले का भाग है, जिसके एक पृष्ठ पर कलई (रजत पदार्थ का लेप) तथा दूसरा पृष्ठ परावर्तक होता है। गोलीय दर्पण दो प्रकार के होते हैं

(i) उत्तल दर्पण (Convex Mirror)

ऐसे दर्पण जिनमें परावर्तन उभरी हुई सतह (bulging out surface) से होता है उत्तल दर्पण कहलाते हैं। ये किरणों को अपसारित करते हैं। इनका उपयोग सड़क के किनारे लगे लैम्पों में, गाड़ियों के पश्च दृश्य दर्पण (Rear view mirror) के रूप में होता है।



(ii) अवतल दर्पण (Concave Mirror)

ऐसे दर्पण जिनमें परावर्तन दबी हुई सतह (bent in surface) से होता है, अवतल दर्पण कहलाते हैं। ये दर्पण किरणों को अभिसारित करते हैं। इनका उपयोग सर्चलाइट में, दूरदर्शी में, सिनेमा के प्रोजेक्टर में, दाढ़ी बनाने वाले दर्पण के रूप में किया जाता है।

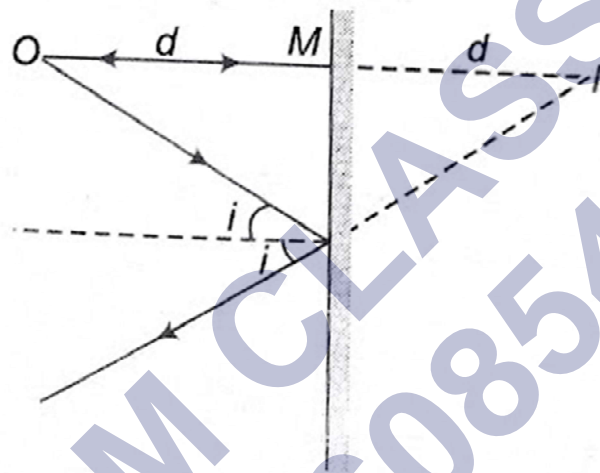
परावर्तित किरण: परावर्तित किरण, परावर्तन बिंदु से दर्पण द्वारा वापस भेजी जाने वाली प्रकाश किरण है।

अभिलम्ब: परावर्तन बिंदु से परावर्तन सतह के लंबवत खींची गयी रेखा को अभिलम्ब कहते हैं

परावर्तन कोण: परावर्तन किरण के द्वारा अभिलम्ब से निर्मित कोण को परावर्तन का कोण कहा जाता है। आपाती किरण, आपतन बिंदु पर अभिलंब और परावर्तित किरण सभी एक ही समतल में स्थित होते हैं।

समतल दर्पण समतल सतह से परावर्तन

एक बिन्दु वस्तु (O) का समतल दर्पण द्वारा प्राप्त प्रतिबिम्ब (I) चित्र में प्रदर्शित है।



समतल दर्पण से परावर्तन नियम

- (i) प्रतिबिम्ब का आकार = वस्तु का आकार
- (ii) प्रतिबिम्ब की दर्पण से दूरी = वस्तु की दर्पण से दूरी or $MO = MI$
- (iii) प्रतिबिम्ब आभासी, सीधा तथा पाश्विक रूप से व्युत्क्रमित बनता है अर्थात् वस्तु का दायाँ भाग प्रतिबिम्ब में बाएँ प्राप्त होता है।

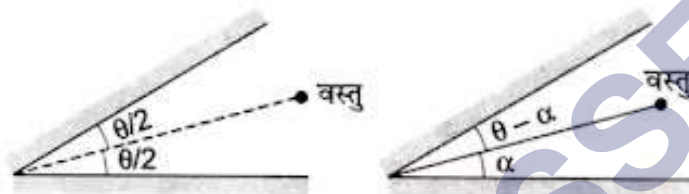
समतल दर्पण से परावर्तन

- (i) यदि दो समतल दर्पण के बीच कोण है। तब प्रतिबिम्बों की संख्या n

$$n = \begin{cases} \frac{360^\circ}{\theta}, & \text{यदि } \frac{360^\circ}{\theta} \text{ विषम है} \\ \frac{360^\circ}{\theta} - 1, & \text{यदि } \frac{360^\circ}{\theta} \text{ सम है} \end{cases}$$

पुनः जब $\frac{360^\circ}{\theta}$ विषम है, तब

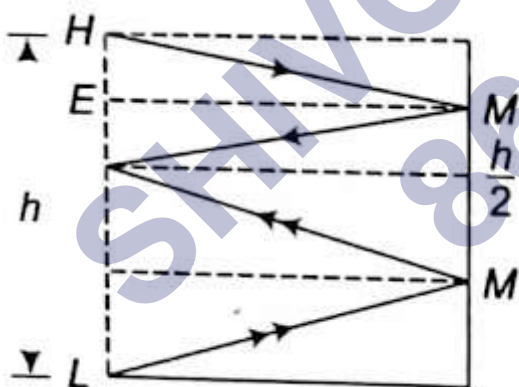
$$n = \begin{cases} \frac{360^\circ}{\theta} - 1, & \text{यदि वस्तु दोनों दर्पणों के कोण} \\ & \text{द्विभाजक परसममित रूप से रखी है} \\ \frac{360^\circ}{\theta}, & \text{यदि वस्तु असममित रूप से रखी है} \end{cases}$$



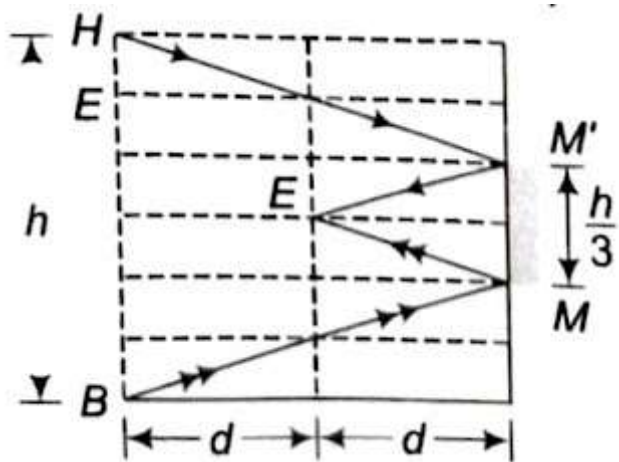
(ii) θ कोण पर झुके दो समतल दर्पणों द्वारा उत्पन्न विचलन

विचलन कोण = $360^\circ - 2\theta$

(iii) ऊँचाई h वाले व्यक्ति को अपना पूर्ण प्रतिबिम्ब देखने के लिए आवश्यक समतल दर्पण की न्यूनतम ऊँचाई $h/2$ होती है।

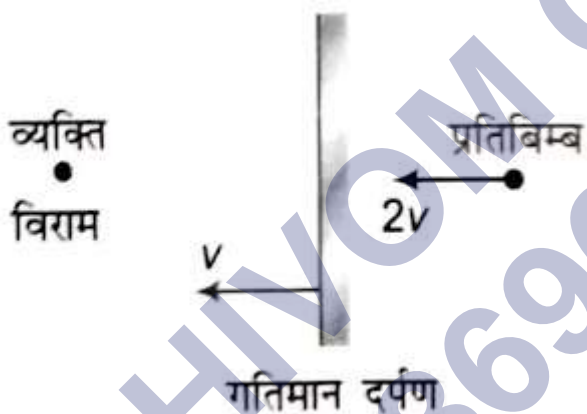


(iv) एक व्यक्ति एक कमरे के ठीक बीच में खड़ा होकर अपने पीछे की सम्पूर्ण दीवार का प्रतिबिम्ब सामने की दीवार में लगे समतल दर्पण में देखना चाहे तो दर्पण का न्यूनतम आकार दीवार के आकार का एक - तिहाई होना चाहिए।



(v) जब कोई व्यक्ति समतल दर्पण की ओर v वेग से चलता है तो उसे दर्पण में अपना प्रतिबिम्ब $2v$ वेग से गति करता हुआ प्रतीत होता है।

(vi) जब समतल दर्पण v चाल से स्थिर व्यक्ति की ओर गति करता है तो प्रतिबिम्ब $2v$ चाल से व्यक्ति की ओर गति करता है।



(vii) जब समतल दर्पण के सम्मुख रखी वस्तु स्थिर है तथा दर्पण वस्तु की ओर x दूरी चलता है तो उसका प्रतिबिम्ब भी x विस्थापित हो जाता है।

(viii) समतल दर्पण की फोकस दूरी तथा वक्रता त्रिज्या दोनों अनन्त होती हैं जबकि क्षमता शून्य होती है।

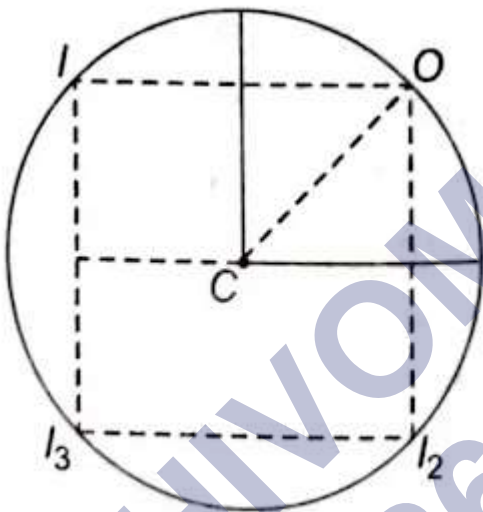
(ix) समतल दर्पण के लिए आवर्धन क्षमता $+ 1$ होती है

(x) समतल दर्पण से प्रकाश किरण के परावर्तन के लिए उत्पन्न विचलन कोण $180^\circ - 2\theta$ होता है।

(xi) जब स्थिर समतल दर्पण की ओर वस्तु x दूरी चलती है तो उसका प्रतिबिम्ब भी x दूरी दर्पण की ओर विस्थापित हो जाता है।

(xii) यदि समतल दर्पण एवं वस्तु दोनों विपरीत दिशाओं में x दूरी चलते हैं तो प्रतिबिम्ब $3x$ दूरी चलता है।

(xiii) दो परस्पर लम्बवत् समतल दर्पणों द्वारा बिन्दु वस्तु के तीन प्रतिबिम्ब बनते हैं जो कि एक वृत्त पर स्थित होते हैं जिसका केन्द्र दर्पणों का प्रतिच्छेद बिन्दु (C) होता है।



समतल दर्पण के उपयोग

समतल दर्पण के प्रश्न

Q 1. दो समतल दर्पण परस्पर समकोण बनाते हैं एक आदमी उनके बीच खड़ा होकर दाहिने हाथ से अपने बाल संवारता है। कितने प्रतिबिम्बों में यह अपना दाहिना हाथ प्रयोग करता दिखाई पड़ेगा?

हल . व्यक्ति के तीन प्रतिबिम्ब प्राप्त होंगे जिनमें दो प्रतिबिम्बों में व्यक्ति अपने आपको बाएँ हाथ का उपयोग करते हुए तथा केवल एक प्रतिबिम्ब में दाहिने हाथ का उपयोग करते हुए दिखाई देगा।

Q 2. एक मनुष्य 15 मी / से की चाल से एक दर्पण की ओर दौड़ता है। इसके प्रतिबिम्ब की चाल क्या होगी?

हल . मनुष्य 15 मी / से की चाल से दर्पण की ओर गति करेगा। तब प्रतिबिम्ब भी दर्पण की ओर 15 मी / से की चाल से गति करेगा। अतः व्यक्ति के सापेक्ष प्रतिबिम्ब की चाल 30 मी / से होगी।

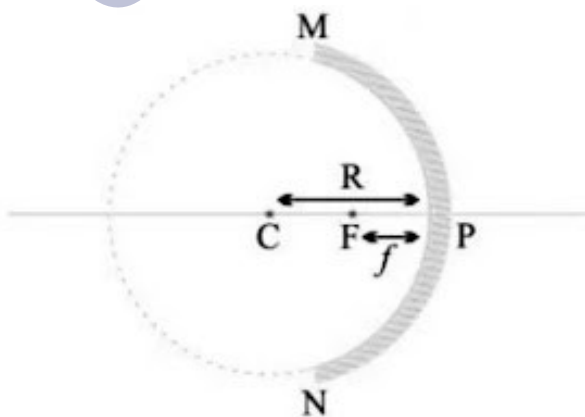
गोलीय दर्पण (Spherical Mirror)

(i) uttal darpan उत्तल दर्पण (Convex Mirror)

(ii) avtal darpan अवतल दर्पण (Concave Mirror)

गोलीय दर्पण से प्रतिबिम्ब बनाने के नियम (Laws for Formation of Image by Spherical Mirrors) अवतल दर्पण (avtal darpan) द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना उत्तल दर्पण (uttal darpan) द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना गोलीय दर्पणों द्वारा परावर्तन के लिए चिन्ह परिपाटी गोलीय दर्पण के लिए सूत्र | दर्पण सूत्र जैसे महत्वपूर्ण विषय शामिल हैं

गोलीय दर्पण से संबंधित कुछ परिभाषाएँ



ध्रुव - गोलीय दर्पण के परावर्तक सतह के केंद्र को दर्पण का ध्रुव कहा जाता है। यह दर्पण पृष्ठ पर स्थित है। p द्वारा इस दर्शाया जाता है

द्वारक (Aperture) - एक गोलाकार दर्पण की परावर्तक सतह की गोलाकार सीमा के व्यास को दर्पण का द्वारक (Aperture) कहा जाता है। इसे MN द्वारा दर्शाया गया है।

मुख्य अक्ष - एक गोलाकार दर्पण के ध्रुव और वक्रता की त्रिज्या से गुजरने वाली एक सीधी रेखा को मुख्य अक्ष कहा जाता है। मुख्य अक्ष दर्पण के ध्रुव पर अभिलम्ब है।

वक्रता केंद्र - गोलाकार दर्पण की परावर्तक सतह एक गोले का हिस्सा होती है। इस के केंद्र को गोलाकार दर्पण का वक्रता का केंद्र कहा जाता है। इसे C से दर्शाया जाता है।

वक्रता त्रिज्या - गोलीय दर्पण का परावर्तक पृष्ठ जिस गोले का भाग होता है उस गोले त्रिज्या दर्पण की वक्रता त्रिज्या कहलाती है। जिसे R से दर्शाया जाता है

मुख्य फोकस - मुख्य अक्ष पर वह बिंदु जहां मुख्य अक्ष के समानांतर आने वाली किरणें परावर्तन के बाद जहां मिलती हैं उस बिंदु को गोलाकार दर्पण का मुख्य फोकस कहा जाता है।

फोकस दूरी - गोलाकार दर्पण के ध्रुव और मुख्य फोकस के बीच की दूरी को फोकस दूरी कहा जाता है। इसे F से दर्शाया जाता है।

छोटे द्वारक के गोलीय दर्पणों की वक्रता त्रिज्या फोकस दूरी से दुगुनी होती है $R = 2F$

प्रकाश का परावर्तन के नियम

1. आपतन कोण = परावर्तन कोण अर्थात् कोण $i =$ कोण r
2. आपतित किरण, परावर्तित किरण तथा आपतन बिन्दु पर अभिलम्ब तीनों समान तल में होते हैं।

गोलीय दर्पण (Spherical Mirror)

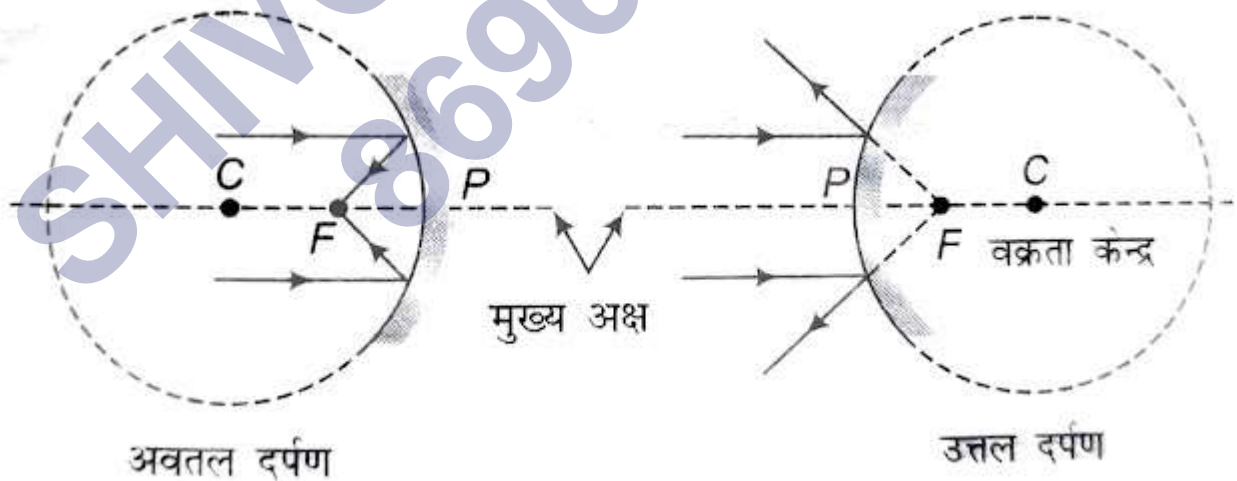
गोलीय दर्पण काँच के किसी खोखले गोले का भाग है, जिसके एक पृष्ठ पर कलई (रजत पदार्थ का लेप) तथा दूसरा पृष्ठ परावर्तक होता है। गोलीय दर्पण दो प्रकार के होते हैं

