

गणित

अध्याय-8: राशियों की तुलना



राशियों की तुलना सम्बंधी मुख्य अवधारणाएं और परिणाम

1. दो मात्राओं की तुलना करने के लिए, उनकी इकाइयाँ समान होनी चाहिए।
2. दो अनुपातों की तुलना, उन्हें समान हर वाली भिन्नों में बदल कर की जा सकती है। यदि दोनों समान हर वाली भिन्नें समान हैं तब हम कहते हैं कि दोनों अनुपात भी तुल्य अनुपात हैं।
3. यदि दो अनुपात तुल्य हैं तब उनके चारों पद एक समानुपात बनाते हैं। उदाहरण के लिए दो अनुपात 8:2 तथा 16:4 तुल्य हैं; अतः 8, 2, 16 तथा 4 समानुपात में हैं।
4. तुलना करने की एक विधि प्रतिशत भी है। भिन्न, जिनके हर 100 होते हैं, उनके अंश, प्रतिशत प्रकट करते हैं। प्रतिशत का अर्थ होता है प्रत्येक सौ पर मात्राओं की तुलना करने का एक तरीका प्रतिशत है। प्रतिशत लैटिन शब्द 'प्रति सेंटम' से लिया गया है जिसका अर्थ है 'प्रति सौ'।
5. प्रतिशत को % प्रतीक द्वारा दर्शाया जाता है और इसका अर्थ सौवां भी होता है।
6. भिन्नों को प्रतिशत में बदला जा सकता है और प्रतिशत को भिन्न में बदल सकते हैं।
7. दशमलव को प्रतिशत में भी बदला जा सकता है और प्रतिशत को दशमलव में बदल सकते हैं।

क्रय विक्रय तथा प्रतिशत के नियम

1. किसी भी वस्तु का क्रय मूल्य उसका लागत मूल्य कहलाता है। इसको संक्षेप में सी.पी. भी लिखा जाता है।
2. जिस कीमत पर कोई वस्तु बेची जाती है, उसे उसका विक्रय मूल्य के रूप में जाना जाता है।
3. यदि सीपी < एसपी, तो लाभ होता है और लाभ = एसपी - सीपी। 11. यदि सीपी = एसपी, कोई लाभ या हानि नहीं है। 12. यदि $CP > SP$, तो हानि होती है और हानि = $CP - SP$ ।
4. लाभ प्रतिशत = $\frac{\text{लाभ} \times 100}{CP}$
5. हानि प्रतिशत = $\frac{\text{हानि} \times 100}{CP}$
6. 'प्रिंसिपल' P, का अर्थ है उधार लिया हुआ धन।

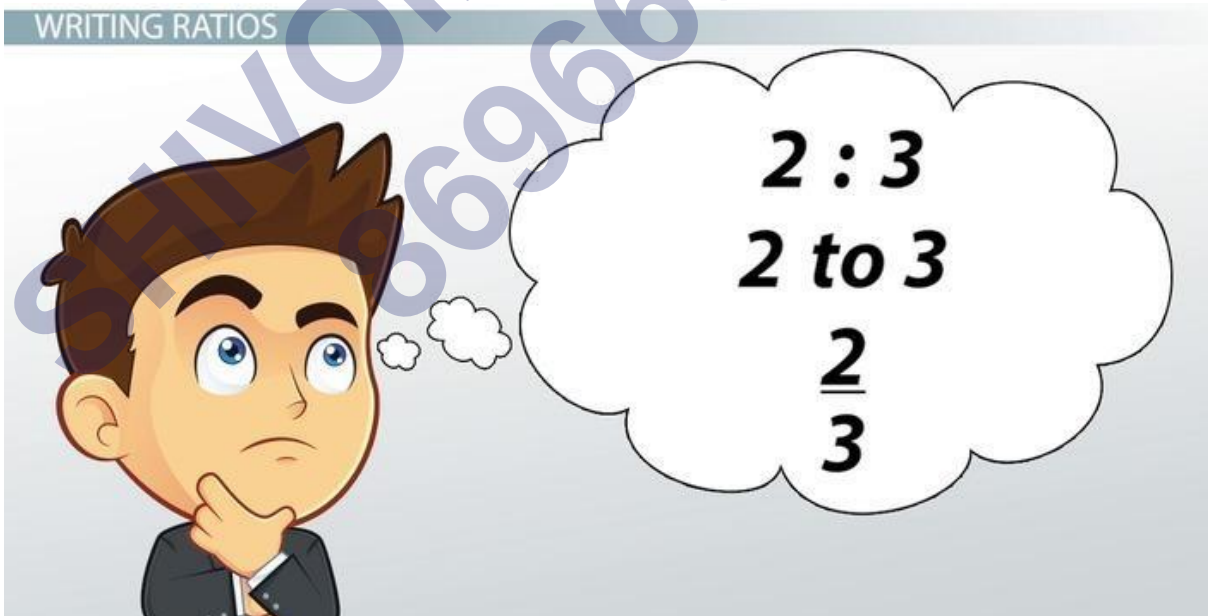
7. उधार लिए गए धन का दिए गए समय तक उपयोग करने के लिए उधारकर्ता द्वारा भुगतान किया गया अतिरिक्त धन को 'ब्याज' कहा जाता है।
8. जिस अवधि के लिए पैसा उधार लिया जाता है उसे 'समय अवधि' कहा जाता है।
9. भुगतान किए जाने वाले ब्याज का निर्धारण करने के लिए, हमारे पास 'ब्याज दर' है।
10. ब्याज दर आम तौर पर प्रति वर्ष प्रतिशत में दी जाती है।
11. प्रति वर्ष ब्याज की R% दर पर P के मूलधन पर, साधारण ब्याज (सरल) T साल के लिए भुगतान किया है: $I = \frac{P \times R \times T}{100}$
12. ब्याज या मूलधन P सहित भुगतान की गई कुल राशि A कहलाती है: इस प्रकार $A = P + I$

अनुपात

अनुपात का उपयोग दो मात्राओं की तुलना करने के लिए किया जाता है। इन मात्राओं में समान इकाइयाँ होनी चाहिए।

अनुपात को ":" द्वारा दर्शाया जाता है, जिसे "से" के रूप में पढ़ा जाता है। इसे हम भिन्न के रूप में लिख सकते हैं।

