

अर्थशास्त्र

(सांख्यिकी)

अध्याय-7: सहसंबंध



सहसंबंध

सहसंबंध- correlation शब्द की उत्पत्ति co-relation से हुई है जिसका अर्थ है-पारस्परिक सम्बन्ध। सह-सम्बन्ध इस बात का सूचक होता है। दो विशेषताओं के बीच कितना अंतसंबंध है इससे इसकी जानकारी मिलती है। जैसे -किसी व्यक्ति कि दो विषय कि विशेषताओं का परीक्षण द्वारा मापन करना ओर प्रत्येक व्यक्ति के दोनों विषयों के अलग-अलग प्राप्ताकों को तालिका में जोड़ों के रूप में व्यवस्थित करके सांख्यिकीय गणना द्वारा दोनों में सम्बन्ध ज्ञात किया जाता है उसे सह-सम्बन्ध कहते हैं

सह-संबंध की तकनीक: श्रृंखलाओं में पाए जाने वाले संबंधों में मात्राओं की गणना जिस सांख्यिकी तकनीक से की जाती है सहसंबंध की तकनीक कहा जाता है।

सह-संबंध क्या है ?

सह-संबंध एक सांख्यिकीय विधि या तकनीक है जो विभिन्न चरों के मात्रात्मक संबंध की गणना करते हैं।

क्राक्सटन एवं काउडेन के अनुसार सह-संबंध:

"जब संबंध संख्यात्मक स्वाभाव के हो तो उन संबंधों को जानने एवं मापने और एक संक्षिप्त सूत्र में स्पष्ट करने के उचित सांख्यिकीय यन्त्र को सह-संबंध कहा जाता है।"

बोडिंगटन के अनुसार सह-संबंध:

"जब कभी दो या दो से अधिक समूहों अथवा वर्गों अथवा श्रृंखलाओं में निश्चित संबंध पाया जाता है तो उसे सह-संबंध कहा जाता है।"

सह-संबंध के प्रकार :

1. धनात्मक सह-संबंध
2. ऋणात्मक सहसंबंध
3. शून्य सहसंबंध

1. धनात्मक सहसंबंध:-

जब किसी वस्तु, समूह अथवा घटना के किसी एक चर के मान में वृद्धि होने से दूसरे साहचर्य चर के मान में वृद्धि होती है अथवा उसके मान में कमी होने से दूसरे साहचर्य चर के मान में कमी होती है तो मान दोनों चरों के बीच पाए जाने वाले इस अनुरूप सम्बंध को धनात्मक सहसंबंध करते हैं।

उदाहरणार्थ-

किसी गैस का समान दाब पर तापक्रम बढ़ने से उसका आयतन बढ़ना अथवा तापक्रम कम होने से उसका आयतन कम होना गैस के दो चरों- तापक्रम और आयतन के बीच धनात्मक सहसंबंध है।

2. ऋणात्मक सहसंबंध:-

जब किसी वस्तु, समूह अथवा घटना के किसी एक चर के मान में वृद्धि होने से दूसरे साहचर्य चर के मान में कमी आती है अथवा उसके मान में कमी होने से दूसरे साहचर्य चर के मान में वृद्धि होती है तो इन दोनों चरों के बीच पाए जाने वाले इस प्रतिकूल सम्बंध को ऋणात्मक सहसंबंध कहते हैं।

उदाहरणार्थ-

किसी गैस का समान तापक्रम पर दाब बढ़ने से उसका आयतन कम होना अथवा दाब कम होने से उसका आयतन बढ़ना, गैस के दो चरों-दाब और आयतन के बीच ऋणात्मक सहसंबंध है।

3. शून्य सहसंबंध-

जब किसी वस्तु, समूह अथवा घटना के किसी एक चर में परिवर्तन होने से दूसरे साहचर्य चर पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता तो इन दोनों चरों के बीच के सम्बंध को शून्य सहसंबंध कहते हैं।

उदाहरणार्थ-

किसी गैस के आयतन के बढ़ने अथवा घटने से उसके रासायनिक सूत्र में कोई अन्तर न होना गैस के दो चरों- आयतन और रासायनिक सूत्र के बीच शून्य सहसंबंध है।

सहसंबंध की उपयोगिता, आवश्यकता और महत्व-

विज्ञान का मूल आधार कार्य-कारण सम्बंध (Cause and Effect Relationship) है। इस सम्बंध की जानकारी के आधार पर किसी एक क्षेत्र में होने वाले परिवर्तन से किसी दूसरे क्षेत्र में होने वाले परिवर्तन की भविष्यवाणी की जा सकती है। इस प्रकार विज्ञान के क्षेत्र में तो सहसंबंध की सबसे अधिक उपयोगिता है, उसकी सबसे अधिक आवश्यकता है और उसका सबसे अधिक महत्व है।

इस युग में मनोवैज्ञानिकों ने भी मानव व्यवहार के कारकों का पता लगाकर कार्य-कारण सम्बंधों की स्थापना की है। आज मानवीय व्यवहार में कार्य-कारण सम्बंधों को समझने के लिए सहसंबंध प्रविधियों (Correlation Techniques) का प्रयोग किया जाता है।