(i) uttal darpan उत्तल दर्पण (Convex Mirror)

ऐसे दर्पण जिनमें परावर्तन उभरी हुई सतह से होता है उत्तल दर्पण कहलाते हैं। ये किरणों को अपसारित करते हैं। इनका उपयोग सड़क के किनारे लगे लैम्पों में, गाड़ियों के पश्च दृश्य दर्पण (Rear view mirror) के रूप में होता है।

uttal darpan उत्तल दर्पणों के उपयोग

1. उत्तल दर्पण आमतौर पर वाहनों में उपयोग किया जाता है। इनमें ड्राइवर अपने पीछे वाहनों को देख सकते हैं। उत्तल दर्पण को पसंद किया जाता है क्योंकि वे हमेशा एक सीधी और छोटा प्रतिबिम्ब बनाते हैं और ड्राइवर को उनके पीछे बहुत बड़ा क्षेत्र देखने में सक्षम बनाते हैं।
2. दुकानों में उत्तल दर्पण आमतौर पर सिक्योरिटी दर्पण के रूप में इस्तेमाल किया जाता है।



(ii) avtal darpan अवतल दर्पण (Concave Mirror)

ऐसे दर्पण जिनमें परावर्तन दबी हुई सतह से होता है अवतल दर्पण कहलाते हैं। ये दर्पण किरणों को अभिसारित करते हैं। इनका उपयोग सर्चलाइट में, दूरदर्शी में, सिनेमा के प्रोजेक्टर में, दाढ़ी बनाने वाले दर्पण के रूप में किया जाता है।

अवतल दर्पणों के उपयोग

(1) यह आमतौर पर वाहनों की टॉर्च, सर्चलाइट और हेडलाइट में प्रकाश की एक शक्तिशाली समानांतर किरण प्राप्त करने के लिए किया जाता है।

(2) दंत विशेषज्ञ दांतों की बड़ी प्रतिबिम्ब देखने के लिए अवतल दर्पण का उपयोग करते हैं।

(3) अवतल दर्पण का उपयोग अक्सर चेहरे की एक बड़ी प्रतिबिम्ब देखने के लिए शेविंग दर्पण के रूप में उपयोग किए जाते हैं।

(4) सौरभट्टियों में सूर्य के प्रकाश को एक जगह पर केंद्रित करने के लिए बड़े अवतल दर्पणों का उपयोग किया जाता है।

गोलीय दर्पण से प्रतिबिम्ब बनाने के नियम (Laws for Formation of Image by Spherical Mirrors)

प्रतिबिम्ब बनाने के निम्नलिखित तीन नियम हैं

i) दर्पण के मुख्य अक्ष के समान्तर आने वाली प्रकाश की किरणें दर्पण से परावर्तन के पश्चात् दर्पण के फोकस से गुजरती हैं अथवा आती हुई प्रतीत होती हैं।

(ii) दर्पण के वक्रता केन्द्र से होकर आने वाली किरण परावर्तन के पश्चात् उसी मार्ग पर वापस लौट जाती हैं।

(iii) दर्पण के फोकस से होकर आने वाली किरणें परावर्तन के पश्चात् दर्पण के मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती हैं।

अवतल दर्पण (avtal darpan) द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना

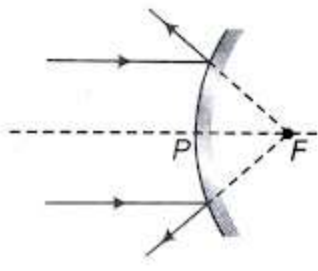
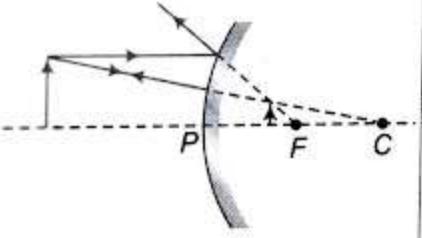
बिंब की स्थिति	प्रतिबिंब की स्थिति	प्रतिबिंब का आकार	प्रतिबिंब की प्रकृति
(i) अनंत पर	फोकस F पर बिंदु साइज	अत्यधिक छोटा	वास्तविक तथा उल्टा
(ii) C से परे	F तथा C के बीच	छोटा	वास्तविक तथा उल्टा
(iii) C पर	C पर	समान साइज	वास्तविक तथा उल्टा
(iv) C तथा F के बीच	C से परे	बड़ा	वास्तविक तथा उल्टा
(iv) F पर	अनंत पर	अत्यधिक बड़ा	वास्तविक तथा उल्टा
(vi) P तथा F के बीच	दर्पण के पीछे	विवर्धित बड़ा	आभासी तथा सीधा

SHIVOM CLASSES
8696608541

क्र० सं० (S. No.)	वस्तु की स्थिति (Object position)	किरण आरेख (Ray diagram)
1.	अनन्त पर	
2.	C के परे	
3.	C पर	
4.	F व C के बीच	
5.	F पर या फोकस तल में	
6.	F व P के बीच	

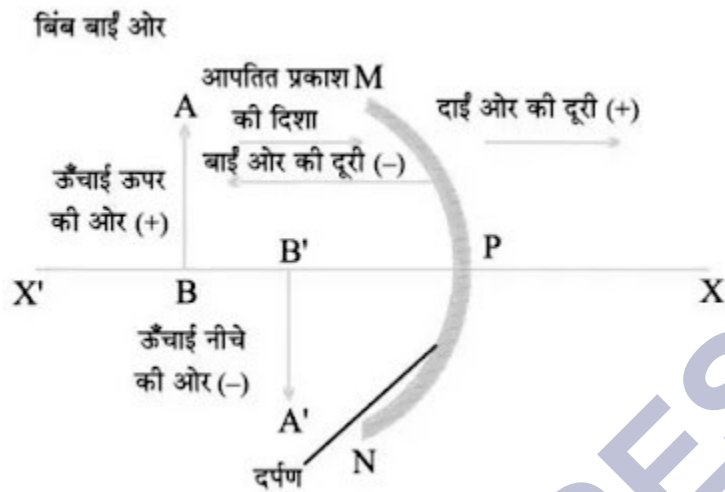
उत्तल दर्पण (uttal darpan) द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना

क्रम सं.	बिंब की स्थिति	प्रतिबिंब की स्थिति	प्रतिबिंब का आकार	प्रतिबिंब की प्रकृति
1.	अनन्त पर	फोकस पर दर्पण के पीछे	अत्यधिक छोटा बिंदु के आकार का	आभासी तथा सीधा
2.	अनन्त तथा दर्पण के ध्रुव P के बीच	P तथा F के बीच दर्पण के पीछे	छोटा	आभासी तथा सीधा

वस्तु की स्थिति (Object position)	किरण आरेख (Ray Diagram)
अनन्त पर	
अनन्त के अतिरिक्त कहीं पर भी	

गोलीय दर्पणों द्वारा परावर्तन के लिए चिन्ह परिपाटी

- (i) बिंब हमेशा दर्पण के बाईं ओर रखा जाता है दर्पण पर बिंब से प्रकाश बाईं ओर से आपतित होता है।
- (ii) मुख्य अक्ष के समांतर सभी दूरियाँ दर्पण के ध्रुव p से मापी जाती हैं।
- (ii) मूल बिंदु के दाईं ओर मापी गई सभी दूरी (+ x - अक्ष के साथ) को घनात्मक माना जाता है, जबकि मूल बिंदु के बाईं ओर मापी गई दूरी ($-x$ - अक्ष के साथ) को ऋणात्मक माना जाता है।
- (iv) मुख्य अक्ष के ऊपर (+ y - अक्ष के साथ) के लिए मापा गया घनात्मक माना जाता है। मुख्य अक्ष के नीचे ($-y$ - अक्ष) के साथ मापी जाने वाली दूरी को ऋणात्मक माना जाता है।
- (v) बिंब की दूरी (u) हमेशा ऋणात्मक होती है।
- (vi) अवतल दर्पण की फोकस दूरी हमेशा ऋणात्मक, जबकि उत्तल दर्पण की फोकस दूरी हमेशा धनात्मक होती है।



गोलीय दर्पण के लिए सूत्र/ दर्पण सूत्र

मुख्य अक्ष के समांतर सभी दूरियाँ दर्पण के ध्रुव से मापी जाती हैं।

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

u = वस्तु की दूरी v = प्रतिबिम्ब की दूरी f = फोकस दूरी

गोलीय दर्पण के लिए आवर्धन सूत्र

$$m = \frac{v}{u}$$

u = वस्तु की दूरी v = प्रतिबिम्ब की दूरी

$$m = \frac{h}{h'}$$

h = वस्तु का आकर h' = प्रतिबिम्ब का आकर

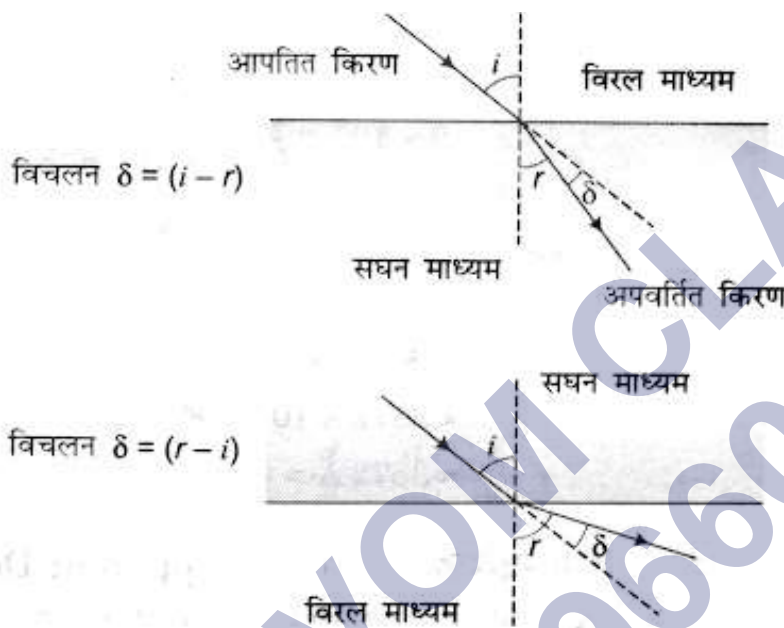
प्रकाश अपवर्तन

जब प्रकाश एक पारदर्शी माध्यम (माना वायु) से दूसरे पारदर्शी माध्यम माना काँच में जाता है तो दूसरे माध्यम से गुजरते समय इसकी संचरण दिशा परिवर्तित हो जाती है। यह या तो

अभिलम्ब की ओर झुक जाती है या अभिलम्ब से दूर हट जाती है। यह परिघटना (phenomenon) प्रकाश का अपवर्तन कहलाती है।

या

जब प्रकाश किरण किसी विरल माध्यम से सघन माध्यम में जाती है तब वह अभिलम्ब की ओर झुक जाती है तथा सघन माध्यम से विरल माध्यम में जाने पर अभिलम्ब से दूर हट जाती है। यह परिघटना (phenomenon) प्रकाश का अपवर्तन कहलाती है।

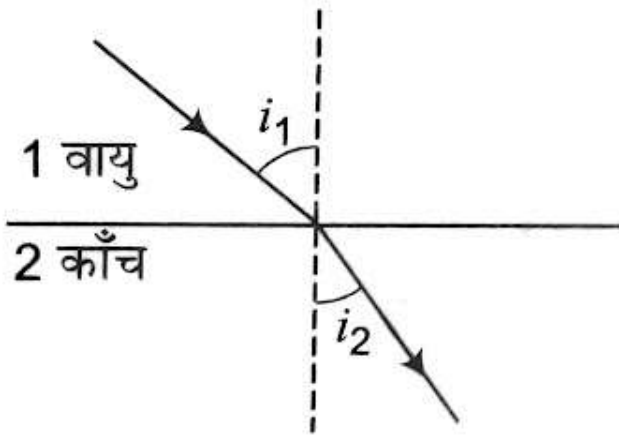


प्रकाश की गति में परिवर्तन के कारण प्रकाश का अपवर्तन होता है।

प्रकाश अपवर्तन के नियम

1. आपतित किरण, आपतन बिन्दु पर अभिलम्ब व अपवर्तित किरण तीनों एक ही तल में होते हैं।
2. आपतन कोण की ज्या ($\sin i$) व अपवर्तन कोण की ज्या ($\sin r$) का अनुपात किन्हीं दो माध्यमों के लिए एक नियतांक होता है, जिसे दूसरे माध्यम का पहले माध्यम के सापेक्ष अपवर्तनांक कहते हैं।

इस नियम को स्नैल का नियम भी कहते हैं।



$${}_1\mu_2 = \frac{\sin i}{\sin r}$$

प्रकाश का अपवर्तन के उदाहरण

जब एक सिक्का पानी से भरे बर्तन में रखा जाता है, तो सिक्का बर्तन के वास्तविक तल से थोड़ा ऊपर दिखाई देता है। जब एक पेंसिल को पानी से भरे गिलास में रखा जाता है, तो पेंसिल टेढ़ी दिखाई देती है। तारा टिमटिमाता हुआ दिखाई देना यदि सूर्य क्षितिज से नीचे है, तब भी दिखाई देता है। ऐसा प्रकाश के अपवर्तन के कारण होता है।

अपवर्तनांक (Refractive Index)

अपवर्तनांक माध्यम का वह गुण है जो उस माध्यम में प्रकाश की चाल निर्धारित करता है।

अपवर्तनांक को सामान्यतया दो प्रकार से प्रदर्शित करते हैं।

(i) निरपेक्ष अपवर्तनांक (Absolute Refractive Index)

जब प्रकाश वायु से किसी पारदर्शी माध्यम में गमन करता है तब वायु के सापेक्ष माध्यम का अपवर्तनांक इसका निरपेक्ष अपवर्तनांक कहलाता है। किसी माध्यम का निरपेक्ष अपवर्तनांक निर्वात में प्रकाश की चाल (c) तथा उस माध्यम में प्रकाश की चाल (v) के अनुपात के बराबर होता है।

$$n = \frac{c}{v}$$

(ii) सापेक्ष अपवर्तनांक (Refractive Index)

जब प्रकाश माध्यम (1) से माध्यम (2) में गमन करता है, तब माध्यम (1) के सापेक्ष माध्यम (2) का अपवर्तनांक इसका सापेक्ष अपवर्तनांक कहलाता है।

इसे से प्रदर्शित करते हैं तथा इसका मान प्रथम माध्यम में प्रकाश की चाल (v_1) तथा दूसरे माध्यम में प्रकाश की चाल (v_2) के अनुपात के बराबर होता है।

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

अपवर्तनांक को प्रभावित करने वाले कारक (Factors Affecting Refractive Index)

किसी माध्यम का अपवर्तनांक निम्न कारकों पर निर्भर करता है

- (i) माध्यम की प्रकृति
- (ii) प्रकाश का रंग या तरंगदैर्घ्य
- (iii) माध्यम का ताप बढ़ाने पर माध्यम का अपवर्तनांक घटता है।

लेन्स (Lens)

लेन्स दो गोलीय अपवर्तक सतहों से घिरा पारदर्शी माध्यम होता है।

लेन्स दो प्रकार के होते हैं

1. उत्तल लेन्स (Convex Lens)

दोनों ओर से उभरी हुई सतहों से घिरे पारदर्शी माध्यम को उत्तल लेन्स कहते हैं। इसका मध्य भाग मोटा एवं किनारे पतले होते हैं।

उत्तल लेन्स निम्न तीन प्रकार के होते हैं



(a) द्वि-उत्तल



(b) समतल उत्तल



(c) अवतलोत्तल

2. अवतल लेन्स (Concave Lens)

दोनों ओर से दबी हुई सतहों से घिरे पारदर्शी माध्यम को अवतल लेन्स कहते हैं। इसका मध्य भाग पतला एवं किनारे मोटे होते हैं।

अवतल लेन्स निम्न तीन प्रकार के होते हैं



(a) द्वि-अवतल



(b) समतल अवतल



(c) अवतलोत्तल

लेन्सों से सम्बन्धित कुछ परिभाषाएँ

प्रकाशिक केन्द्र (Optical Centre)

यदि लेन्स पर प्रकाश की कोई किरण इस प्रकार आपतित हो कि लेन्स से अपवर्तित होकर बाहर निकलने पर निर्गत किरण आपतित किरण के समान्तर हो, तो अपवर्तित किरण लेन्स की मुख्य अक्ष को जिस बिन्दु पर काटती है अथवा काटती हुई प्रतीत होती हैं, उसे लेन्स का प्रकाशिक केन्द्र कहते हैं।

मुख्य फोकस (Principal Focus)

लेन्स के दो मुख्य फोकस होते हैं

(a) प्रथम मुख्य फोकस (First principal focus)