WRITING RATIOS



उदाहरण

सैम और जॉन की ऊंचाई का अनुपात लिखें, जहां सैम की ऊंचाई 175 सेमी और जॉन की ऊंचाई 125 सेमी है।

समाधान

सैम की ऊंचाई और जॉन की ऊंचाई का अनुपात $175:125 = 7:5$ है।
इसे हम भिन्न में $7/5$ के रूप में लिख सकते हैं।

समतुल्य अनुपात

तुल्य अनुपात तुल्य भिन्नों के समान होता है, इसलिए तुल्य अनुपात ज्ञात करने के लिए हमें इसे भिन्न के रूप में लिखना होगा। समतुल्य अनुपात ज्ञात करने के लिए हमें अंश और हर को समान संख्या से गुणा या भाग करना होगा।

उदाहरण

$5:20$ के दो तुल्य अनुपात ज्ञात कीजिए।

समाधान

पहले इसे 2 से गुणा करें।

$$\frac{5}{20} \times \frac{2}{2} = \frac{10}{40}$$

Then divide it by 5

$$\frac{10}{40} \div \frac{5}{5} = \frac{2}{8}$$

तो दो बराबर अनुपात $10:40$ और $2:8$ हैं।

यह तुलना करने के लिए कि दो अनुपात समतुल्य हैं या नहीं, हमें उन्हें भिन्न के रूप में बदलने की आवश्यकता है। जैसे भिन्न समान हर वाली भिन्न होती हैं।

उदाहरण

जाँच कीजिए कि क्या अनुपात $2:3$ और $3:4$ समतुल्य नहीं हैं?

समाधान

जाँच करने के लिए, सबसे पहले, हमें उनके हर को समान बनाना होगा।

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} \text{ Which means } \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

अतः $2:3$ का अनुपात $3:4$ के बराबर नहीं है।

अनुपात

अनुपात दो अनुपातों के बीच समानता को दर्शाता है। यदि दो अनुपात समानुपात में हों तो ये बराबर होने चाहिए।



$$\frac{\text{the actual height of building}}{\text{actual height of tree}} = \frac{\text{height of building in drawing}}{\text{height of the tree in the drawing}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

अनुपात की समस्याओं को कैसे हल करें?

उदाहरण

यदि 8 स्ट्रॉबेरी का मूल्य रु. 64 तो 25 स्ट्रॉबेरी की कीमत क्या होगी।



समाधान

एकात्मक विधि का उपयोग करना

8 स्ट्रॉबेरीस की कीमत 64 है

1 स्ट्रॉबेरीस की कीमत $\frac{64}{8}$ रुपये

25 स्ट्रॉबेरीस की कीमत $\frac{64}{8} \times 25 = 200$ रुपये

अनुपात का उपयोग कर समाधान

माना 25 स्ट्रॉबेरी का मूल्य = रु. एक्स

Then $8:25 = 64:x$

$$\frac{8}{25} = \frac{64}{x}$$

To solve this we use the cross-Multiplication



$$x = \frac{64 \times 25}{8} = 200$$

अतः 25 स्ट्रॉबेरी का मूल्य रु. 200

प्रतिशत

प्रतिशत तुलना का एक और तरीका है। अनुपातों में हमें हर को समान बनाना है तभी हम उनकी तुलना कर सकते हैं लेकिन प्रतिशत में हम दी गई मात्रा के प्रतिशत की गणना करके तुलना कर सकते हैं।

प्रतिशत 100 हर वाली भिन्न का अंश है।

प्रतिशत का प्रतीक



1 सौ में से एक या एक सौवां = $1\% = \frac{1}{100} = 0.01$

यह प्रतिशत दिखाता है यदि मात्रा की कुल संख्या सौ है। = $\frac{\%}{100}$

उदाहरण

यदि लड़कों की संख्या 55 है और लड़कियों की संख्या 45 है, तो 100 छात्रों की कक्षा में लड़कों और लड़कियों का प्रतिशत क्या है?

समाधान

$$\text{Percentage of Girls} = \frac{\text{Number of girls}}{\text{Total number of students in class}} = \frac{45}{100} = 45\%$$

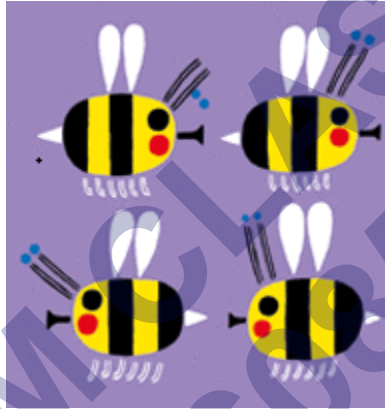
$$\text{Percentage of Boys} = \frac{\text{Number of Boys}}{\text{Total number of students in class}} = \frac{55}{100} = 55\%$$

प्रतिशत यदि योग सौ नहीं है

यदि मात्राओं की कुल संख्या सौ नहीं है अर्थात् हर सौ नहीं है तो प्रतिशत ज्ञात करने के लिए हमें हर को 100 बनाना होगा।

उदाहरण

4 मधुमक्खियों में से 2 दाईं ओर जा रही हैं और 2 बाईं ओर जा रही हैं। तो कितने प्रतिशत मधुमक्खियां सही जा रही हैं?



समाधान

एकात्मक विधि

4 मधुमक्खियों में से, सही जाने वाली मधुमक्खियों की संख्या 2 है। इसलिए, 100 में से, सही जाने वाली मधुमक्खियों की संख्या है

$$\frac{2}{4} \times 100 = 50\%$$

हर को 100 . बनाकर

4 मधुमक्खियों में से दाईं ओर जाने वाली मधुमक्खियों की संख्या 2 होती है।

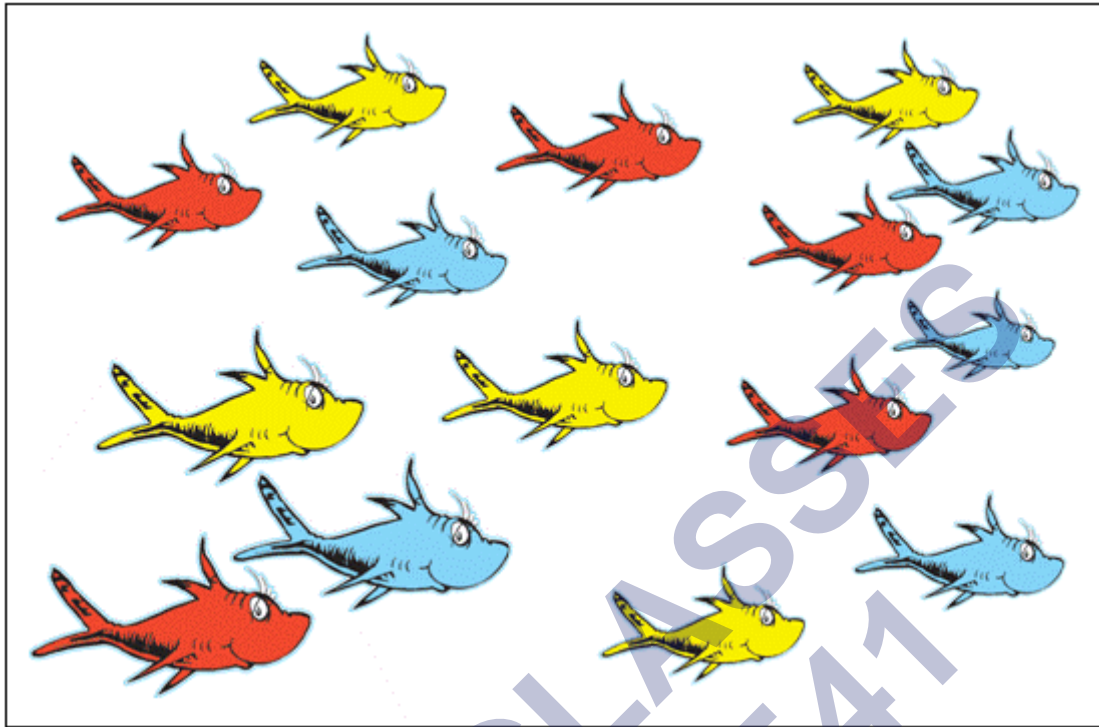
$$\frac{2}{4} = \frac{2}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{50}{100} = 50\%$$

भिन्नात्मक संख्याओं को प्रतिशत में बदलना

भिन्नात्मक संख्याओं का हर अलग-अलग होता है और उन्हें प्रतिशत में बदलने के लिए हमें भिन्न को 100% से गुणा करना होता है।

उदाहरण

15 मछलियों में से 5 लाल हैं। लाल मछलियों का प्रतिशत कितना होता है?



समाधान

$$\text{Percentage of red fishes} = \frac{5}{15} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

दशमलव को प्रतिशत में बदलना

दशमलव को प्रतिशत में बदलने के लिए, पहले हमें दशमलव को भिन्न में बदलना होगा और फिर इसे 100% से गुणा करना होगा।

उदाहरण

0.65 को प्रतिशत में बदलें।

समाधान

दशमलव को 100% से गुणा करें।

$$0.65 = 0.65 \times 100\%$$

$$= \frac{65}{100} \times 100\%$$

$$= 65\%$$

प्रतिशत को भिन्न या दशमलव में बदलना

प्रतिशत को भिन्न या दशमलव में बदलने के लिए हम उपरोक्त प्रक्रिया को उलट सकते हैं।

Percent	2%	23%	56%
Fraction	$\frac{2}{100}$	$\frac{23}{100}$	$\frac{56}{100}$
Decimal	0.02	0.23	0.56

पुर्जे हमेशा एक संपूर्ण देने के लिए जोड़ते हैं

यदि हम पूर्ण के एक भाग को जानते हैं तो हम दूसरे भाग को खोज सकते हैं क्योंकि सभी भाग मिलकर पूर्ण या 100% बनाते हैं।

उदाहरण

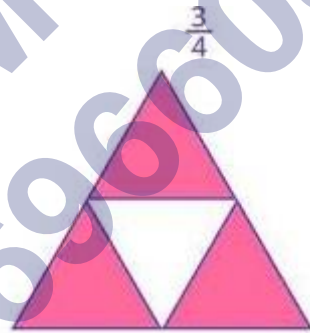
यदि 100 कर्मचारियों के कार्यालय में 25 पुरुष हों तो शेष 75 महिलाएं होंगी। इसका मतलब है कि अगर 25% पुरुष हैं $(100\% - 25\%) = 75\%$ महिलाएं हैं।

अनुमान के साथ मज़ा

प्रतिशत की सहायता से हम किसी क्षेत्र के भागों का अनुमान लगा सकते हैं।

उदाहरण

दी गई आकृति का कितना प्रतिशत छायांकित है?



समाधान

सबसे पहले, हमें छायांकित भाग का भिन्न ज्ञात करना होगा।

Out of four parts, 3 are shaded so the fraction will be $\frac{3}{4}$.

Percentage of the shaded portion $= \frac{3}{4} \times 100 = 75\%$

प्रतिशत का उपयोग

- प्रतिशत की व्याख्या

वास्तविक जीवन में प्रतिशत का उपयोग करने के लिए हमें प्रतिशत की व्याख्या करने में सक्षम होना चाहिए।

उदाहरण

अगर हम कहें कि सीमा अपनी आय का 20% खर्च कर रही है तो इसका मतलब है कि सीमा रुपये खर्च कर रही है। प्रत्येक रु. में से 25 रु. 100 वह कमाती है।

- प्रतिशत को "कितने" में परिवर्तित करना।

उदाहरण

यदि एक कक्षा में 45 छात्रों में से 20% छात्रों को डिस्टिंक्शन मिलता है, तो कितने छात्रों को डिस्टिंक्शन मिला?

समाधान

भेद पाने वाले विद्यार्थियों की संख्या = $[20/100] \times 45 = 9$

अतः 45 में से 9 छात्रों को डिस्टिंक्शन मिला।

- प्रतिशत से अनुपात

उदाहरण

यदि लाभ रु. 2500 को तीन साझेदारों में इस प्रकार विभाजित किया जाता है कि A, B और C को क्रमशः लाभ के दो भाग, तीन भाग और पाँच भाग मिले। प्रत्येक को कितना पैसा मिलेगा? उन्हें लाभ का कितना प्रतिशत मिलता है?