लेन्स की मुख्य अक्ष पर स्थित वह बिन्दु जिससे चलने वाली अथवा जिसकी ओर आती प्रतीत होने वाली किरणें लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् मुख्य अक्ष के समान्तर हो जाती हैं, लेन्स का प्रथम फोकस कहलाता है।

(b) द्वितीय मुख्य फोकस (Second principal focus)

लेन्स के मुख्य अक्ष के समान्तर आने वाली प्रकाश की किरणें लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् जिस बिन्दु पर मिलती हैं या जिस बिन्दु से आती हुई प्रतीत होती हैं, लेन्स का द्वितीय फोकस कहलाता है।

फोकस दूरी (Focal length)

लेन्स के प्रकाशिक केन्द्र व फोकस के बीच की दूरी को लेन्स की फोकस दूरी कहते हैं। उत्तल लेन्स की फोकस दूरी धनात्मक व अवतल लेन्स की फोकस दूरी ऋणात्मक होती है।

द्वारक (Aperture)

लेन्स के उस क्षेत्रफल का प्रभावी व्यास, जिसमें से होकर प्रकाश पारगमिक होता है, लेन्स का द्वारक कहलाता है।

लेन्सों द्वारा प्रतिबिम्ब बनने के नियम (Rules for Formation of Image by Lenses)

- लेन्स के मुख्य अक्ष के समान्तर आने वाली प्रकाश की किरणें लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् फोकस से होकर जाती हैं।
- लेन्स के फोकस से होकर आने वाली किरणें अपवर्तन के पश्चात् अक्ष के समान्तर हो जाती हैं।
- लेन्स के प्रकाशिक केन्द्र से होकर आने वाली किरणें अपवर्तन के पश्चात् बिना अपना मार्ग बदले सीधी निकल जाती हैं

अवतल लेंस (Rules for Formation of Image by Concave Lens) द्वारा प्रतिबिम्ब का बनना

बिम्ब की स्थिति	प्रतिबिम्ब की स्थिति	प्रतिबिम्ब का आपेक्षिक साइज़	प्रतिबिम्ब की प्रकृति
अनन्त पर	फोकस F_1 पर	अत्यधिक छोटा, बिंदु आकार छोटा	आभासी तथा सीधा
अनन्त तथा लेंस के प्रकाशिक केंद्र O के बीच	फोकस F_1 तथा प्रकाशिक केंद्र O के बीच		आभासी तथा सीधा

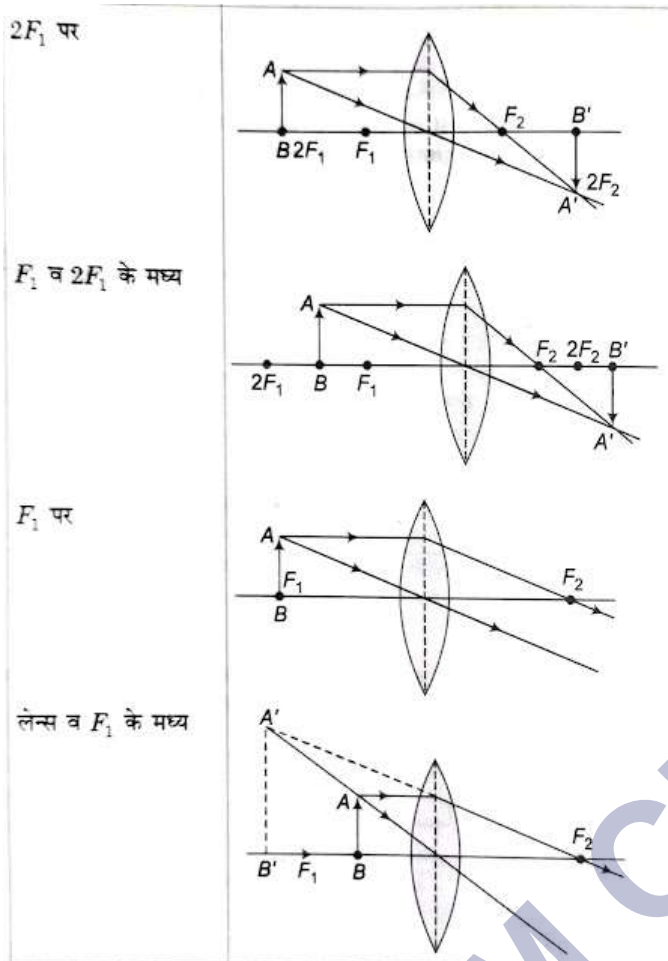
वस्तु की स्थिति (Object position)	किरण आरेख (Ray Diagram)
अनन्त पर	
अनन्त के अतिरिक्त कहीं पर भी	

उत्तल लेंस (Rules for Formation of Image by Convex Lens) में प्रतिबिम्ब का

बिंब की स्थिति	प्रतिबिंब की स्थिति	प्रतिबिंब का आपेक्षिक साइज	प्रतिबिंब की प्रकृति
अनंत पर	फोकस F_2 पर	अत्यधिक छोटा, बिंदु आकार	वास्तविक तथा उलटा
$2F_1$ से परे	F_2 तथा $2F_2$ के बीच	छोटा	वास्तविक तथा उलटा
$2F_1$ पर	$2F_2$ पर	समान साइज	वास्तविक तथा उलटा
F_1 तथा $2F_1$ के बीच	$2F_2$ से परे	बड़ा (विवर्धित)	वास्तविक तथा उलटा
फोकस F_1 पर	अनंत पर	असीमित रूप से बड़ा अथवा अत्यधिक विवर्धित	वास्तविक तथा उलटा
फोकस F_1 तथा प्रकाशिक केंद्र O के बीच	जिस ओर बिंब है लेंस के उसी ओर	बड़ा (विवर्धित)	आभासी तथा सीधा

बनना

वस्तु की स्थिति (Object position)	किरण आरेख (Ray diagram)
अनन्त पर	
$2F_1$ के पीछे	



उत्तल और अवतल लेंस के उपयोग

- प्रकाशीय यंत्रों (कैमरा, दूरदर्शी, सूक्ष्मदर्शी आदि) में उत्तल और अवतल लेंस के उपयोग किया जाता है
- लेंस के उपयोग प्रकाश को अभिकेन्द्रित करने के लिये भी किया जाता है
- आँख के चशमों में- उत्तल लेंस का उपयोग दूर दृष्टि दोष को दूर करने के लिए किया जाता है। अवतल लेंस का उपयोग निकट दृष्टि दोष को दूर करने के लिए किया जाता है।
- उत्तल लेंस में, वस्तु का प्रतिबिम्ब को वास्तविक, आभासी और उल्टा बनाया जाता है। अवतल लेंस में, वस्तु का प्रतिबिम्ब वास्तविक, आभासी और सीधी बनाया जाता है।

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 347-352)

प्रश्न 1 5 सेमी साइज की कोई छोटी मोमबत्ती 36 सेमी वक्रता त्रिज्या के किसी अवतल दर्पण से 27 सेमी दूरी पर रखी है। दर्पण से किसी परदे को कितनी दूरी पर रखा जाए कि उसका सुस्पष्ट प्रतिबिम्ब परदे पर बने। प्रतिबिम्ब की प्रकृति और साइज का वर्णन कीजिये। यदि मोमबत्ती को दर्पण की ओर ले जाएँ तो परदे को किसी ओर हटाना पड़ेगा।

उत्तर- दिया है, $u = -27$ सेमी, $O = 2.5$ सेमी

प्रतिबिम्ब की प्रकृति और साइज का वर्णन कीजिए। यदि मोमबत्ती को दर्पण की ओर ले जाएँ, तो परदे को किस ओर हटाना पड़ेगा?

$$|r| = |2f| = 36 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow |f| = 36/2 = 18 \text{ सेमी}$$

चिन्ह परिपाटी से $f = -18$ सेमी

दर्पण सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ सेमी

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u} = \frac{1}{-18} - \frac{1}{(-27)} = \frac{-1}{18} + \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow v = -54 \text{ सेमी}$$

अर्थात् प्रतिबिम्ब दर्पण के सामने दर्पण से 54 सेमी की दूरी पर बनेगा, अतः पर्दा दर्पण के सामने 54 सेमी की दूरी पर रखना होगा।

$$\text{प्रतिबिम्ब का आकार } I = \frac{-v}{u} O = - \left(\frac{-54\text{cm}}{-27\text{cm}} \right) \times 2.5\text{cm}$$

= 5 सेमी

अतः प्रतिबिम्ब वास्तविक, उल्टा तथा 5 सेमी ऊँचा है। यदि मोमबत्ती को पर्दे की ओर ले जायें, तो पर्दे को दर्पण से दूर ले जाना होगा। यदि मोमबत्ती को 18 सेमी से कम दूरी तक खिसकायें, तो प्रतिबिम्ब आभासी बनेगा तथा पर्दे पर प्राप्त नहीं होगा।

प्रश्न 2 4.5 सेमी साइज की कोई सुई 15 सेमी फोकस दूरी के किसी उत्तल दर्पण से 12 सेमी दूर रखी है। प्रतिबिम्ब की स्थिति तथा आवर्धन लिखिए। क्या होता है जब सुई को दर्पण से दूर ले जाते हैं? वर्णन कीजिए।

उत्तर- यहाँ सुई का आकार $O = 4.5$ सेमी; उत्तल दर्पण की फोकस दूरी $f = 15$ सेमी। दर्पण से वस्तु (सुई) की दूरी $u = -12$ सेमी

अतः दर्पण के सूत्र $\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$ में ज्ञात मान रखने पर,

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{-12} = \frac{1}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{15} + \frac{1}{12} = \frac{4+5}{60} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore \text{दर्पण से सुई के प्रतिबिम्ब की दूरी } v = \left(\frac{20}{3}\right) \text{ cm}$$

= 6.67 सेमी

अर्थात् प्रतिबिम्ब दर्पण के पीछे दर्पण से 6.67 सेमी दूरी पर बनेगा।

दर्पण के आवर्धन सूत्र

$$m = \frac{1}{O} = -\left(\frac{v}{u}\right) \text{ से}$$

$$\text{प्रतिबिम्ब का आकार } I = - \left(\frac{v}{u} \right) O = - \left[\frac{\frac{20}{3}}{-12} \right] \times 4.5 \text{cm}$$

$$= 2.5 \text{ सेमी}$$

अर्थात् प्रतिबिम्ब सीधा (आभासी) तथा 2.5 सेमी लम्बा (ऊँचा) बनेगा।

जब सुई को दर्पण से दूर ले जाते हैं तो इसका प्रतिबिम्ब दर्पण से दूर फोकस की ओर खिसकेगा तथा इसका आकार घटता जायेगा।

प्रश्न 3 कोई टैंक 12.5 सेमी ऊँचाई तक जल से भरा है। किसी सूक्ष्मदर्शी द्वारा बीकर की तली पर पड़ी किसी सुई की आभासी गहराई 9.4 सेमी मापी जाती है। जल का अपवर्तनांक क्या है? बीकर में उसी ऊँचाई तक जल के स्थान पर किसी 1.63 अपवर्तनांक के अन्य द्रव से प्रतिस्थापन करने पर सुई को पुनः फोकसित करने के लिए सूक्ष्मदर्शी को कितना ऊपर/ नीचे ले जाना होगा?

उत्तर- सुई की वास्तविक गहराई $h = 12.5$ सेमी

आभासी गहराई $h' = 9.4$ सेमी

$$\text{जल का अपवर्तनांक } {}_a n_w = \frac{\text{वास्तविक गहराई}}{\text{आभासी गहराई}} = \frac{h}{h'} = \frac{12.5 \text{ सेमी}}{9.4 \text{ सेमी}}$$

$$= 1.329 \approx 1.33$$

द्रव का अपवर्तनांक ${}_a n_l = 1.63$

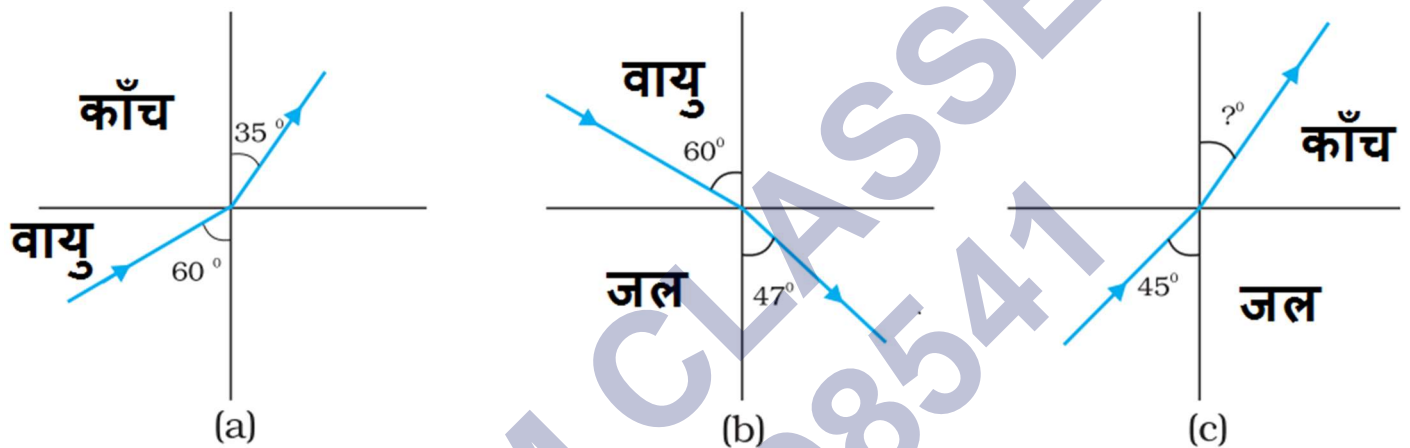
$$\Rightarrow {}_a n_l = \frac{h}{h'} \text{ से}$$

$$h = \frac{h'}{{}_a n_l} = \frac{12.5 \text{cm}}{1.63} = 7.67 \text{cm}$$

$$\approx 7.7 \text{cm}$$

पहले सूक्ष्मदर्शी 9.4 सेमी पर फोकस था अतः इसका नीचे की ओर विस्थापन = (9.4 - 7.7) सेमी = 1.7 सेमी.

प्रश्न 4 चित्र (a) तथा (b) में किसी आपतित किरण का अपवर्तन दर्शाया गया है जो वायु में क्रमशः काँच-वायु तथा जल-वायु अन्तरापृष्ठ के अभिलम्ब से 60° का कोण बनाती है। उस आपतित किरण का अपवर्तन कोण ज्ञात कीजिए, जो जल में जल-काँच अन्तरापृष्ठ के अभिलम्ब से 45° का कोण बनाती है। [चित्र (c)]



उत्तर-

सनेल के नियम $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$ का प्रयोग करते हुए,

$$\text{चित्र (a) से } a n_g = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 35^\circ} = \left(\frac{0.8660}{0.5736} \right) = 1.51$$

$$\text{चित्र (b) से } a n_w = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 47^\circ} = \left(\frac{0.8660}{0.6561} \right) = 1.32$$

$$\text{परन्तु } a n_w \times w n_g = a n_g$$

$$\text{परन्तु } a n_w \times w n_g = a n_g$$

$$\Rightarrow w n_g = \frac{a n_g}{a n_w}$$

$$\therefore w n_g = \frac{1.51}{1.32}$$

परन्तु चित्र (c) से $w n_g = \frac{\sin 45^\circ}{\sin r}$

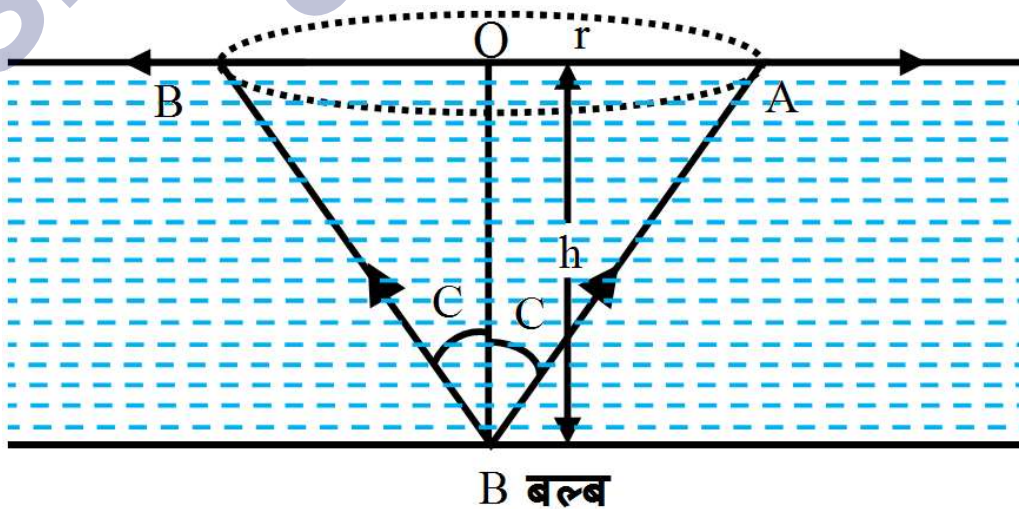
अतः $\frac{1.51}{1.32} = \frac{\sin 45^\circ}{\sin r}$

$$\Rightarrow \sin r = \left(\frac{1.32}{1.51} \right) \sin 45^\circ = \left(\frac{1.32}{1.51} \right) \times 0.7071 = 0.6181$$

$$\therefore \text{कोण } r = \sin^{-1}(0.6181) = 38^\circ$$

प्रश्न 5 जल से भरे 80 सेमी गहराई के किसी टैंक की तली पर कोई छोटा बल्ब रखा गया है। जल के पृष्ठ का वह क्षेत्र ज्ञात कीजिए जिससे बल्ब का प्रकाश निर्गत हो सकता है। जल का अपवर्तनांक 1.33 है। (बल्ब को बिन्दु प्रकाश स्रोत मानिए)