हल-

तीनों भागीदारों को 2:3:5 के अनुपात में लाभ मिल रहा है, तो भागों का योग है $2 + 3 + 5 = 10$

name of Partners	Profits received by each partner	Percentage of profit
A	$\frac{2}{10} \times 2500 = Rs. 500$	$\frac{2}{10} \times 100\% = 20\%$
B	$\frac{3}{10} \times 2500 = Rs. 750$	$\frac{3}{10} \times 100\% = 30\%$
C	$\frac{5}{10} \times 2500 = Rs. 1250$	$\frac{5}{10} \times 100\% = 50\%$

प्रतिशत के रूप में बढ़ाएँ या घटाएँ

कभी-कभी हमें कुछ मात्राओं में प्रतिशत के रूप में वृद्धि या कमी का पता लगाना होता है। जैसे जनसंख्या में वृद्धि, बिक्री में कमी आदि।

$$\text{Increase or decrease percentage} = \frac{\text{Amount of change}}{\text{Original amount}} \times 100$$

उदाहरण

चार्ली के कुल अंक पिछले साल के परिणाम से 365 से बढ़कर 380 हो गए। प्रतिशत में वृद्धि ज्ञात कीजिए।

हल-

मूल राशि = पिछले वर्ष चार्ली के अंक = 365

परिवर्तन की मात्रा = अंकों की संख्या में वृद्धि = 380 - 365 = 15।

इसलिए,

$$\begin{aligned} \text{The percentage of increase} &= \frac{\text{Change in Marks}}{\text{Original marks}} \times 100 \\ &= \frac{15}{365} \times 100 \\ &= 4.10\% \end{aligned}$$

खरीदना और बेचना Cost Price

लागत मूल्य वह मूल्य है जिस पर आप कोई उत्पाद खरीदते हैं। इसे सीपी लिखा जाता है।

विक्रय मूल्य

विक्रय मूल्य वह मूल्य है जिस पर आप कुछ बेचते हैं। एसपी लिखा है।

ये वे कारक हैं जो हमें बताते हैं कि किसी उत्पाद की बिक्री लाभदायक है या नहीं।

सीपी < एसपी	फायदा	लाभ = एसपी - सीपी
सीपी = एसपी	न लाभ न हानि	-
सीपी > एसपी	नुकसान	हानि = सीपी - एसपी

उदाहरण

यदि एक मेज का क्रय मूल्य (या क्रय मूल्य) 700 रुपये है और बिक्री मूल्य (या एसपी) 820 रुपये है, तो लाभ या हानि ज्ञात कीजिए।

समाधान

चूंकि SP, CP से अधिक है, इसलिए विक्रेता तालिका में लाभ अर्जित करता है।

$$\begin{aligned} \text{लाभ अर्जित} &= \text{एसपी} - \text{सीपी} \\ &= \text{रु } 820 - \text{रु } 700 \\ &= \text{रुपये } 80 \end{aligned}$$

लाभ या हानि प्रतिशत

लाभ और हानि को प्रतिशत में बदला जा सकता है। इसकी गणना हमेशा लागत मूल्य पर की जाती है।

Profit Percentage: (Profit %)

$$\text{Profit \%} = \left[\frac{\text{Profit} \times 100}{\text{C.P.}} \right]$$

Loss Percentage: (Loss %)

$$\text{Loss \%} = \left[\frac{\text{Loss} \times 100}{\text{C.P.}} \right]$$

उदाहरण

यदि एक लैपटॉप का क्रय मूल्य 45000 रुपये है और बिक्री मूल्य रुपये है। 50000, तो लाभ या हानि प्रतिशत क्या है?

समाधान

$$\text{CP} = \text{Rs. } 45000$$

$$\text{SP} = \text{Rs. } 50000$$

$$\begin{aligned} \text{Profit} &= \text{SP} - \text{CP} \\ &= 50000 - 45000 \\ &= \text{Rs. } 5000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Profit \%} &= \frac{\text{profit}}{\text{CP}} \times 100 \\ &= \frac{5000}{45000} \times 100 \\ &= 11.11\% \end{aligned}$$

एसपी कैसे ज्ञात करें यदि सीपी और लाभ या हानि% दिया गया हो?

Selling Price: (S.P.)

$$SP = \left[\frac{(100 + \text{Profit } \%)}{100} \times C.P. \right]$$

Selling Price: (S.P.)

$$SP = \left[\frac{(100 - \text{Loss } \%)}{100} \times C.P. \right]$$

उदाहरण

यदि एक टीवी का मूल्य रु.25000 है और दुकानदार इसे 5% हानि% पर बेचता है, तो टीवी का विक्रय मूल्य क्या है?

समाधान

$$CP = \text{Rs. } 25000$$

$$\text{Loss}\% = 5\%$$

$$SP = \frac{100 - \text{loss}\%}{100} \times CP$$

$$= \frac{100 - 5}{100} \times 25000$$

$$= \frac{95}{100} \times 25000$$

$$= \text{Rs. } 23750$$

इसलिए, दुकानदार इसे रुपये की कीमत पर बेचता है। 23750

सीपी कैसे ज्ञात करें यदि एसपी और लाभ या हानि% दिया गया हो?

Cost Price: (C.P.)

$$C.P. = \left[\frac{100}{(100 + \text{Profit } \%)} \times S.P. \right]$$

Cost Price: (C.P.)

$$C.P. = \left[\frac{100}{(100 - \text{Loss } \%)} \times S.P. \right]$$

उदाहरण

यदि एक बुकशेल्फ़ का विक्रय मूल्य 750 रुपये है और विक्रेता द्वारा किया गया लाभ 10% है तो बुकशेल्फ़ का लागत मूल्य क्या है?

समाधान

$$SP = \text{Rs. } 750$$

$$\text{Profit}\% = 10\%$$

$$CP = \frac{100}{100 + \text{profit}\%} \times SP$$

$$= \frac{100}{100 + 10} \times 750$$

$$= \frac{100}{110} \times 750$$

$$= \text{Rs. } 681.81 \text{ (682 round off)}$$

इसलिए विक्रेता ने बुकशेल्फ को रुपये की कीमत पर खरीदा। 682.