उत्तर- टैंक की तली में रखे बल्ब से निकलने वाली प्रकाश किरणें जल के पृष्ठ से तभी निर्गत होंगी, जबकि आपतन कोण जल-वायु अन्तरापृष्ठ के लिए क्रान्तिक कोण C से कम अथवा उसके बराबर हो। यदि उसे पृष्ठ के क्षेत्रफल की त्रिज्या हो जिससे बल्ब का प्रकाश निकल रहा है, तो यह स्थिति चित्र की भाँति होगी जहाँ h बल्ब की जल के तल से गहराई है।



$$\therefore a n_w = \frac{1}{\sin C}$$

$$\Rightarrow \sin C = \frac{1}{a n_w}$$

परन्तु यहाँ $a n_w = 1.33$

$$\text{अतः } \sin C = \frac{1}{1.33} = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \tan C = \frac{\sin C}{\cos C} = \frac{\sin C}{\sqrt{1-\sin^2 C}}$$

$$= \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{1-\left(\frac{3}{4}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{7}}$$

परन्तु चित्र से $\frac{r}{h} = \tan C$

$$\therefore r = h \tan C \text{ परन्तु यहाँ } h = 80\text{cm}$$

प्रश्न 6 कोई प्रिज्म अज्ञात अपवर्तनांक के काँच का बना है। कोई समान्तर प्रकाश-पुंज इस प्रिज्म के किसी फलक पर आपतित होता है। प्रिज्म का न्यूनतम विचलन कोण 40° मापा गया। प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक क्या है? प्रिज्म का अपवर्तन कोण 60° है। यदि प्रिज्म को जल (अपवर्तनांक 1.33) में रख दिया जाए तो प्रकाश के समान्तर पुंज के लिए नए न्यूनतम विचलन कोण का परिकलन कीजिए।

उत्तर- दिया है, प्रिज्या के लिए $A = 60^\circ$, वायु में $D_m = 40^\circ$

\therefore वायु के सापेक्ष प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक

$$a n_g = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$$

$$= \frac{\sin 50^\circ}{\sin 30^\circ} = 1.53$$

वायु के सापेक्ष जल का अपवर्तनांक $a n_w = 1.33$

$$\therefore \text{जल के सापेक्ष काँच का अपवर्तनांक } w n_g = \frac{a n_g}{a n_w} = \frac{1.53}{1.33} = 1.15$$

यदि जल में डूबाने पर न्यूनतम विचलन कोण D_m है तो

$$w n_g = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}$$

$$\Rightarrow 1.15 = \frac{\sin\left(\frac{A+D_m}{2}\right)}{\sin 30^\circ}$$

$$\sin\left(\frac{60^\circ+D_m}{2}\right) = 1.15 \times \frac{1}{2} = 0.575$$

$$\Rightarrow \frac{60^\circ+D_m}{2} = \sin^{-1}(0.575) = 35.1^\circ$$

$$\text{न्यूनतम विचलन कोण } D_m = 2 \times 35.1^\circ - 60^\circ = 10.2^\circ \approx 10^\circ$$

प्रश्न 7 अपवर्तनांक 1.55 के काँच से दोनों फलकों की समान वक्रता त्रिज्या के उभयोत्तल लेन्स निर्मित करने हैं। यदि 20 सेमी फोकस दूरी के लेन्स निर्मित करने हैं तो अपेक्षित वक्रता त्रिज्या क्या होगी?

उत्तर- दिया है, $n = 1.55$ लेन्स की फोकस दूरी $f = +20$ सेमी

माना अभीष्ट वक्रता त्रिज्या = R

तब उत्तल लेन्स हेतु $R_1 = +R$, $R_2 = -R$

$$\therefore \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \text{ से}$$

$$\text{या } \frac{1}{20} = 0.55 \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = \frac{0.55 \times 2}{R}$$

$$\Rightarrow R = 2 \times 0.55 \times 20 = 22\text{cm}$$

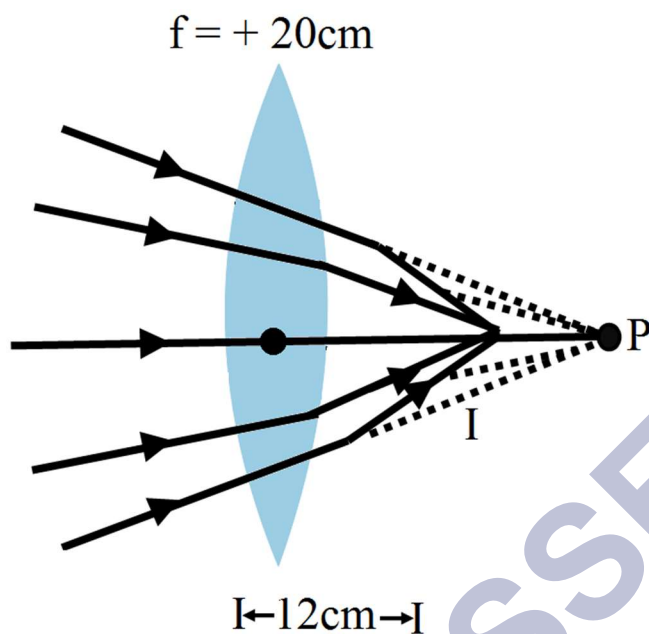
अतः प्रत्येक पृष्ठ की वक्रता त्रिज्या 22 सेमी होना चाहिए।

प्रश्न 8 कोई प्रकाश-पुंज किसी बिन्दु P पर अभिसरित होता है। कोई लेन्स इस अभिसारी पुंज के पथ में बिन्दु P से 12 सेमी दूर रखा जाता है। यदि यह

- 20 सेमी फोकस दूरी का उत्तल लेन्स है,
- 16 सेमी फोकस दूरी का अवतल लेन्स है तो प्रकाश-पुंज किस बिन्दु पर अभिसरित होगा?

उत्तर-

- स्पष्ट है की इस स्थिति में बिन्दु p लेन्स के लिए आभाषी वास्तु (बिम्ब) है।



$$\therefore u = +12\text{cm}$$

(लेन्स के दायी ओर है)

$$f = +20\text{cm}$$

\therefore लेन्स के सूत्र से,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\text{अतः } \frac{1}{v} = \frac{1}{f} + \frac{1}{u} = \frac{1}{20} + \frac{1}{12} = \frac{3+5}{60} = \frac{8}{60}$$

$$\Rightarrow v = \frac{60}{8} = 7.5\text{cm}$$

b. इस स्थिति में $f = -16\text{cm}$

$$\therefore \frac{1}{v} = \frac{1}{f} + \frac{1}{u} = -\frac{1}{16} + \frac{1}{12} = \frac{-3+4}{48} = \frac{1}{48}$$

$$\Rightarrow v = +48\text{cm}$$

अतः प्रकाश पूंजी लेन्स के दाहिने ओर लेन्स से 48 सेमी दूरी पर अभिसरित होगा।

प्रश्न 9 3.0 सेमी ऊँची कोई बिम्ब 21 सेमी फोकस दूरी के अवतल लेन्स के सामने 14 सेमी दूरी पर रखी है। लेन्स द्वारा निर्मित प्रतिबिम्ब का वर्णन कीजिए। क्या होता है जब बिम्ब लेन्स से दूर हटती जाती है?

उत्तर- दिया है, $u = -14$ सेमी, $f = -21$ सेमी, $h = 3.0$ सेमी

$$\text{लेन्स के सूत्र से, } \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{f} + \frac{1}{u} = -\frac{1}{21} = \frac{1}{14}$$

$$= \frac{-2-3}{42} = -\frac{5}{42}$$

$$\Rightarrow v = -\frac{42}{5} = -8.4\text{cm}$$

$$\text{तथा लेन्स के लिए } m = \frac{v}{u} = \frac{(-8.4)}{-14} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \frac{h'}{h} = m = \frac{3}{5} \text{ से}$$

$$h' = \frac{3}{5} \times h = \frac{3}{5} \times 3.0 = 1.8\text{cm}$$

अतः प्रतिबिम्ब 1.8 सेमी लम्बा आभासी तथा सीधा होगा, जो लेन्स के बायीं ओर उससे 8.4 सेमी की दूरी पर बनेगा। जैसे-जैसे बिम्ब लेन्स से दूर हटती है,

($u \rightarrow \infty$) वैसे-वैसे प्रतिबिम्ब फोकस के समीप खिसकता जाता है ($v \rightarrow f$)

प्रश्न 10 किसी 30 सेमी फोकस दूरी के उत्तल लेन्स के सम्पर्क में रखे 20 सेमी फोकस दूरी के अवतल लेन्स के संयोजन से बने संयुक्त लेन्स (निकाय) की फोकस दूरी क्या है? यह तन्त्र अभिसारी लेन्स है अथवा अपसारी? लेन्सों की मोटाई की उपेक्षा कीजिए।

उत्तर- दिया है, $f_1 = +30$ सेमी, $f_2 = -20$ सेमी

$$\therefore \frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{30} - \frac{1}{20} = \frac{2-3}{60} = -\frac{1}{60}$$

\therefore संयुक्त लेन्स की फोकस दूरी $F = -60$ सेमी यह लेन्स अपसारी है।

प्रश्न 11 किसी संयुक्त सूक्ष्मदर्शी में 2.0 सेमी फोकस दूरी का अभिविद्यक लेन्स तथा 6.25 सेमी फोकस दूरी का नेत्रिका लेन्स एक-दूसरे से 15 सेमी दूरी पर लगे हैं। किसी बिम्ब को अभिविद्यक से कितनी दूरी पर रखा जाए कि अन्तिम प्रतिबिम्ब

- स्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी (25 सेमी)
- अनन्त पर बने? दोनों स्थितियों में सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

- दिया है, अभिविद्यक लेन्स की फोकस दूरी $f_e = 2.0$ सेमी

नेत्रिका लेन्स की फोकस दूरी $f_o = 6.25$ सेमी।

दोनों लेन्सों के बीच की दूरी $L = 15$ सेमी

स्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी $D = 25$ सेमी

नेत्रिका लेन्स के लिए $v_e = -25$ cm

अतः सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ में v तथा f के मान रखने पर

$$\frac{1}{6.25} = \frac{1}{-25} - \frac{1}{u_e}$$

$$-\frac{1}{u_e} = \frac{1}{6.25} + \frac{1}{25}$$

$$= \frac{4+1}{25} = \frac{1}{5}$$

$$u_e = -5\text{cm}$$

$$L = v_o + u_e$$

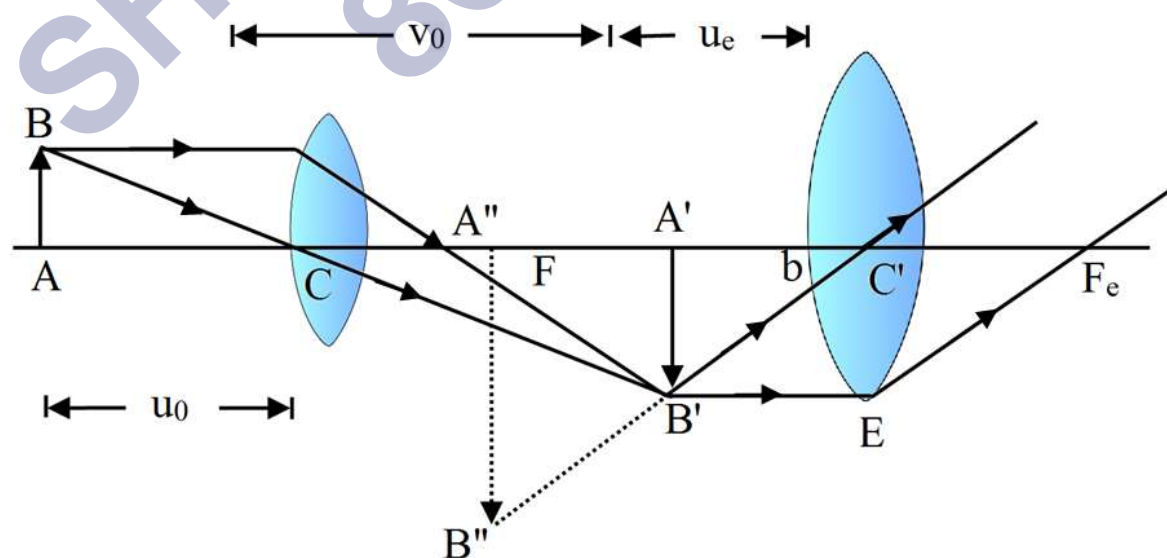
$$15 = v_o + 5$$

$$v_o = 15 - 5$$

$$= 10\text{cm}$$

अभिदृश्यक लेन्स के लिए

सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ में v_o तथा f_o के मान रखने पर



$$\frac{1}{20} = \frac{1}{10} - \frac{1}{u}$$

$$-\frac{1}{u_0} = \frac{1}{2.0} - \frac{1}{10} = \frac{5-1}{10} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore u_0 = -\frac{5}{2} = -2.5\text{cm}$$

संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता

$$M = \frac{10}{-2.5} \left(1 + \frac{25}{6.25} \right)$$

$$\therefore M = -4 \times (1 + 4) = -20$$

b. दिया है, अभिवृश्यक लेन्स की फोकस दूरी $f_e = 2.0$ सेमी

नेत्रिका लेन्स की फोकस दूरी $f_o = 6.25$ सेमी।

दोनों लेन्सों के बीच की दूरी $L = 15$ सेमी

स्पष्ट दृष्टि की अल्पतम दूरी $D = 25$ सेमी

यदि अन्तिम प्रतिबम्ब अनन्त ($v = \infty$) पर बनता है

$$\text{सूत्र } \frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} \text{ से}$$

$$\text{नेत्रिका के लिए, } \frac{1}{6.25} = \frac{1}{\infty} - \frac{1}{u_e}$$

$$u_e = -6.25\text{cm}$$

$$\therefore L = v_e + u_e$$

$$\therefore 15 = v_o + 6.25$$

$$v_o = 15 - 6.25$$

$$= 8.75\text{cm}$$

अभिदृश्यक लेन्स के लिए सूत्र $\frac{1}{f_o} = \frac{1}{v_o} - \frac{1}{u_o}$ में f_o

तथा v_o के मान रखने पर

$$\frac{1}{2.0} = \frac{1}{8.75} - \frac{1}{u_o}$$

$$- \frac{1}{u_o} = \frac{1}{2.0} - \frac{1}{8.75}$$

$$= \frac{35-8}{70} = \frac{27}{70}$$

$$u_o = -\frac{70}{27} = -2.59\text{cm}$$

संयुक्त सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता $M = \frac{v_o}{u_o} \times \frac{D}{f_e}$

इसमें v_o , u_o , D तथा f_e के मान रखने पर

$$M = \frac{8.75}{-2.59} \times \frac{25}{6.25} = -13.51$$

प्रश्न 12 25 सेमी के सामान्य निकट बिन्दु को कोई व्यक्ति ऐसे संयुक्त सूक्ष्मदर्शी जिसका अभिदृश्यक 8.0 मिमी फोकस दूरी तथा नेत्रिका 2.5 सेमी फोकस दूरी की है, का उपयोग करके अभिदृश्यक से 9.0 मिमी दूरी पर रखे बिम्ब को सुस्पष्ट फोकसित कर लेता है। दोनों लेन्सों के बीच पृथक्कन दूरी क्या है? सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता क्या है?

उत्तर- जहाँ $f_o = 8$ मिमी, $f_e = 2.5$ सेमी = 25 मिमी, $u_o = 9.0$ मिमी

अभिदृश्यक के लिए

$$\frac{1}{f_o} = \frac{1}{v_o} - \frac{1}{u_o} \text{ से}$$

$$\frac{1}{v_o} = \frac{1}{f_o} - \frac{1}{u_o} = \frac{1}{8} - \frac{1}{9} = \frac{1}{72}$$

$$\Rightarrow v_o = 72\text{cm}$$

नेत्रिका के लिए जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की दूरी पर बन रहा है, तो

$$v_e = -D = -25\text{cm} = -250\text{mm}$$

$$\therefore \frac{1}{f_e} = \frac{1}{v_e} - \frac{1}{u_e} \text{ से}$$

$$\frac{1}{u_e} = \frac{1}{v_e} - \frac{1}{f_e} = \frac{1}{-250} - \frac{1}{25} = \frac{-11}{250}$$

$$u_e = -\left(\frac{250}{11}\right)\text{mm} = -22.7\text{mm}$$

\therefore दोनों लेन्सों के बीच पृथक्कन दूरी

$$l = |v_o| + |u_e| = 72\text{mm} + 22.7\text{mm}$$

$$= 94.7\text{mm} = 9.47\text{cm}$$

आवर्धन क्षमता

$$M = - \left[\frac{v_o}{u_o} \left(1 + \frac{D}{f_e} \right) \right]$$

$$= \left[\frac{-72}{9} \left(1 + \frac{25\text{cm}}{2.5\text{cm}} \right) \right] = -88$$

प्रश्न 13 किसी छोटी दूरबीन के अभिदृश्यक की फोकस दूरी 144 सेमी तथा नेत्रिका की फोकस दूरी 6.0 सेमी है। दूरबीन की आवर्धन क्षमता कितनी है? अभिदृश्यक तथा नेत्रिका के बीच पृथक्कन दूरी क्या है?

उत्तर- दिया है $f_o = 144$ सेमी, $f_e = 6.0$ सेमी

$$\text{दूरबीन की आवर्धन क्षमता } M = \frac{f_o}{f_e} = -\frac{144}{6.0} = -24$$

ऋणात्मक चिन्ह यह प्रकट करता है की अन्तिम प्रतिबिम्ब उल्टा है।

अभिदृश्यक तथा नेत्रिका के बिच दुरी

$$d = f_o + f_e = 144 + 6.0 = 150\text{cm}$$

प्रश्न 14

- a. किसी वेधशाला की विशाल दूरबीन के अभिदृश्यक की फोकस दूरी 15m है। यदि 1.0 सेमी फोकस दूरी की नेत्रिका प्रयुक्त की गयी है तो दूरबीन का कोणीय आवर्धन क्या है?

b. यदि इस दूरबीन का उपयोग चन्द्रमा का अवलोकन करने में किया जाए तो अभिदृश्यक लेन्स द्वारा निर्मित चन्द्रमा के प्रतिबिम्ब का व्यास क्या है? चन्द्रमा का व्यास $3.48 \times 10^6\text{m}$ तथा चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या $3.8 \times 10^8\text{m}$ है।

उत्तर-

a. दिया है, दूरबीन के अभिदृश्यक लेन्स की फोकस दूरी $f_o = 15$ मीटर

नेत्रिका की फोकस दूरी $f_e = 1.0$ सेमी = 1.0×10^{-2} मीटर

कोणीय आवर्धन

$$M = -\frac{f_o}{f_e} = -\frac{15}{10 \times 10^{-2}} = -1500$$

b. यदि अभिदृश्यक लेन्स द्वारा बने चन्द्रमा के प्रतिबिम्ब का व्यास d हो तो

प्रतिबिम्ब द्वारा बनाये गए कोण

$$\theta = \frac{d}{f_o} = \frac{d}{15} \dots (1)$$

लेकिन चन्द्रमा के व्यास द्वारा दूरदर्शी पर बनाया गया कोण

$$\theta = \frac{\text{चन्द्रमा का व्यास}}{\text{दूरदर्शी से चन्द्रमा की दूरी}}$$

$$= \frac{\text{चन्द्रमा का व्यास}}{\text{चन्द्रमा की कक्षा की त्रिज्या}}$$

$$= \frac{3.48 \times 10^6}{3.8 \times 10^8} \dots (2)$$

अतः समीकरण (1) व् (2) से

$$\frac{d}{15} = \frac{3.48 \times 10^6}{3.8 \times 10^8}$$

$$d = \frac{15 \times 3.48 \times 10^{-2}}{3.8}$$

$$= 13.73 \times 10^{-2} \text{ मीटर}$$

$$= 13.73 \text{ सेमी.}$$

प्रश्न 15 दर्पण-सूत्र का उपयोग यह व्युत्पन्न करने के लिए कीजिए-

- किसी अवतल दर्पण के f तथा $2f$ के बीच रखे बिम्ब का वास्तविक प्रतिबिम्ब $2f$ से दूर बनता है।
- उत्तल दर्पण द्वारा सदैव आभासी प्रतिबिम्ब बनता है जो बिम्ब की स्थिति पर निर्भर नहीं करता।
- उत्तल दर्पण द्वारा सदैव आकार में छोटा प्रतिबिम्ब, दर्पण के ध्रुव व फोकस के बीच बनता
- अवतल दर्पण के ध्रुव तथा फोकस के बीच रखे बिम्ब का आभासी तथा बड़ा प्रतिबिम्ब बनता है।

उत्तर-

- दर्पण के सूत्र से

$$\frac{1}{v} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u} = \frac{u-f}{uf}$$

$$\Rightarrow v = \frac{uf}{u-f}$$

अवतल दर्पण के लिए f ऋणात्मक होता है जबकि u सभी दर्पणों के लिए ऋणात्मक है अतः उक्त सूत्र से u व f को चिन्ह सहित रखने पर,

$$v = \frac{(-u)(-f)}{-u-(-f)} = \frac{uf}{f-u}$$

दिया है $f < u < 2f$

$$\Rightarrow f - u < 0 \text{ या } u - f > 0$$

$$\therefore v = \frac{uf}{-(u-f)}$$

$$\Rightarrow v = -\frac{uf}{u-f}$$

इससे स्पष्ट है की v का मान ऋणात्मक है अर्थात् प्रतिबिम्ब दर्पण के सामने बनता है अतः वास्तविक है।

पुनः

$$v = \frac{uf}{(u-f)} \text{ से } \Rightarrow v = \frac{f}{1-\frac{f}{u}}$$

(अंकीका मान, u से अंश v हर को भाग देने पर)

$$\therefore u < 2f$$

$$\Rightarrow \frac{u}{f} < 2$$

$$\text{या } \frac{f}{u} > \frac{1}{2}$$

$$\therefore -\frac{f}{u} < -\frac{1}{2}$$

$$\text{या } 1 - \frac{f}{u} < 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 - \frac{f}{u}} > \frac{1}{\frac{1}{2}}$$

दोनों ओर f से गुना करने पर,

$$\frac{f}{1 - \frac{f}{u}} > 2f$$

$$\text{या } v > 2f$$

अर्थात् प्रतिबिम्ब $2f$ से दूर बनेगा।

b. भाग (a) से, $v = \frac{uf}{u-f}$

उत्तल दर्पण के लिए f घनात्मक होता है जबकि u प्रत्येक दर्पण के लिए ऋणात्मक होता है:

अतः चिन्ह सहित मान रखने पर,

$$v = \frac{(-u)f}{-u-f}$$

$$\Rightarrow v = \frac{uf}{u+f}$$

इससे स्पष्ट है की v ऋणात्मक होता है अर्थात प्रतिबिम्ब दर्पण के पीछे की ओर बनता है:
अतः आभासी है।

इस प्रकार उत्तल दर्पण सदैव आभासी प्रतिबिम्ब बनाता है, जो बिम्ब की स्थिति पर निर्भर नहीं करता।

c. पुनः भाग (a) के परिणाम से,

$$u = \frac{uf}{u+f}$$

$$\therefore \text{प्रतिबिम्ब का रेखिक आवर्धन } m = \frac{v}{u} = \frac{\frac{uf}{u+f}}{u}$$

$$\Rightarrow m = \frac{f}{u+f} < 1 \quad (\because f < u+f)$$

\therefore रेखिक आवर्धन 1 से कम है की प्रतिबिम्ब का आकार सदैव बिम्ब के आकार से छोटा है।

$$\text{पुनः } u = \frac{uf}{u+f} = \frac{f}{1+\frac{f}{u}} \quad (u \text{ से अंश } v \text{ हर को भाग देने पर)}$$

$$\text{स्पष्ट है की } u = \frac{f}{1+\frac{f}{u}} < f$$

$$\left(\because 1 + \frac{f}{u} > 1 \right)$$

अर्थात प्रतिबिम्ब दर्पण के ध्रुव तथा फोकस के बिच बनता है।

d. पुनः भाग (a) से

$$v = \frac{uf}{u-f}$$

अवतल दर्पण के लिए चिन्ह सहित मान रखने पर

$$u = \frac{(-u)(-f)}{(-u)-(-f)}$$

$$\Rightarrow u = \frac{uf}{f-u}$$

∴ बिम्ब ध्रुव तथा फोकस के बिच स्थिति है: अतः $0 < u < f$

$$\Rightarrow f - u > 0$$

∴ $u = \frac{uf}{f-u}$ धनात्मक है।

इसका अर्थ यह है की प्रतिबिम्ब दर्पण के पीछे तथा सीधा बनता है: अतः आभासी है।

$$m = \frac{v}{u}$$

$$\Rightarrow m = \frac{f}{f-u} > 1$$

(∵ $f - u < f$)

∴ आवर्धन 1 से अधिक है, अर्थात् प्रतिबिम्ब का आकार वास्तु के आकार से बड़ा है।

प्रश्न 16 किसी मेज के ऊपरी पृष्ठ पर जड़ी एक छोटी पिन को 50 सेमी ऊँचाई से देखा जाता है। 15 सेमी मोटे आयताकार काँच के गुटके को मेज के पृष्ठ के समान्तर पिन व नेत्र के बीच रखकर उसी बिन्दु से देखने पर पिन नेत्र से कितनी दूर दिखाई देगी? काँच की अपवर्तनांक 1.5 है। क्या उत्तर गुटके की अवस्थिति पर निर्भर करता है?

उत्तर- काँच का अपवर्तनांक

$${}_a n_g = \frac{\text{गुटके की वास्तविक मोटाई}}{\text{गुटके की आभासी मोटाई}} = \frac{H}{h}$$

$$\text{आभासी मोटाई } h = \frac{H}{{}_a n_g} = \frac{15\text{cm}}{1.5} = 10\text{cm}$$

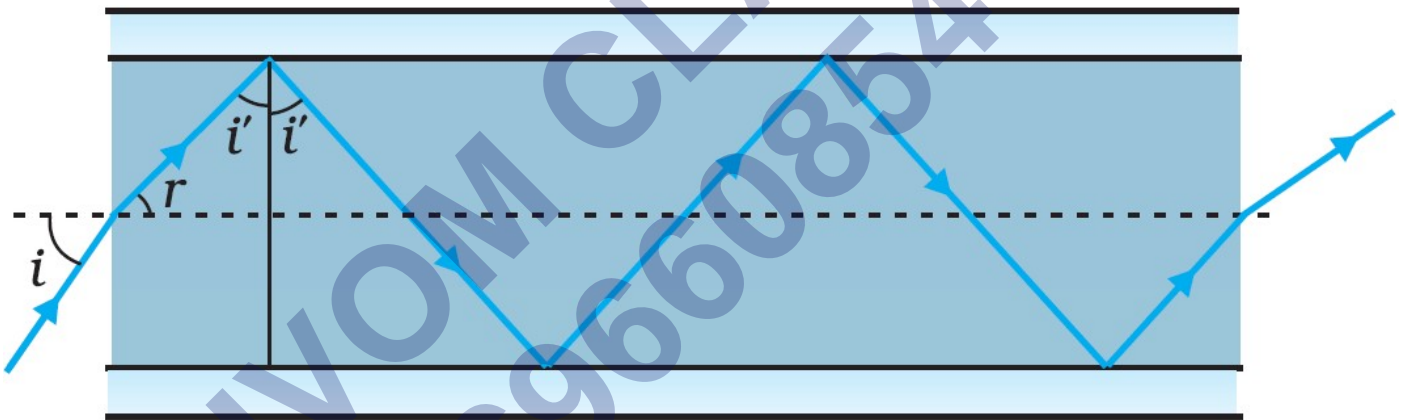
अतः पिन का विस्थापन $x = H - h = 15 \text{ सेमी} - 10 \text{ सेमी} = 5 \text{ सेमी}$

अर्थात् पिन 5 सेमी उठी प्रतीत होगी।

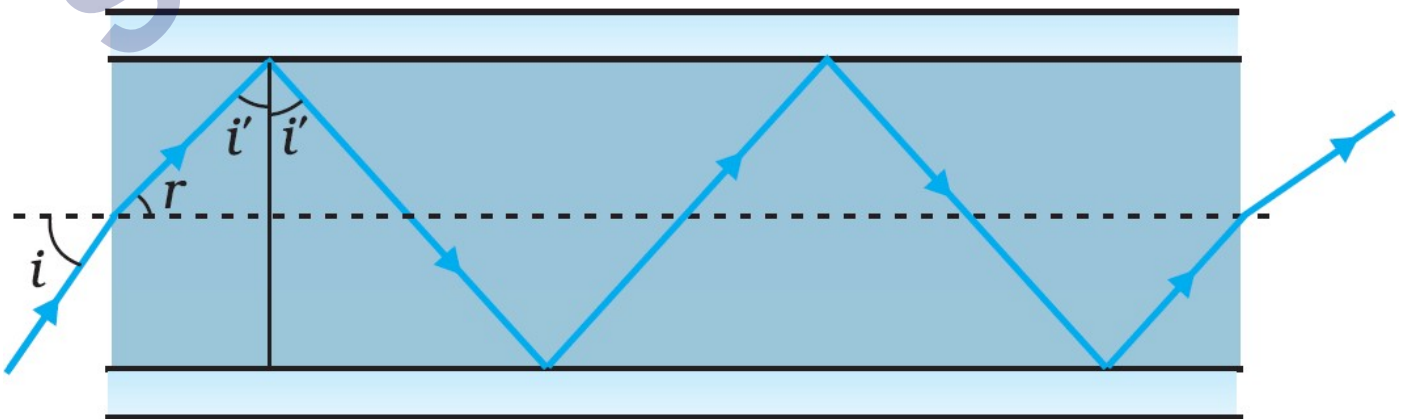
उत्तर गुटके की अक्ष की स्थिति पर निर्भर नहीं करता।

प्रश्न 17 निम्नलिखित प्रश्न के उत्तर लिखिए-

- a. चित्र में अपवर्तनांक 1.68 के तन्तु काँच से बनी किसी प्रकाश नलिका (लाइट पाइप) का अनुप्रस्थ परिच्छेद दर्शाया गया है। नलिका का बाह्य आवरण 1.44 अपवर्तनांक के 'पदार्थ' का बना है। नलिका के अक्ष से आपतित किरणों के कोणों का परिसर, जिनके लिए चित्र में दर्शाए अनुसार नलिका के भीतर पूर्ण परावर्तन होते हैं, ज्ञात कीजिए।



- b. यदि पाइप पर बाह्य आवरण न हो तो क्या उत्तर होगा?



उत्तर-

a. दिया है, वायु के सापेक्ष काँच का अपवर्तनांक

$$a n_g = 1.68$$

तथा वायु के सापेक्ष आवरण के पदार्थ का अपवर्तनांक

$$a n_g = 1.44$$

अतः आवरण के पदार्थ के सापेक्ष का अपवर्तनांक

$$\begin{aligned} a n_g &= \frac{a n_g}{a n_c} \\ &= \frac{1.68}{1.44} = 1.167 \end{aligned}$$

यदि काँच-आवरण अन्तरापृष्ठ का क्रान्तिका कोण C हो, तो

$$\sin C = \frac{1}{c n_g} = \frac{1}{1.167} = 0.8569$$

$$\therefore C = \sin^{-1}(0.8569) = 58.97^\circ$$

जब $i < C$ अर्थात् $i < 58.97$, तब पूर्ण आन्तरिक परावर्तन होगा।

अतः पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के लिए चित्र 9.5 से

$$\therefore r + i' = 90^\circ$$

$$r = 90^\circ - i'$$

$$= 90^\circ - 58.97^\circ = 31.03^\circ$$

$$\text{सूत्र } a n_g = \frac{\sin i}{\sin r} \text{ से}$$

$$1.68 = \frac{\sin i}{\sin 31.03} = \frac{\sin i}{0.5155}$$

$$\text{अतः } \sin i = 1.68 \times 0.5155 = 0.8660$$

अतः $0 < i < 60^\circ$ परास में आपतित सभी किरणों का तन्तु में पूर्ण आन्तरिक परावर्तन होगा।

b. तन्तु पर आवरण की अनुपस्थिति में तन्तु के बाहर का माध्यम वायु होगा।

$$\therefore \sin C' = \frac{1}{a n_g}$$

$$\sin C' = \frac{1}{1.68} = 0.5952$$

$$\therefore C' = 36.5^\circ$$

$$\text{अतः } r' = 90^\circ - C' = 90^\circ - 36.5^\circ = 53.5^\circ$$

$$\text{अब } a n_g = \frac{\sin i}{\sin r} \text{ से,}$$

$$\sin i = a n_g \times \sin r' = 1.68 \times 36.5 = 53.5^\circ$$

यह C' से अधिक है।

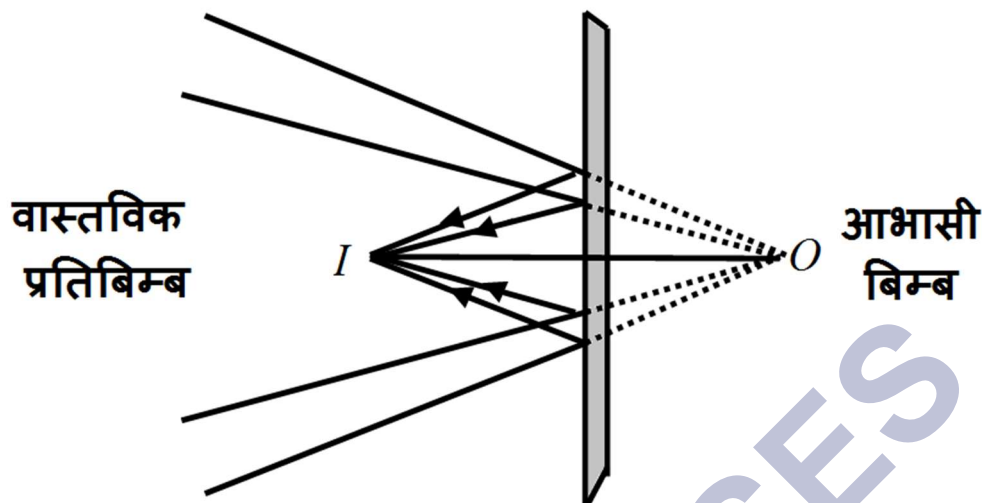
अतः अक्ष से 0° से 90° के परास में आपरीत सभी किरणों का तन्तु में पूर्ण आन्तरिक परावर्तन होगा।