साधारण ब्याज

जब हम बैंक से कुछ पैसे उधार लेते हैं तो हमें बैंक को कुछ ब्याज देना पड़ता है।

जो पैसा हम उधार लेते हैं उसे **प्रिंसिपल** कहा जाता है।

उस पैसे का उपयोग करने के लिए हमें जो राशि बैंक को देनी होती है उसे **ब्याज** कहा जाता है।

वर्ष के अंत में हम बैंक को ब्याज सहित पैसा वापस कर देते हैं, उस पैसे को **राशि** कहा जाता है।

$$\text{राशि} = \text{मूलधन} + \text{ब्याज}$$

$$SI = \frac{P \times R \times T}{100}$$

कहाँ पे,

एसआई = साधारण ब्याज

पी = प्रिंसिपल

आर = ब्याज दर

टी = समय अवधि

उदाहरण

सुनीता ब्याज दर के रूप में प्रति वर्ष 15% की दर से 5,0000 रुपये का ऋण लेती है। एक वर्ष के अंत में उसे ब्याज का भुगतान करना होगा।

समाधान

$$P = \text{Rs. } 50000$$

$$R = 15\%$$

$$T = 1 \text{ year}$$

$$\begin{aligned} SI &= \frac{P \times R \times T}{100} \\ &= \frac{50000 \times 15 \times 1}{100} \\ &= \text{Rs. } 7500 \end{aligned}$$

सुनीता द्वारा एक वर्ष के अंत में भुगतान की जाने वाली कुल राशि = रु. 50000 + रु. 7500 = 57500 रुपये।

कई वर्षों के लिए ब्याज

यदि हमें एक वर्ष से अधिक के लिए ब्याज की गणना करनी है तो हमें केवल समयावधि बदलनी होगी।

उदाहरण

उपरोक्त उदाहरण में यदि सुनीता 3 वर्ष के लिए ऋण लेती है तो 3 वर्ष बाद कुल राशि क्या होगी?

समाधान

$$P = \text{Rs. } 50000$$

$$R = 15\%$$

$$T = 3 \text{ year}$$

$$\begin{aligned} SI &= \frac{P \times R \times T}{100} \\ &= \frac{50000 \times 15 \times 3}{100} \\ &= \text{Rs. } 22500 \end{aligned}$$

सुनीता द्वारा 3 वर्ष के अंत में भुगतान की जाने वाली कुल राशि = रु. 50000 + रु. 22500 = 72500 रुपये।

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 8.1 (पृष्ठ संख्या 169)

प्रश्न 1 अनुपात ज्ञात कीजिए?

- a. 5 रु. का 50 पैसे से
- b. 15kg का 210g से
- c. 9m का 27cm से
- d. 30 दिनों का 36 घण्टों से

उत्तर-

a. 5.रु. का 50 पैसे से.

= 500 पैसे : 50 पैसे

[∵ 1 रु. = 100 पैसे]

= 10 : 1

b. 15 kg का 210 g से

= 15 × 1000 g : 210 g

[∵ 1 kg = 1000 g]

= 1500 : 210

= 500 : 7

c. 9m का 27cm से .

= 9 × 100 : 27

$$= 900 : 27 [\because 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}]$$

$$= 100 : 3$$

d. 30 दिनों का 36 घण्टों से

$$= 30 \times 24 \text{ घण्टे} : 36 \text{ घण्टे}$$

$$[\because 1 \text{ दिन} = 24 \text{ घण्टे}]$$

$$= 720 : 36$$

$$= 20 : 1$$

प्रश्न 2 एक कम्प्यूटर प्रयोगशाला में 6 विद्यार्थियों के लिए 3 कम्प्यूटर होने चाहिए। ज्ञात कीजिए कि 24 विद्यार्थियों के लिए कितने कम्प्यूटरों की आवश्यकता होगी?

उत्तर- कम्प्यूटर प्रयोगशाला में,

\therefore 6 विद्यार्थियों के लिए 3 कम्प्यूटर

\therefore 1 विद्यार्थी के लिए $\frac{3}{6}$ कम्प्यूटर

\therefore 24 विद्यार्थियों के लिए $\frac{3}{6} \times 24$

$$= 3 \times 4 = 12 \text{ कम्प्यूटर}$$

प्रश्न 3 राजस्थान की जनसंख्या = 570 लाख और उत्तर प्रदेश की जनसंख्या = 1660 लाख। राजस्थान का क्षेत्रफल = 3 लाख km^2 और उत्तर प्रदेश का क्षेत्रफल = 2 लाख km^2 , ज्ञात कीजिए :

(i) इन दोनों राज्यों में प्रति km^2 कितने व्यक्ति हैं?

(ii) किस राज्य की जनसंख्या कम घनी है?

उत्तर-

(i) राजस्थान की जनसंख्या = 570 लाख

राजस्थान का क्षेत्रफल = 3 लाख km

∴ प्रति वर्ग km में लोगों की संख्या

$$= \frac{570}{3} = 190$$

और उत्तर प्रदेश की जनसंख्या = 1660 लाख

उत्तर प्रदेश का क्षेत्रफल = 2 लाख km²

∴ प्रति वर्ग km में लोगों की संख्या

$$= \frac{1660}{2} = 830$$

(ii) क्योंकि राजस्थान की प्रति वर्ग km जनसंख्या उत्तर प्रदेश की प्रति वर्ग km जनसंख्या से कम है।

अतः, राजस्थान की जनसंख्या कम घनी है।

प्रश्नावली 8.2 (पृष्ठ संख्या 178)