प्रश्न 18 निम्नलिखित प्रश्न के उत्तर लिखिए-

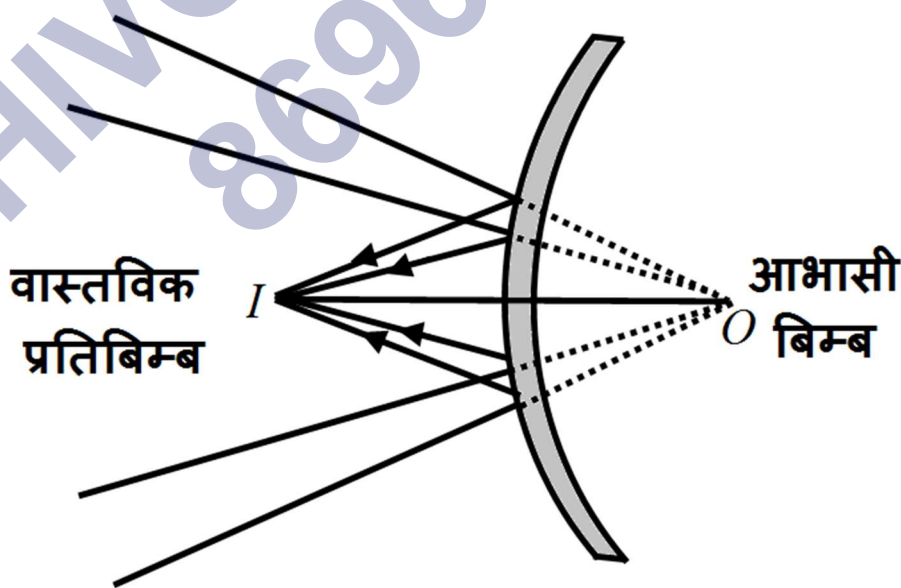
- आपने सीखा है कि समतल तथा उत्तल दर्पण सदैव आभासी प्रतिबिम्ब बनाते हैं। क्या ये दर्पण किन्हीं परिस्थितियों में वास्तविक प्रतिबिम्ब बना सकते हैं? स्पष्ट कीजिए।
- हम सदैव कहते हैं कि आभासी प्रतिबिम्ब को परदे पर केन्द्रित नहीं किया जा सकता। यद्यपि जब हम किसी आभासी प्रतिबिम्ब को देखते हैं तो हम इसे स्वाभाविक रूप में अपनी आँख की स्क्रीन (अर्थात् रेटिना) पर लेते हैं। क्या इसमें कोई विरोधाभास है?
- किसी झील के तट पर खड़ा मछुआरा झील के भीतर किसी गोताखोर द्वारा तिरछा देखने पर अपनी वास्तविक लम्बाई की तुलना में कैसा प्रतीत होगा-छोटा अथवा लम्बा?
- क्या तिरछा देखने पर किसी जल के टैंक की आभासी गहराई परिवर्तित हो जाती है? यदि हाँ, तो आभासी गहराई घटती है अथवा बढ़ जाती है।
- सामान्य काँच की तुलना में हीरे का अपवर्तनांक काफी अधिक होता है? क्या हीरे को तराशने वालों के लिए इस तथ्य का कोई उपयोग होता है?

उत्तर-

- यह सही है कि समतल दर्पण तथा उत्तल दर्पण अपने सामने स्थित बिम्ब का आभासी प्रतिबिम्ब बनाते हैं। परन्तु ये दर्पण अपने पीछे स्थित किसी बिन्दु (आभासी बिम्ब) की ओर अभिसरित किरण पुंज को परावर्तित करके अपने सामने स्थित किसी बिन्दु पर अभिसरित कर सकते हैं अर्थात् आभासी बिम्ब का वास्तविक प्रतिबिम्ब बना सकते हैं



- b. जब किसी दर्पण से परावर्तन अथवा लेन्स से अपवर्तन के पश्चात् किरणें अपसरित होती हैं तो प्रतिबिम्ब को आभासी कहा जाता है। इस प्रतिबिम्ब को परदे पर प्राप्त नहीं किया जा सकता। यदि इन अपसारी किरणों के मार्ग में कोई अन्य दर्पण अथवा लेन्स रखकर इन्हें किसी बिन्दु पर अभिसरित किया जा सकता तो वहाँ वास्तविक प्रतिबिम्ब बनेगा जिसे परदे पर प्राप्त किया जा सकता है। नेत्र लेन्स वास्तव में यही कार्य करता है। यह आभासी प्रतिबिम्ब बनाने वाली अपसारी किरणों को रेटिना पर अभिसरित कर देता है, जहाँ वास्तविक प्रतिबिम्ब बन जाता है। अतः इसमें कोई विरोधाभास नहीं है।



- c. चूंकि इस दशा में अपवर्तन वायु (विरल माध्यम) से पानी (सघन माध्यम) में होता है। अतः झील में डूबे हुए गोताखोर को मछुआरे की लम्बाई अधिक प्रतीत होगी।

d. हाँ, परिवर्तित हो जाती है। आभासी गहराई घट जाती है।

e. वायु के सापेक्ष हीरे का अपवर्तनांक 2.42 (काफी अधिक) है तथा क्रान्तिक कोण 24° (बहुत कम) है। हीरा तराशने में दक्ष कारीगर इस तथ्य का उपयोग करते हुए हीरे को इस प्रकार तराशता है, कि एक बार हीरे में प्रवेश करने वाली प्रकाश किरण हीरे के विभिन्न फलकों पर बार-बार परावर्तित होने के बाद ही किसी फलक से बाहर निकल पाए। इसके लिए हीरे की आन्तरिक सतह पर आपतन कोण 24° से अधिक होना चाहिए। इससे हीरा अत्यधिक चमकीला दिखाई पड़ता है।

प्रश्न 19 किसी कमरे की एक दीवार पर लगे विद्युत बल्ब का किसी बड़े आकार के उत्तल लेन्स द्वारा 3m दूरी पर स्थित सामने की दीवार पर प्रतिबिम्ब प्राप्त करना है। इसके लिए उत्तल लेन्स की अधिकतम फोकस दूरी क्या होनी चाहिए?

उत्तर- माना किसी उत्तल लेन्स की फोकस दूरी f है तथा यह बल्ब का प्रतिबिम्ब दूसरी दीवार पर बनाता है।

माना बल्ब की लेन्स से दूरी u (आंकिक मान) तथा दूसरी दीवार की लेन्स से दूरी v है, तब

$$U + v = 3 \Rightarrow u = 3 - v$$

लेन्स के सूत्र में चिह्न सहित मान रखने पर,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{-u} = \frac{1}{f} \text{ या } \frac{1}{v} + \frac{1}{(3-u)} = \frac{1}{f}$$

$$\text{या } \frac{3-v+v}{v(3-v)} \frac{1}{f} \text{ या } 3f = v(3 - v)$$

$$\Rightarrow v^2 - 3v + 3f = 0$$

उक्त समीकरण v के वास्तविक मान देगा यदि

$$B^2 \leq 4AC \text{ या } (-3)^2 \geq 4 \times 3f$$

$$\text{या } 9 \leq 12f$$

$$\Rightarrow f \leq \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \text{लेन्स की अधिकतम फोकस दूरी } f_{\max} = \frac{3}{4} \text{ m} = 75 \text{ cm}$$

प्रश्न 20 किसी परदे को बिम्ब से 90 सेमी दूर रखा गया है। परदे पर किसी उत्तल लेन्स द्वारा उसे एक-दूसरे से 20 सेमी दूर स्थितियों पर रखकर, दो प्रतिबिम्ब बनाए जाते हैं। लेन्स की फोकस दूरी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना बिम्ब की लेन्स से दूरी u (आंकिक मान) है तथा प्रतिबिम्ब (परदे) की लेन्स से दूरी v है।

$$U + v = 90 \Rightarrow v = 90 - u$$

लेन्स के सूत्र में चिह्न सहित मान रखने पर,

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{-u} = \frac{1}{f} \text{ या } \frac{1}{90-u} + \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\text{या } \frac{u+90-u}{(90-u)u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow 90f = (90 - u)u$$

$$\text{या } u^2 - 90u + 90f = 0 \dots (1)$$

चूँकि लेन्स दो स्थितियों में वस्तु का प्रतिबिम्ब परदे पर बनाता है तथा दो स्थितियों के बिच की दूरी 20 सेमी है अतः समीकरण (1) में u में दो मूल (मान u_1 व् u_2) होंगे जिनका अन्तर सेमी होगा।

$$\text{अर्थात् } (u_1 - u_2)^2 = (20)^2 = 400$$

$$\text{समीकरण (1) से } u_1 + u_2 = 90$$

$$u_1 u_2 = 90f$$

$$\therefore (u_1 - u_2)^2 = (u_1 + u_2)^2 - 4u_1 u_2$$

$$\Rightarrow 400 = (90)^2 - 4 \times 90f$$

$$\Rightarrow 360f = 8100 - 400 = 7700$$

$$\therefore \text{फोकस दूरी } f = \frac{7700}{360} = 21.38 \approx 21.4\text{cm}$$

अन्य विधि - विस्थापन विधि के सूत्र से,

$$f = \frac{a^2 - d^2}{4a}$$

यहाँ a = बिम्ब तथा प्रतिबिम्ब के बिच की दूरी = 90 सेमी

d = लेन्स की दो स्थितियों के बिच की दूरी = 20 सेमी

$$\therefore \text{फोकस दूरी } f = \frac{90^2 - (20)^2}{4 \times 90} = \frac{8100 - 400}{360} = \frac{7700}{360} = 21.4\text{cm}$$

प्रश्न 21

a. प्रश्न 10 के दो लेन्सों के संयोजन की प्रभावी फोकस दूरी उस स्थिति में ज्ञात कीजिए जब उनके मुख्य अक्ष संपाती हैं तथा ये एक-दूसरे से 8 सेमी दूरी पर रखे हैं। क्या उत्तर आपतित

समान्तर प्रकाश पुंज की दिशा पर निर्भर करेगा? क्या इस तन्त्र के लिए प्रभावी फोकस दूरी किसी भी रूप में उपयोगी है?

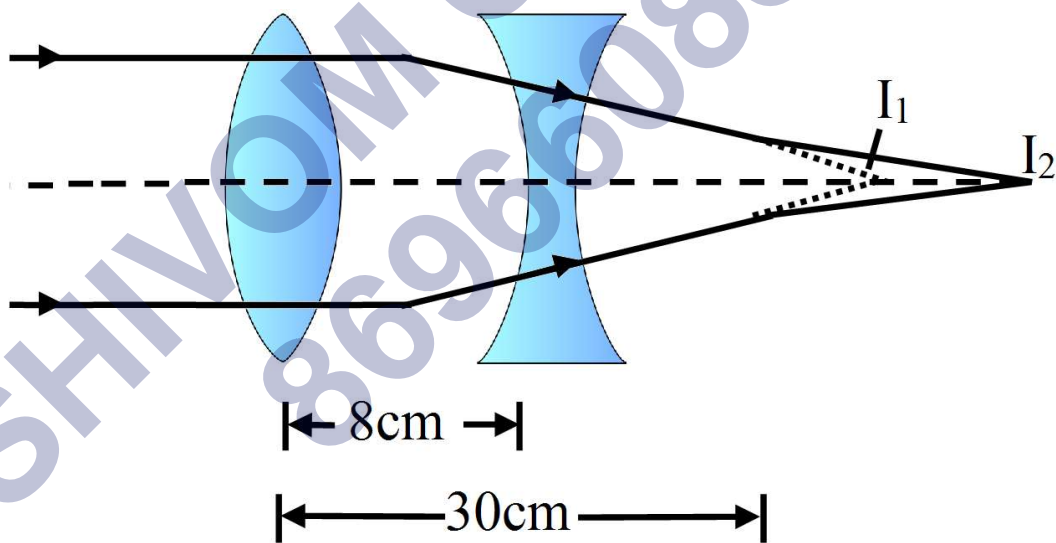
- b. उपर्युक्त व्यवस्था (a) में 1.5 सेमी ऊँचा कोई बिम्ब उत्तल लेन्स की ओर रखा है। बिम्ब की उत्तल लेन्स से दूरी 40 सेमी है। दो लेन्सों के तन्त्र द्वारा उत्पन्न आवर्धन तथा प्रतिबिम्ब का आकार ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

- a. लेन्सों फोकस दूरियाँ

$$f_1 = + 30\text{cm}, f_2 = -20\text{cm}$$

कल्पना करे की एक समान्तर किरण पुंज बाईं ओर से उत्तल लेन्स पर आपतित होता है, तब उत्तल लेन्स हेतु



$$u = -\infty$$

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{1}{-\infty} = \frac{1}{f_1}$$

$$\Rightarrow v = f_1 = +30\text{cm}$$

अर्थात् उत्तल लेन्स इन किरणों को 30 सेमी की दूरी पर बिन्दु i पर मिलाता है।

बिन्दु I_1 अवतल लेन्स के लिए आभासी बिम्ब है।

$$\therefore \text{अवतल लेन्स हेतु, } u = (30 - 8) = +22\text{cm}$$

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{u} + \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{22} - \frac{1}{20} = \frac{10-11}{220} = -\frac{1}{220}$$

$$\Rightarrow v = -220\text{cm}$$

अर्थात् अन्तिम प्रतिबिम्ब, अवतल लेन्स के बाईं ओर इससे 220 सेमी दूरी बनाता है।

$$\text{इस प्रतिबिम्ब की लेन्सों के केन्द्र से दूरी } 220 - \frac{8}{2} = 216\text{cm}$$

अर्थात् अवतल लेन्स की ओर से देखने पर यह किरण पूंजी लेन्सों के केन्द्र से 216 सेमी बाईं ओर स्थिति बिन्दु से अपसरित प्रतीत होता है।

इस प्रकार यदि इस युग्म की फोकस दूरी अर्थपूर्ण है तो यह फोकस दूरी -216 सेमी होनी चाहिए।

दूसरी दशा में कल्पना कीजिए की समान्तर किरण पुंज दाईं ओर से चलता हुआ पहले अवतल लेन्स पर आपतित होता है।

$$\therefore \text{अवतल लेन्स हेतु } u = -\infty$$

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{1}{-\infty} = \frac{1}{-20}$$

$$\Rightarrow v = -20\text{cm}$$

अर्थात् अवतल लेन्स से अपवर्तन के कारण ये किरणे उसके पीछे 20 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु से आती प्रतीत होती है। यह बिन्दु उत्तल लेन्स हेतु आभासी बिम्ब का कार्य करेगा।

$$\therefore \text{उत्तल लेन्स हेतु } u = -(20 + 8) = -28$$

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{f} + \frac{1}{u} = \frac{1}{30} - \frac{1}{28}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{14-15}{420} = -\frac{1}{420}$$

$$\Rightarrow v = -420\text{cm}$$

अर्थात् उत्तल लेन्स की ओर से देखने पर किरणे इससे पीछे की ओर 420 सेमी दूरी पर स्थित बिन्दु से आती प्रतीत होती है।

$$\text{इस बिन्दु की निकाय के केन्द्र से दूरी } 420 - \frac{8}{2} = 416\text{cm}$$

\therefore निकाय की फोकस दूरी -416 सेमी होनी चाहिए।

इस प्रकार हम देखते हैं की इस निकाय की फोकस दूरी आपतित किरण पूंज की दिशा पर निर्भर करती है अतः यह फोकस दूरी किसी भी रूप में उपयोगी नहीं है।

b. उत्तल लेन्स हेतु $u_1 = -40\text{cm}$, $f_1 = +30\text{cm}$, $h = -1.5\text{cm}$

$$\therefore \frac{1}{v_1} - \frac{1}{u_1} = \frac{1}{f_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{u_1} = \frac{1}{30} - \frac{1}{40} = \frac{4-3}{120}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{v_1} = \frac{1}{120}$$

$$\Rightarrow v_1 = +120\text{cm}$$

$$\therefore \text{अवतल लेन्स हेतु } u_2 = +(v_1 - 8) = +112\text{cm}$$

जबकि $f_2 = -20\text{cm}$

$$\therefore \frac{1}{v_2} - \frac{1}{u_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{v_2} + \frac{1}{u_2} = \frac{1}{-20} + \frac{1}{112} = \frac{-28+5}{560}$$

$$\Rightarrow v_2 = -\frac{560}{23}\text{cm}$$

\therefore तन्त्र द्वारा उत्पन्न आवर्धन

$$m = m_1 \times m_2 = \frac{v_1}{u_1} \times \frac{v_2}{u_2} = \frac{+120}{-40} \times \frac{\frac{-560}{23}}{112}$$