प्रश्न 1 दी गई भिन्न संख्याओं को प्रतिशत में बदलो-

(a) $\frac{1}{8}$

(b) $\frac{5}{4}$

(c) $\frac{3}{40}$

(d) $\frac{2}{7}$

उत्तर-

$$(a) \frac{1}{8} \times 100 = \frac{25}{2} = 12.5\%$$

$$(b) \frac{5}{4} \times 100 = 5 \times 25 = 125\%$$

$$(c) \frac{3}{40} \times 100 = 3 \times 2.5 = 7.5\%$$

$$(d) \frac{2}{7} \times 100 = \frac{200}{7}\% = 28.571\%$$

प्रश्न 2 दी गई दशमलव भिन्नों को प्रतिशत में बदलो-

- a. 0.65
- b. 2.1
- c. 0.02
- d. 12.35

उत्तर-

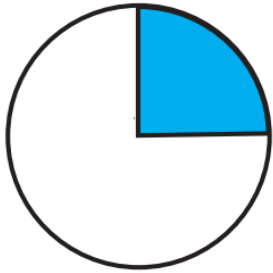
$$(a) 0.65 = \left(\frac{0.65 \times 100}{100} \right) = \frac{65}{100} = 65\%$$

$$(b) 2.1 = \left(\frac{2.1 \times 100}{100} \right) = \frac{210}{100} = 210\%$$

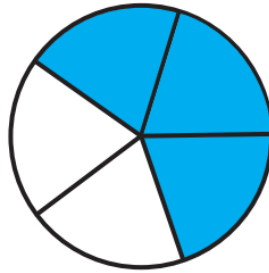
$$(c) 0.02 = \left(\frac{0.02 \times 100}{100} \right) = \frac{2}{100} = 2\%$$

$$(d) 12.35 = \left(\frac{12.35 \times 100}{100} \right) = \frac{1235}{100} = 1235\%$$

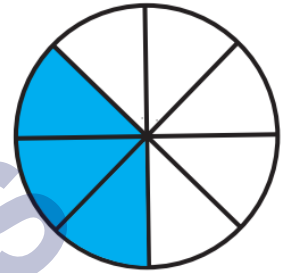
प्रश्न 3 अनुमान लगाइए कि आकृति में कितना भाग रंग दिया गया है और इस प्रकार ज्ञात कीजिए कि कितने प्रतिशत रंगीन है।



(i)



(ii)



(iii)

उत्तर-

$$(i) \frac{1}{4} \times 100\% = 25\%$$

25% भाग रंगीन है।

(ii) वृत्त को 5 बराबर भागों में बाँटा गया है।

$$\text{इसलिए 1 भाग} = \frac{100}{5} = 20\%$$

$$\text{इसलिए 3 रंगीन भागों का प्रतिशत} = 3 \times 20 = 60\%$$

60% भाग रंगीन है।

(iii) वृत्त को 8 बराबर भागों में बाँटा गया है।

$$\text{इसलिए 1 भाग} = \frac{100}{8} = 12.5\%$$

$$\text{इसलिए 3 रंगीन भागों का प्रतिशत} = 3 \times 12.5 = 37.5\%$$

37.5% भाग रंगीन है।

प्रश्न 4 ज्ञात कीजिए:

a. 250 का 15%

- b. 1 घण्टे का 1%
 c. 2500 का 20%
 d. 1 किग्रा का 75%

उत्तर-

$$(a) 250 \times \frac{15}{100} \\ = \frac{5 \times 15}{2} = 37.5$$

$$(b) 1 \text{ घंटा} = 60 \text{ मिनट} = 3600 \text{ सेकंड}$$

3600 सेकंड का 1%

$$= 3600 \times \frac{1}{100} = 36 \text{ सेकंड}$$

$$(c) 2500 \times \frac{20}{100} = 500$$

$$(d) 1 \text{ किग्रा} = 1000 \text{ ग्रा}$$

1000 ग्रा का 75%

$$\text{ग्रा} = 1000 \times \frac{75}{100} = 750 \text{ ग्रा}$$

प्रश्न 5 सम्पूर्ण राशि ज्ञात कीजिए यदि

- a. सम्पूर्ण राशि ज्ञात कीजिए यदि
 b. इसका 12%, 1080 है।
 c. इसका 40%, 500 km है।
 d. इसका 70%, 14 मिनट है।
 e. इसका 8%, 40 लीटर है।

उत्तर-

a. माना सम्पूर्ण राशि x है तो

$$x \text{ का } 5\% = 600$$

$$\text{या } \frac{5}{100} \times x = 600$$

$$\text{या } \frac{1}{120} \times x = 600$$

$$\text{या } x = 600 \times 120 = 12000$$

अतः सम्पूर्ण राशि 12000 है।

b. माना सम्पूर्ण राशि x है तो

$$x \text{ का } 12\% = 1080 \text{ रु.}$$

$$\text{या } \frac{12}{100} \times x = 1080 \text{ रु.}$$

$$\text{या } x = (1080 \times \frac{100}{12}) \text{ रु.}$$

$$x = (90 \times 100) \text{ रु.} = 9000 \text{ रु.}$$

अतः, सम्पूर्ण राशि 9000 रु. है।

c. माना सम्पूर्ण राशि x है तो

$$x \text{ का } 40\% = 500 \text{ km}$$

$$\text{या } \frac{40}{100} \times x = 500 \text{ km}$$

$$\text{या } x = (500 \times \frac{100}{40}) \text{ km}$$

d. माना सम्पूर्ण राशि x है तो

$$x \text{ का } 70\% = 14 \text{ मिनट}$$

$$\text{या } \frac{70}{100} \times x = 14 \text{ मिनट}$$

$$\text{या } x = (14 \times \frac{10}{7}) \text{ मिनट}$$

या $x = 20$ मिनट

अतः, सम्पूर्ण राशि 20 मिनट है।

e. माना सम्पूर्ण राशि x है तो

x का 8% = 40 लीटर

या $\frac{8}{100} \times x = 40$ लीटर

या $x = (40 \times \frac{100}{8})$ लीटर

या $x = (5 \times 100)$ लीटर

या $x = 500$ लीटर

प्रश्न 6 दिए गए प्रतिशतों को साधारण व दशमलव भिन्नों में बदलो और अपने उत्तर को सरलतम रूप में लिखो?

- (a) 25%
- (b) 150%
- (c) 20%
- (d) 5%

उत्तर-

(a) $25\% = \frac{25}{100} = 0.25 = \frac{1}{4}$

(b) $150\% = \frac{150}{100} = 1.5 = \frac{3}{2}$

(c) $20\% = \frac{20}{100} = 0.2 = \frac{1}{5}$

(d) $5\% = \frac{5}{100} = 0.05 = \frac{1}{20}$

प्रश्न 7 एक नगर में 30% महिलाएँ, 40% पुरुष तथा शेष बच्चे हैं। बच्चों का प्रतिशत कितना है?

उत्तर- महिलाओं का प्रतिशत = 30%

पुरुषों का प्रतिशत = 40%

बच्चों का प्रतिशत = $(100 - 30 - 40)\% = 30\%$

प्रश्न 8 किसी क्षेत्र के 15,000 मतदाताओं में से 60% ने मतदान में भाग लिया। ज्ञात कीजिए कि कितने प्रतिशत ने मतदान में भाग नहीं लिया? क्या अब आप ज्ञात कर सकते हैं कि वास्तव में कितने मतदाताओं ने मतदान नहीं किया?

उत्तर- मतदान करने वाले मतदाताओं का प्रतिशत = 60%

मतदान न करने वाले मतदाताओं का प्रतिशत

= $(100 - 60)\% = 40\%$

कुल मतदाताओं की संख्या = 15000

उन मतदाताओं की संख्या जिन्होंने मतदान नहीं किया = 15000 का 40%

= $(\frac{40}{100} \times 15000) = 6000$

अतः, मतदान नहीं करने वालों की संख्या = 6000

प्रश्न 9 मीता अपने वेतन में से 4000 रु. बचाती है। यदि यह उसके वेतन का 10% है, तब उसका वेतन कितना है?

उत्तर- माना मीता का वेतन = x रु. तो

x का 10% = 4000 रु.

या $\frac{10}{100} \times x = 4000$

या $\frac{1}{10} \times x = 4000$

$$\text{या } x = (10 \times 4000) = 40000$$

अतः, मीता का वेतन = 40000 रु.

प्रश्न 10 एक स्थानीय क्रिकेट टीम ने, एक सत्र (season) में 20 मैच खेले। इनमें से उस टीम ने 25% मैच जीते। जीते गए मैचों की संख्या कितनी थी?

उत्तर- 100 मैचों में से 25% मैच जीते तो

$$20 \text{ मैचों में से मैच जीते} = \frac{25}{100}$$

$$= \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

प्रश्नावली 8.3 (पृष्ठ संख्या 178)

प्रश्न 1 क्रय-विक्रय के निम्न सौदों में हानि या लाभ ज्ञात कीजिए। प्रत्येक दशा में प्रतिशत हानि या प्रतिशत लाभ भी ज्ञात कीजिए।

- बगीचे में काम आने वाली कैंची 250 रु. में खरीदी गई तथा 325 रु. में बेची गई।
- एक रेफ्रीजरेटर 12000 रु. में खरीदा गया और 13500 रु. में बेचा गया।
- एक अलमारी 2500 रु. में खरीदी गई और 3000 रु. में बेची गई।
- एक स्कर्ट 250 रु. में खरीद कर 150 रु. में बेची गई।

उत्तर-

$$\mathbf{a} \text{ क्रय मूल्य} = \text{रु } 250$$

$$\text{विक्रय मूल्य} = \text{रु } 325$$

$$\text{लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$\text{इसलिए, लाभ} = 325 - 250 = 75\text{रु}$$

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{75}{250} \times 100 = 30\%$$

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{75}{250} \times 100 = 30\%$$

$$\text{b लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$= 13500 - 12000 = 1500\text{रु}$$

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{1500}{12000} \times 100$$

$$= \frac{150}{12} = 12.5\%$$

$$\text{c लाभ} = 3000 - 2500 = 500\text{रु}$$

$$\text{प्रतिशत लाभ} = \frac{500}{2500} \times 100$$

$$= \frac{100}{5} = 20\%$$

$$\text{d लाभ} = \text{विक्रय मूल्य} - \text{क्रय मूल्य}$$

$$= 150 - 250 = -100$$

लाभ ऋणात्मक है, यानि 100 रु कि हानि हुई है।

$$\text{प्रतिशत हानि} = \frac{100}{250} \times 100 = 40\%$$

प्रश्न 2 दिए गए प्रत्येक अनुपात के दोनों पदों को प्रतिशत में बदलिए :

a. 3 : 1

b. 2 : 3 : 5

c. 1 : 4

d. 1 : 2 : 5

उत्तर-

a. दिया है 3 : 1

$$\text{कुल भाग} = 3 + 1 = 4$$

इसका अर्थ है $\frac{3}{4}$ और $\frac{1}{4}$

$$\text{प्रतिशत} : (\frac{3}{4} \times 100)\% = 75\% \text{ और}$$

$$[(\frac{1}{4} \times 100)\% = 25\%]$$

b. दिया अनुपात = 2 : 3 : 5

$$\text{कुल भाग} = 2 + 3 + 5 = 10$$

इसका अर्थ है $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ और $\frac{5}{10}$

$$\text{प्रतिशत} : (\frac{2}{10} \times 100)\% = 20\%$$

$$(\frac{3}{10} \times 100)\% = 30\% \text{ और}$$

$$(\frac{5}{10} \times 100)\% = 50\%$$

c. दिया अनुपात = 1 : 4

$$\text{कुल भाग} = 1 + 4 = 5$$

इसका अर्थ है $\frac{1}{5}$ और $\frac{4}{5}$

$$\text{प्रतिशत} : (\frac{1}{5} \times 100)\% = 20\% \text{ और}$$

$$(\frac{4}{5} \times 100)\% = 80\%$$

d. दिया गया अनुपात = 1 : 2 : 5

$$\text{कुल भाग} = 1 + 2 + 5 = 8$$

इसका अर्थ है $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$ और $\frac{5}{8}$ है

$$\text{प्रतिशत} : (\frac{1}{8} \times 100)\% = 12.5\%$$

$$(\frac{2}{8} \times 100\% = 25\% \text{ और}$$

$$\text{और } (\frac{5}{8} \times 100)\% = 62.5\%$$

प्रश्न 3 एक नगर की जनसंख्या 25000 से घटकर 24500 रह गई। घटने का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

उत्तर- नगर की जनसंख्या = 25000

नगर की कम जनसंख्या = 24500

∴ जनसंख्या में कमी = 25000 - 24500 = 500

∴ कमी प्रतिशत = $\left(\frac{500}{25000}\right) \times 100\% = 2\%$

प्रश्न 4 अरुण ने एक कार 3,50,000 रु. में खरीदी। अगले वर्ष उसका मूल्य बढ़कर 3,70,000 रु. हो गया। कार के मूल्य की प्रतिशत वृद्धि ज्ञात कीजिए।

उत्तर- कार का प्रारम्भिक मूल्य = 3,50,000 रु.