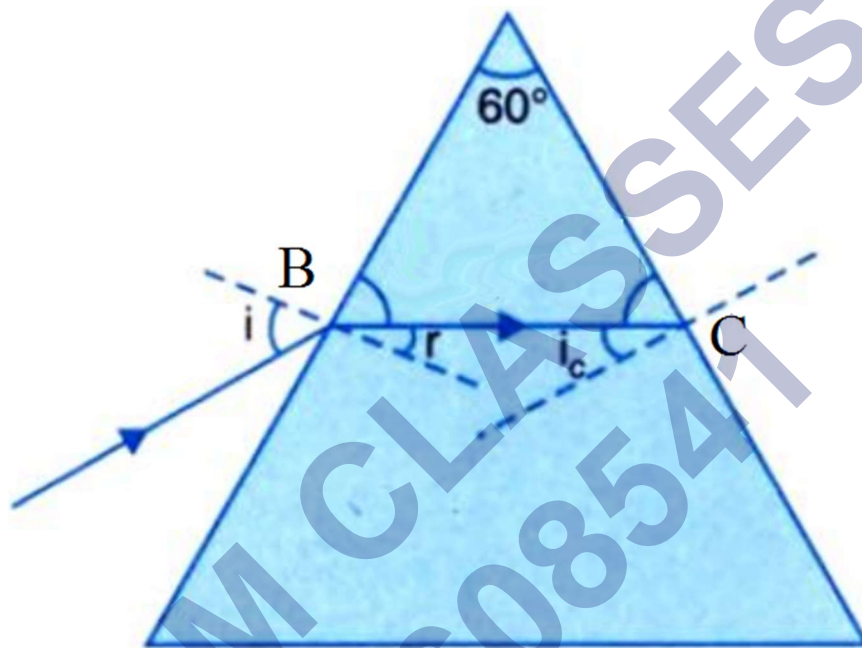
$$\Rightarrow m = \frac{15}{23} = 0.652$$

$$\therefore m = \frac{h'}{h} \text{ से } h' = h \times m = 1.5 \times 0.652 = 0.98\text{cm}$$

अतः प्रतिबिम्ब का आकार = 0.98 सेमी

प्रश्न 22 60° अपवर्तन कोण के प्रिज्म के फलक पर किसी प्रकाशकिरण को किस कोण पर आपतित कराया जाए कि इसका दूसरे फलक से केवल पूर्ण आन्तरिक परावर्तन ही हो? प्रिज्म के पदार्थ का अपवर्तनांक 1.524 है।

उत्तर-



$$A = 60^\circ, \text{ang} = 1.524$$

चित्र से, $90^\circ - r + 90^\circ - \theta + 60^\circ = 180^\circ$ ($\triangle ABC$) में

$$r + 60^\circ - \theta$$

$$\text{यदि } \theta = i_e \text{ हो तो } r = 60^\circ - i_e$$

$$\text{जबकि } \sin i_e = \frac{1}{\text{ang}} = \frac{1}{1.524} = 0.656$$

$$\Rightarrow i_e = \sin^{-1}(0.656) = 41^\circ$$

$$\text{अतः } r = 60^\circ - 41^\circ = 19^\circ$$

अतः बिन्दु B पर अपवर्तन हेतु

$${}_a n_g = \frac{\sin i}{\sin r}$$

$$\Rightarrow \sin i = {}_a n_g \times \sin r$$

$$\text{या } \sin i = 1.524 \times \sin 19^\circ = 0.5 = \frac{1}{2} = \sin 30^\circ$$

$$\text{अतः } i = 30^\circ$$

दूसरे फलन से पूर्ण आन्तरिक परावर्तन के लिए आवश्यक है कि किरण इस फलन पर क्रान्तिक कोण i_e से बड़े कोण पर गिरे।

$$\therefore r = 60^\circ - \theta$$

$$\text{तथा } \theta = i_e \text{ के लिए } r = 19^\circ, i = 30^\circ$$

$$\therefore \theta > i_e \text{ के लिए } r < 19^\circ$$

$$\Rightarrow i < 30^\circ$$

अतः दूसरे फलन से पूर्ण आन्तरिक परावर्तन हेतु आपतन कोण $\Rightarrow i < 30^\circ$

प्रश्न 23 कोई कार्ड शीट जिसे 1mm^2 साइज के वर्गों में विभाजित किया गया है, को 9 सेमी दूरी पर रखकर किसी आवर्धक लेन्स (9 सेमी फोकस दूरी का अभिसारी लेन्स) द्वारा उसे नेत्र के निकट रखकर देखा जाता है।

- लेन्स द्वारा उत्पन्न आवर्धन (प्रतिबिम्ब-साइज/ वस्तु-साइज) क्या है? आभासी प्रतिबिम्ब में प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल क्या है?
- लेन्स का कोणीय आवर्धन (आवर्धन क्षमता) क्या है?

c. क्या (a) में आवर्धन क्षमता (b) में आवर्धन के बराबर है? स्पष्ट कीजिए।

उत्तर-

a.

दिया है $u = -9$ सेमी, $f = +10$ सेमी

लेन्स के सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ से

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{f} + \frac{1}{u} = \frac{1}{10} - \frac{1}{9} = -\frac{1}{90}$$

$$v = -90\text{cm}$$

$$\text{आवर्धन } m = \frac{v}{u} = \frac{-90}{-9} = 10$$

आभासी प्रतिबिम्ब में प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल

$A_i = m^2 \times$ वस्तु के प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल

$$= (10)^2 \times 1\text{mm}^2 = 100\text{mm}^2$$

b.

$$\text{लेन्स की आवर्धन क्षमता } M = \frac{D}{F} = \frac{-25\text{cm}}{-9\text{cm}} = 2.8$$

c. बराबर नहीं है; क्योंकि लेन्स द्वारा उत्पन्न 'आवर्धन तथा लेन्स की आवर्धन क्षमता अलग-अलग भौतिक राशियाँ हैं। ये तभी बराबर होंगी यदि प्रतिबिम्ब नेत्र के निकट बिन्दु (= 25 सेमी) पर बने।

प्रश्न 24

- a. प्रश्न 23 में लेन्स को चित्र से कितनी दूरी पर रखा जाए ताकि वर्गों को अधिकतम संभव आवर्धन क्षमता के साथ सुस्पष्ट देखा जा सके।
- b. इस उदाहरण में आवर्धन (प्रतिबिम्ब-साइज़/ वस्तु-साइज़) क्या है?
- c. क्या इस प्रक्रम में आवर्धन, आवर्धन क्षमता के बराबर है? स्पष्ट कीजिए।

उत्तर-

- a. अधिकतम आवर्धन क्षमता के लिए, $v = D = -25$ सेमी, $f = 10$ सेमी

लेन्स के सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u}$ से

$$\Rightarrow \frac{1}{u} = \frac{1}{v} - \frac{1}{f} = -\frac{1}{25} - \frac{1}{10} = -\frac{7}{50}$$

$$u = -\frac{50}{7} \text{ सेमी} = -7.14 \text{ cm}$$

$$\text{आवर्धन, } m = \frac{v}{u} = \frac{-25}{\left(\frac{50}{7}\right)} = 3.5$$

b.

$$\text{आवर्धन क्षमता } m = \frac{D}{u} = \frac{-25}{\left(\frac{-50}{7}\right)} = 3.5$$

c.

हाँ, इस स्थिति में आवर्धन, आवर्धन क्षमता के बराबर है, क्योंकि प्रतिबिम्ब नेत्र के निकट बिन्दु $D = 25$ सेमी पर बनता है।

प्रश्न 25 प्रश्न 24 में वस्तु तथा आवर्धक लेन्स के बीच कितनी दूरी होनी चाहिए ताकि आभासी प्रतिबिम्ब में प्रत्येक वर्ग 6.25 mm क्षेत्रफल का प्रतीत हो? क्या आप आवर्धक लेन्स को नेत्र के अत्यधिक निकट रखकर इन वर्गों को सुस्पष्ट देख सकेंगे।

उत्तर- दिया है, $f = 10$ सेमी, वस्तु के प्रत्येक वर्ग को क्षेत्रफल $A_0 = 1 \text{ मिमी}^2$

प्रतिबिम्ब के प्रत्येक वर्ग का क्षेत्रफल, $A_1 = 6.25 \text{ मिमी}^2$

क्षेत्रीय आवर्धन,

$$\text{चूँकि } m = \frac{v}{u}$$

$$v = mu = 2.5u$$

$$\text{लेन्स के सूत्र } \frac{1}{f} = \frac{1}{v} - \frac{1}{u} \text{ से}$$

$$\frac{1}{10} = \frac{1}{2.5u} - \frac{1}{u}$$

$$\Rightarrow u = -6\text{cm}$$

$$\therefore v = 2.5u = -2.5 \times 6$$

$$= -15\text{cm}$$

चूँकि आभासी प्रतिबिम्ब 15 सेमी पर है तथा स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी 25 सेमी है। अतः प्रतिबिम्ब नेत्र को सुस्पष्ट दिखाई नहीं देगा।

प्रश्न 26 निम्नलिखित प्रश्न का उत्तर दीजिए-

- किसी वस्तु द्वारा नेत्र पर अन्तरित कोण आवर्धक लेन्स द्वारा उत्पन्न आभासी प्रतिबिम्ब द्वारा नेत्र पर अन्तरित कोण के बराबर होता है। तब, फिर किन अर्थों में कोई आवर्धक लेन्स कोणीय आवर्धन प्रदान करता है?
- किसी आवर्धक लेन्स से देखते समय प्रेक्षक अपने नेत्र को लेन्स से अत्यधिक सटाकर रखता है। यदि प्रेक्षक अपने नेत्र को पीछे ले जाए तो क्या कोणीय आवर्धन परिवर्तित हो जाएगा?

- c. किसी सरल सूक्ष्मदर्शी की आवर्धन क्षमता उसकी फोकस दूरी के व्युत्क्रमानुपाती होती है। तब हमें अधिकाधिक आवर्धन क्षमता प्राप्त करने के लिए कम-से-कम फोकस दूरी के उत्तल लेन्स का उपयोग करने से कौन रोकता है?
- d. किसी संयुक्त सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक लेन्स तथा नेत्रिका लेन्स दोनों ही की फोकस दूरी कम क्यों होनी चाहिए?
- e. संयुक्त सूक्ष्मदर्शी द्वारा देखते समय सर्वोत्तम दर्शन के लिए हमारे नेत्र, नेत्रिका पर स्थित न होकर उससे कुछ दूरी पर होने चाहिए। क्यों? नेत्र तथा नेत्रिका के बीच की यह अल्प दूरी कितनी होनी चाहिए?

उत्तर-

- a. आवर्धक लेन्स के बिना वस्तु को देखते समय उसे नेत्र से 25 सेमी से कम दूरी पर नहीं रखा जा सकता, परन्तु लेन्स की सहायता से वस्तु को देखते समय वस्तु को अपेक्षाकृत नेत्र के अधिक समीप रखा जा सकता है जिससे कि अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बने। इस प्रकार कोणीय साइज में वृद्धि वस्तु को नेत्र के समीप रखने के कारण होती है।
- b. हाँ, क्योंकि इस स्थिति में प्रतिबिम्ब द्वारा नेत्र पर बना दर्शन कोण, उसके द्वारा लेन्स पर बने दर्शन कोण से कुछ छोटा हो जाएगा।
- c. एक-तो अत्यन्त कम फोकस दूरी के लेन्सों (मोटे लेन्सों) को बनाने की प्रक्रिया आसान नहीं है, दूसरे फोकस दूरी घटने के साथ लेन्सों में विपथन का दोष बढ़ने लगती है। इससे उनके द्वारा बने प्रतिबिम्ब अस्पष्ट हो जाते हैं। व्यवहार में किसी एकल उत्तल लेन्स द्वारा 3 से अधिक आवर्धन प्राप्त करना सम्भव नहीं है परन्तु विपथन के दोष से मुक्त लेन्स द्वारा कहीं अधिक आवर्धन (लगभग 10) प्राप्त किया जा सकता है
- d. सूक्ष्मदर्शी के अभिदृश्यक का आवर्धन

$$\frac{v_o}{|u_o|} = \frac{1}{\left(\frac{|u_o|}{f_o} - 1\right)}$$

होता है इससे स्पष्ट है की इस आवर्धन को बढ़ाने के लिए $|u_o|$ मान f_o से कुछ अधिक होना चाहिए परन्तु सूक्ष्मदर्शी समीप की वस्तुओं को देखने के लिए प्रयोग किया जाता है जो अभिविद्यक के समीप राखी जाती है अतः इस वस्तुओं के लिए $|u_o|$ का मन काम होता है इसलिए f_o का मान और भी काम रखना पड़ता है।

नेत्रिक का आवर्धन $\left(1 + \frac{D}{f_e}\right)$ होता है अतः स्पष्ट है की इसे बढ़ाने के लिए f_e का मान काम रखा जाता है।

- e. संयुक्त सूक्ष्मदर्शी में वस्तु से चलने वाला प्रकाश अभिविद्यक से गुजरने के बाद नेत्रिका से गुजरकर आँख तक पहुँचता है। वस्तु का प्रतिबिम्ब स्पष्ट देखने के लिए आवश्यक है कि वस्तु से चलने वाला अधिकतम प्रकाश नेत्र में पहुँचे। वस्तु से चलने वाले प्रकाश को अधिकतम मात्रा में ग्रहण करने के लिए ही नेत्र को नेत्रिका से अत्यल्प दूरी पर रखा जाता है। यह अत्यल्प दूरी यन्त्र की संरचना पर निर्भर करती है तथा उस पर लिखी गई होती है।

प्रश्न 27 1.25 सेमी फोकस दूरी का अभिविद्यक तथा 5 सेमी फोकस दूरी की नेत्रिका का उपयोग करके वांछित कोणीय आवर्धन (आवर्धन क्षमता) $30\times$ होता है। आप संयुक्त सूक्ष्मदर्शी का समायोजन कैसे करेंगे?

उत्तर- जब अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दृष्टि की न्यूनतम दूरी पर बनता है तो यह संयुक्त सूक्ष्मदर्शी का सामान्य समायोजन होता है। इसमें

नेत्रिका का कोणीय आवर्धन

$$m_e = \left(1 + \frac{D}{f_e}\right) = \left(1 + \frac{25}{5}\right) = 6$$

दिया है कुल आवर्धन $M = 30$

$$\therefore M = m_o \times m_e$$

$$\Rightarrow \text{अभिदृश्यक का आवर्धन } m_o = \frac{M}{m_e}$$

$$\therefore m_o = \frac{30}{6} = 5$$

(यह आवर्धन ऋणात्मक होगा चूँकि अभिदृश्यक द्वारा बना प्रतिबिम्ब उल्टा होगा)

$$\text{अर्थात् } m_o = -5$$

$$\text{अतः } m_o = \frac{v_o}{u_o}$$

$$\Rightarrow v_o = m_o \times u_o = -5u_o$$

$$\therefore \frac{1}{f_o} = \frac{1}{v_o} - \frac{1}{u_o}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-1.25} = \frac{1}{-5u_o} - \frac{1}{u_o} = \frac{-6}{5u_o}$$

$$\Rightarrow u_o = -\frac{-1.25 \times 6}{5} = -1.5$$

$$\therefore v_o = -5u_o = -5 \times 1.5 \text{ cm} = 7.5 \text{ cm}$$

नेत्रिका के लिए सूत्र $\frac{1}{f_e} = \frac{1}{v_e} - \frac{1}{u}$ का प्रयोग करते हुए

$$\frac{1}{u_e} = \frac{1}{v_e} - \frac{1}{f_e} = \frac{1}{-25} - \frac{1}{5} = -\frac{6}{25}$$

$$\Rightarrow u_e = -\left(\frac{25}{6}\right) \text{cm} = -4.17 \text{cm}$$

$$\text{अब लेन्सों के बिच की दूरी } l = |v_o| + |u_e| = 7.5 \text{cm} + 4.17 \text{cm}$$

$$= 11.67 \text{ सेमी}$$

अतः संयुक्त सूक्ष्मदर्शी के समायोजन में अभिदृश्यक तथा नेत्रिका को परस्पर 11.67 सेमी दूरी पर रखना होगा तथा वस्तु को अभिदृश्यक के सामने इससे 1.5 सेमी की दूरी पर रखना होगा।

प्रश्न 28 किसी दूरबीन के अभिदृश्यक की फोकस दूरी 140 सेमी तथा नेत्रिका की फोकस दूरी 5.0 सेमी है। दूर की वस्तुओं को देखने के लिए दूरबीन की आवर्धन क्षमता क्या होगी जब-

- दूरबीन का समायोजन सामान्य है (अर्थात् अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर बनता है)।
- अन्तिम प्रतिबिम्ब स्पष्ट दर्शन की अल्पतम दूरी (25 सेमी) पर बनता है

उत्तर-

$$\text{a. दूरदर्शी हेतु } f_o = 140 \text{cm}, f_e = 5.0 \text{cm}$$

$$\text{जब अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर है तब आवर्धन क्षमता } M = \frac{f_o}{f_e} = \frac{140}{5} = 28$$

$$\text{b. दूरदर्शी हेतु } f_o = 140 \text{cm}, f_e = 5.0 \text{cm}$$

जब अन्तिम प्रतिबिम्ब निकट बिन्दु पर है तब आवर्धन क्षमता

$$M = \frac{f_o}{f_e} \left(1 + \frac{f_e}{D}\right) = \frac{140}{5} \left(1 + \frac{5.0}{25}\right) = 33.6$$

प्रश्न 29

- a. प्रश्न 28 (a) में वर्णित दूरबीन के लिए अभिश्यक लेन्स तथा नेत्रिका के बीच पृथक्कन दूरी क्या है?
- b. यदि इस दूरबीन का उपयोग 3km दूर स्थित 100m ऊँची मीनार को देखने के लिए किया जाता है तो अभिश्यक द्वारा बने मीनार के प्रतिबिम्ब की ऊँचाई क्या है?
- c. यदि अन्तिम प्रतिबिम्ब 25cm दूर बनता है तो अन्तिम प्रतिबिम्ब में मीनार की ऊँचाई क्या है?

उत्तर-

- a. यदि अन्तिम प्रतिबिम्ब अनन्त पर है तो $|v_o| = f_o |u_e| = f_e$

$$\therefore \text{नेत्रिका व अभिश्यक के बिच दुरी } L = |v_o| + |u_e| = f_o + f_e = 140 + 5.0 = 145.0\text{cm}$$

- b. इस दशा में $u_o = 3000\text{m}$, $h = 100\text{m}$

$$f_o = 140\text{cm}, h' = ?$$

$$\text{अभिश्यक पर वास्तु द्वारा बना कोण} = \frac{h}{u_o}$$

$$\text{जबकि प्रतिबिम्ब द्वारा बना कोण} = \frac{h'}{f_o}$$

$$\therefore \frac{h'}{f_o} = \frac{h}{u_o}$$

$$\Rightarrow h' = \frac{h}{u_o} \times f_o = \left(\frac{10}{3000} \right) \times 140\text{cm}$$

$$\Rightarrow \text{प्रतिबिम्ब की लम्बाई } h' = 4.7\text{cm}$$

- c. \therefore इस दशा में $v_e = -D = -25\text{cm}$, $f_e = 5\text{cm}$

$$\therefore \frac{1}{-25} - \frac{1}{u_e} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{u_e} = \frac{1}{25} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{u_e} = \frac{1+5}{25}$$

$$\Rightarrow u_e = \frac{25}{6} \text{ cm}$$

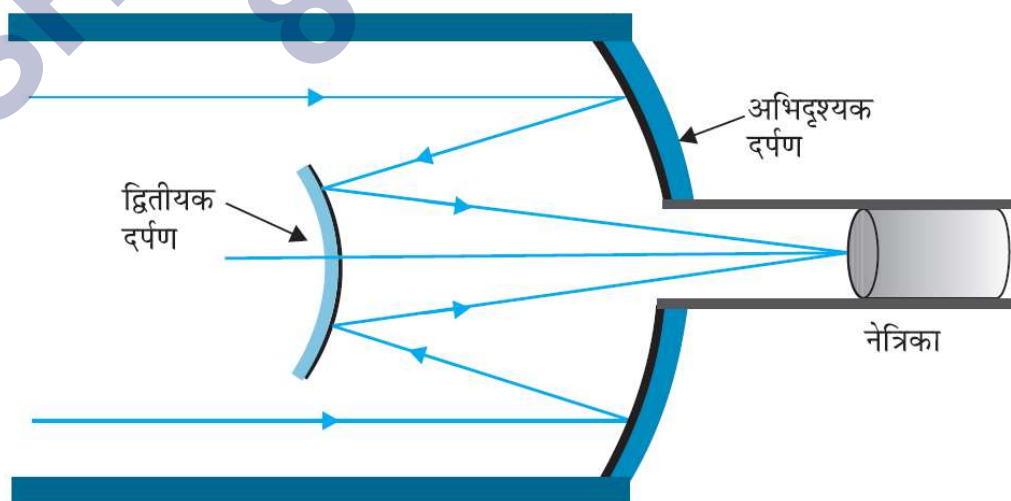
$$\therefore \text{नेत्रिका का आवर्धन} = \frac{v_e}{u_e} = \frac{25}{\frac{25}{6}} = 6$$

यदि नेत्रिका द्वारा बने अन्तिम प्रतिबिम्ब की लम्बाई h'' हे तो

$$\frac{h''}{h'} = 6$$

$$\Rightarrow h'' = 6h' = 6 \times 4.7 \approx 28 \text{ cm}$$

प्रश्न 30 किसी कैसेग्रेन दूरबीन में चित्र में दर्शाए अनुसार दो दर्पणों का प्रयोग किया। द्वितीयक गया है। इस दूरबीन में दोनों दर्पण एक-दूसरे से 20mm दूर रखे गए हैं। यदि बड़े दर्पण की वक्रता त्रिज्या 220mm हो तथा छोटे दर्पण की वक्रता त्रिज्या 140mm हो तो अनन्त पर रखे किसी बिम्ब का अन्तिम प्रतिबिम्ब कहाँ बनेगा?



उत्तर- दिया है- बड़े दर्पण की वक्रता त्रिज्या $R_1 = -22$ सेमी

छोटे दर्पण की वक्रता त्रिज्या $R_2 = 14$ सेमी

अतः बड़े दर्पण (अभिदृश्यक) की फोकस दूरी

$$f_1 = \frac{R_1}{2} = -11 \text{ सेमी}$$

तथा छोटे दर्पण की फोकस दूरी

$$f_2 = \frac{R_2}{2} = 7$$

दर्पणों बिच की दूरी $d = 20$ मिमी = 2 सेमी

चूँकि वस्तु अनंत पर है, अतः $u = \infty$

जैसा कि रेखाचित्र में प्रदर्शित है, वस्तु का अंतिम प्रतिबिम्ब अभिदृश्य दर्पण के पीछे बनता है जिसे नेत्रिका में से देखते हैं।

अनन्त पर स्थित वस्तु से आती किरणें अभिदृश्य के मुख्य फोकस पर मिलने को होती हैं, परन्तु इससे पहले ही कम फोकस दूरी का अवतल दर्पण बिच में आ जाता है।

अभिदृश्य के लिए $u = -\infty$, $f_1 = 11\text{cm}$ $v = ?$

गोलीय दर्पण के सूत्र $\frac{1}{u} + \frac{1}{v} = \frac{1}{f}$ से

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u}$$

$$= -\frac{1}{11} + \frac{1}{\infty} = -\frac{1}{11}$$

अथवा $v = -11\text{cm}$

= अभिवृत्त से दूरी

$$\therefore \text{उत्तल दर्पण से दूरी } x = -(v + d) = -(-11 + 2) = +9\text{cm}$$

यह उत्तल दर्पण के लिए आभासी वस्तु का कार्य करता है।

$$\therefore u' = 9\text{cm}$$

$$f' = f_2 = 7\text{cm}$$

v' = अंतिम प्रतिबिम्ब की दूरी = ?

पुनः गोलीय दर्पण के सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ से

$$\frac{1}{7} = \frac{1}{v'} + \frac{1}{9}$$

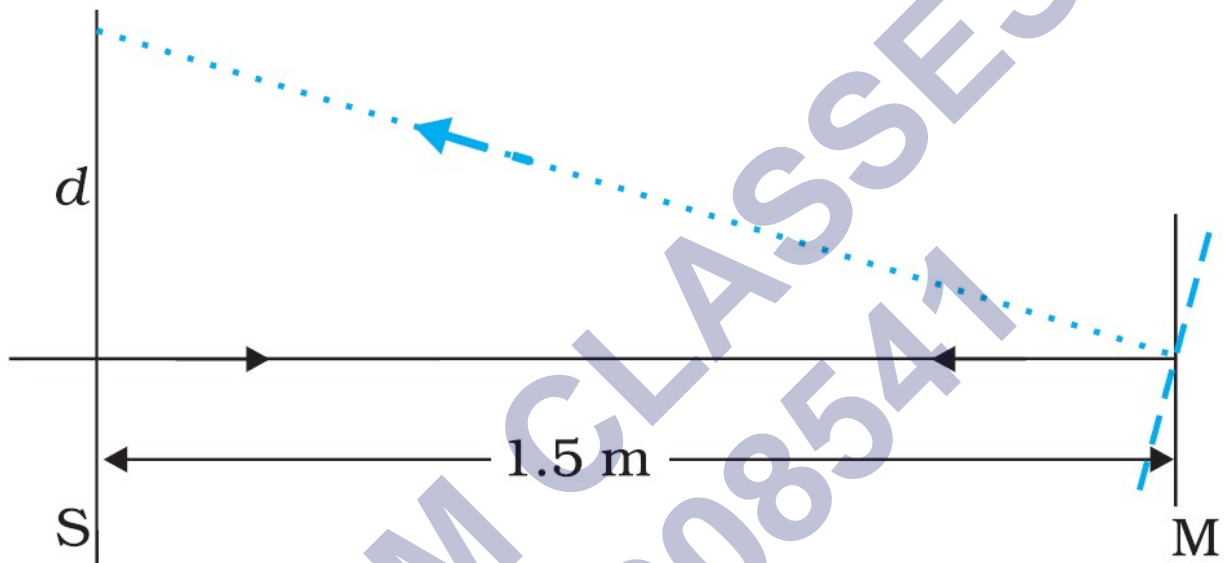
$$\text{अथवा } \frac{1}{v'} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9} = \frac{9-7}{63} = \frac{2}{63}$$

$$\therefore v' = \frac{63}{2} = 31.5 \text{ cm}$$

अर्थात् प्रतिबिम्ब छोटे (उत्तल) दर्पण के सामने दर्पण से 31.5 सेमी दूर बनता है।

अतः इस प्रतिबिम्ब की अभिवृत्त से दूरी = $31.5 - 2 = 29.5$ सेमी होगी।

प्रश्न 31 किसी गैल्वेनोमीटर की कुण्डली से जुड़े समतल दर्पण पर लम्बवत आपतित प्रकाश (चित्र) दर्पण से टकराकर अपना पथ पुनः अनुरेखित करता है। गैल्वेनोमीटर की कुण्डली में प्रवाहित कोई धारा दर्पण में 3.5° का परिक्षेपण उत्पन्न करती है। दर्पण के सामने 1.5m की दूरी पर रखे परदे पर प्रकाश के परावर्ती चिह्न में कितना विस्थापन होगा?



उत्तर-

जब दर्पण में $\theta = 3.5^\circ$ का विक्षेप उत्पन्न होता है, तब प्रकाश किरण दुगुने कोण (अर्थात् $2\theta = 2 \times 3.5^\circ = 7^\circ$) में घूमती है।

अतः $R = 1.5\text{m}$ दूरी पर रखे परदे पर प्रकाश चिह्न का विस्थापन

$$d = R \times 2\theta \quad (\because \text{चाय} = \text{कोण} \times \text{त्रिज्या})$$

$$\Rightarrow d = 1.5 \times \frac{7^\circ \times \pi}{180^\circ} = 0.184\text{m} = 18.4\text{cm}$$

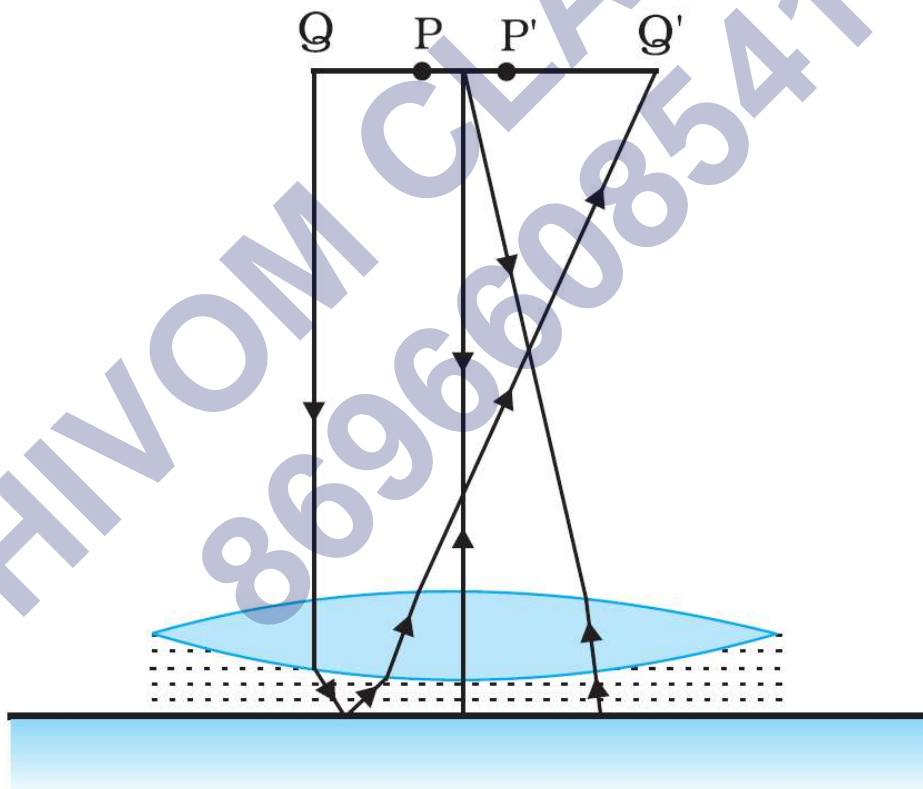
प्रश्न 32 चित्र में कोई समोत्तल लेन्स (अपवर्तनांक 1.50) किसी समतल दर्पण के फलक पर किसी द्रव की परत के सम्पर्क में दर्शाया गया है। कोई छोटी सुई जिसकी नोक मुख्य अक्ष पर है, अक्ष के अनुदिश ऊपर-नीचे गति कराकर इस प्रकार समायोजित की जाती है कि सुई की नोक का उल्टा

प्रतिबिम्ब सुई की स्थिति पर ही बने। इस स्थिति में सुई की लेन्स से दूरी 45.0 सेमी है। द्रव को हटाकर प्रयोग को दोहराया जाता है। नयी दूरी 30.0 सेमी मापी जाती है। द्रव का काम अपवर्तनांक क्या है?

उत्तर-

द्रव को हटाकर प्रयोग करते समय इस स्थिति में सुई से चलने वाली किरणों काँच के लेन्स से अपवर्तित होकर समतल दर्पण पर अभिलम्बवत् आपतित होती हैं। दर्पण इन किरणों को वापस उन्हीं के मार्ग पर लौटा देता है जिससे किरणें वापस सुई की स्थिति में ही प्रतिबिम्ब बनाती हैं।

यह स्पष्ट है कि दर्पण की अनुपस्थिति में लेन्स से अपवर्तित किरणें अनन्त पर मिलती हैं।



∴ काँच के लेन्स हेतु $u = -30\text{cm}$, $v = \infty$

माना फोकस दूरी f_1

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f_1} \text{ से } \frac{1}{\infty} - \frac{1}{-30} = \frac{1}{f_1}$$

∴ लेन्स की फोकस दूरी $f_1 = 30\text{cm}$

यदि इसके प्रत्येक तल की वक्रता त्रिज्या R हे, तब

$$R_1 = +R, R_2 = -R, n = 1.5$$

$$\therefore \frac{1}{f_1} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{30} = (1.5 - 1) \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} \right) = 0.5 \times \frac{2}{R}$$

$$\Rightarrow R = 30\text{cm}$$

द्रव के साथ प्रयोग करते समय इस स्थिति में काँच के लेन्स तथा समतल दर्पण के बिच एक द्रव का लेन्स भी बना हे। माना इस द्रव लेन्स की फोकस दूरी f_2 है। तब संयुक्त लेन्स हेतु,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \dots (1)$$

परन्तु संयुक्त लेन्स हेतु, $u = -45.0\text{cm}$, $v = \infty$

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{F}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\infty} - \frac{1}{-45} = \frac{1}{F}$$

$$\Rightarrow F = 45\text{cm}$$

$$\frac{1}{45} = \frac{1}{30} + \frac{1}{f_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{f_2} = \frac{1}{45} - \frac{1}{30} = \frac{2-3}{90}$$

$$\Rightarrow f_2 = -90\text{cm}$$

स्पष्ट हे की द्रव लेन्स के प्रथम ताल की वक्रता त्रिज्या काँच लेन्स के वक्र तल की वक्रता-त्रिज्या के बराबर है।

∴ द्रव लेन्स हेतु $R_1 = -30\text{cm}$, $r_2 = \infty$

माना द्रव का अपवर्तनांक n हे तब

$$\frac{1}{f_2} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{-90} = (n - 1) \left(\frac{1}{-30} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\text{या } -\frac{1}{90} = -\frac{(n-1)}{30}$$

$$n - 1 = \frac{30}{90} = 0.33$$

∴ द्रव का अपवर्तनांक $n = 1.33$