कार का बढ़ा मूल्य = 3,70,000 रु.

∴ मूल्य में वृद्धि = (3,70,000 - 3,50,000) रु.

= 20,000 रु.

∴ वृद्धि प्रतिशत = $\left(\frac{20000}{350000} \times 100\right)\%$
 $= \frac{40}{7}\% = 5\frac{5}{7}\%$

प्रश्न 5 मैंने एक टी.वी. 10,000 रु. में खरीद कर 20 प्रतिशत लाभ पर बेच दिया। मुझे बेचने पर कितना धन प्राप्त हुआ?

उत्तर- क्रय मूल्य = 10000 रु. और लाभ = 20%

अब, लाभ = 10000 रु. का 20%

= $10000 \times \frac{20}{100}$ रु.

= 2000 रु.

इसलिए, विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य + लाभ

$$= 10000 \text{ रु.} + 2000 \text{ रु.}$$

$$= 12000 \text{ रु.}$$

अब, टी.वी. का विक्रय मूल्य = 12,000 रु.

प्रश्न 6 जूही एक वाशिंग मशीन 13,500 रु. में बेचने पर 20 प्रतिशत की हानि उठाती है। उसने वह मशीन कितने में खरीदी थी?

उत्तर- विक्रय मूल्य = 13500 रु. और हानि = 20%

माना कि क्रय मूल्य 100 रु. है।

इसलिए, 20% हानि पर विक्रय मूल्य = $(100 - 20)$ रु. = 80 रु.

जब विक्रय मूल्य 80 रु. है, तब क्रय मूल्य = 100 रु. है।

∴ जब विक्रय मूल्य 13500 रु. है, तब क्रय मूल्य

$$= \frac{100}{80} \times 13500 \text{ रु.} = 16875 \text{ रु.}$$

अतः, वाशिंग मशीन का क्रय मूल्य = ,16,875 रु.

प्रश्न 7

- चाक-पाउडर में कैल्सियम, कार्बन तथा ऑक्सीजन का अनुपात 10 : 3 : 12 होता है। इसमें कार्बन की प्रतिशत मात्रा ज्ञात कीजिए।
- चाक की एक छड़ी में यदि कार्बन की मात्रा, 3 gm है तब उसका कुल भार कितना होगा?

उत्तर- (i) कैल्सियम : कार्बन : ऑक्सीजन = 10 : 3 : 12

अनुपात का योग = $10 + 3 + 12 = 25$

$$\text{चाक में कार्बन का भाग} = \frac{3}{25}$$

$$\therefore \text{कार्बन का प्रतिशत} \left(\frac{3}{25} \times 100 \right) \% = 12\%$$

क्योंकि चाक में कैल्सियम, कार्बन और ऑक्सीजन का अनुपात

$$= 10 : 3 : 12$$

$$\text{अब, अनुपात का योग} = 10 + 3 + 12 = 25$$

स्पष्ट है कि चाक की एक छड़ी में यदि कार्बन का भार 3 gm होगा तो चाक की छड़ी का भार = 25 gm

$$\therefore \text{चाक की छड़ी का भार} = 25 \text{ gm}$$

प्रश्न 8 अमीना एक पुस्तक 275 रु. में खरीद कर | उसे 15 प्रतिशत हानि पर बेचती है। पुस्तक का विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

उत्तर- क्रय मूल्य = 275 रु. और हानि = 15% अब, हानि = 275 रु. का = 15%

$$= 275 \text{ रु.} \times \frac{15}{100} = \frac{165}{4} = 41.25$$

इसलिए, विक्रय मूल्य = क्रय मूल्य - हानि

$$= 275 \text{ रु.} - 41.25 \text{ रु.} = 233.75 \text{ रु.}$$

प्रश्न 9 प्रत्येक दशा में 3 वर्ष बाद कितना मिश्रधन देय होगा?

(a) मूलधन = 1200 रु., दर 12% वार्षिक

(b) मूलधन = 7500 रु., दर 5% वार्षिक

उत्तर- (a) P = 1200 रु., R = 12% और T = 3 वर्ष

$$\begin{aligned} \text{अब, S.I.} &= \frac{P \times R \times T}{100} \\ &= \left(\frac{1200 \times 12 \times 3}{100} \right) \text{ रु.} = 432 \text{ रु.} \end{aligned}$$

अब, मिश्रधन = P + S.I.

$$= (1200 + 432) \text{ रु.}$$

$$= 1632 \text{ रु.}$$

(b) P = 7500 रु., R = 5% और T = 3 वर्ष

$$\begin{aligned} \text{S.I.} &= \frac{P \times R \times T}{100} \\ &= \left(\frac{7500 \times 5 \times 3}{100} \right) \text{ रु.} = 1125 \text{ रु.} \end{aligned}$$

अब, मिश्रधन = P + S.I.

$$= (7500 + 1125) \text{ रु.} = 8625 \text{ रु.}$$

प्रश्न 10 56000 रु. पर, 2 वर्ष पश्चात् किस दर से 280 रु. साधारण ब्याज देय होगा?

$$\begin{aligned} \text{उत्तर- } P &= 56000 \text{ रु., S.I.} = 280 \text{ रु., T} = 2 \text{ वर्ष अब, दर} = \frac{\text{S.I.} \times 100}{P \times T} = \left(\frac{280 \times 100}{56000 \times 2} \right) \% \\ &= 0.25\% \end{aligned}$$

अतः, ब्याज की दर 0.25% प्रति वर्ष।

प्रश्न 11 मीना ने 9 प्रतिशत वार्षिक दर से, 1 वर्ष पश्चात् 45 रु. ब्याज के रूप में दिए। उसने कितना धन उधार लिया था?

उत्तर- S.I. = 45 रु., R = 9% और T = 1 वर्ष

$$\text{अब, मूलधन} = \frac{\text{S.I.} \times 100}{R \times T} = \left(\frac{45 \times 100}{9 \times 1} \right) \text{ रु.}$$

$$= 500 \text{ रु.}$$

अतः, उधार लिया धन = 500 रु.