इस प्रकार आज मनोविज्ञान और शिक्षा के क्षेत्र में भी सहसंबंध की बड़ी उपयोगिता है, इसकी बड़ी आवश्यकता है और इसका बड़ा महत्व है।

- i. **पूर्वानुमान-** सह-सम्बन्ध का प्रयोग पूर्वानुमान में किया जाता है, जिससे छात्रों को आगे की कक्षाओं में पदोन्नति कर चढ़ाया जा सके।
- ii. **विश्वसनीयता-** सह-सम्बन्ध का प्रयोग परीक्षणों की विश्वसनीयता का पता लगाने में किया जाता है। सांख्यिकी विधि द्वारा प्रयोग करके यह पता लगाया जाता है कि यह परीक्षण दो विभिन्न समय पर उसी वस्तु का परीक्षण करता है या नहीं।
- iii. **वैधता-** किसी भी परीक्षण का मूल्य सह-सम्बन्ध द्वारा निकाला जाता है। जब कभी भी परीक्षण बनाया जाता है तो वह दिये प्रश्नों की माप करता है।
- iv. **परीक्षण निर्माण-** सह सम्बन्ध का प्रयोग परीक्षण निर्माण में भी किया जाता है। जब कभी भी नया परीक्षण निर्मित किया जाता है, तब परीक्षण द्वारा यह ज्ञात किया जाता है कि उसका प्रत्येक एकांक दूसरे से सम्बन्धित है या नहीं अथवा पूरे परीक्षण से सम्बन्धित है या नहीं। इन सब सम्बन्धों का निर्धारण सह-सम्बन्ध की विधि द्वारा किया जाता है।

यहाँ शिक्षा के क्षेत्र में सहसंबंध की उपयोगिता, आवश्यकता एवं महत्व का संक्षेप में वर्णन प्रस्तुत है

1. दो विषयों के सहसंबंध की सहायता से किसी छात्र की एक विषय की योग्यता के आधार पर उसकी दूसरे विषय की योग्यता का अनुमान लगाया जा सकता है।
2. दो विषयों के सहसंबंध की सहायता से यदि उपरोक्त अनुमान सही न निकले तो यह निदान करना आवश्यक हो जाता है कि उसका कारण क्या है। निदान करने के बाद उपचारात्मक शिक्षण की व्यवस्था की जाती है।
3. अध्ययन विषयों के सहसंबंध की सहायता से छात्रों को शैक्षिक एवं व्यावसायिक निर्देशन देने में सहायता मिलती है।
4. क्रियात्मक अनुसन्धान में सहसंबंध का प्रयोग विशेष रूप से किया जाता है।

सहसंबंध की सीमाएँ-

1. किन्हीं दो विषयों के सहसंबंध से उनके बीच सहसम्बंधों के मूल कारणों का ज्ञान नहीं होता।
2. किन्हीं दो विषयों के सहसंबंध छात्रों की संख्या पर निर्भर करते हैं, छोटे समूह से प्राप्त सहसंबंध की अपेक्षा बड़े समूह से प्राप्त सहसंबंध अधिक विश्वसनीय होता है।
3. किन्हीं दो विषयों के बीच का सहसंबंध विषयों की प्रकृति के साथ-साथ छात्रों की प्रकृति (योग्यता, रुचि और अभिरूचि) पर भी निर्भर करता है। अतः एक निदर्श से प्राप्त सहसंबंध दूसरे निदर्श पर उसी रूप में लागू नहीं किया जा सकता।
4. सहसम्बंध गुणांक का अर्थापन परिस्थितियों पर निर्भर करता है इसलिए उसकी व्याख्या करना थोड़ा कठिन कार्य है।

सहसम्बन्ध गुणांक की मात्रा की व्याख्या

सहसम्बन्ध गुणांक की परिमाणात्मक मात्रा की गुणात्मक व्याख्या इस प्रकार की जा सकती है-

1. **पूर्ण सहसम्बन्ध**- जब किन्हीं दो चरों के मूल्यों में परिवर्तन समान अनुपात में तथा एक ही दिशा में होता है तो उनमें धनात्मक पूर्ण सहसम्बन्ध होता है। इसे सहसम्बन्ध गुणांक +1 से व्यक्त किया जाता है। इसके विपरीत जब दोनों चरों के मूल्यों में परिवर्तन समान अनुपात में परन्तु विपरीत दिशा में होता है तो उनमें ऋणात्मक पूर्ण सहसम्बन्ध होता है। इसे सहसम्बन्ध -1 द्वारा व्यक्त किया जाता है।
2. **अति उच्च सहसम्बन्ध**- जब किन्हीं दो चरों के मूल्यों में सहसम्बन्ध गुणांक की मात्रा +.81 से +.99 तक हो तो इसे धनात्मक अति उच्च सहसम्बन्ध कहा जाता है। इसके विपरीत अर्थात् -.81 से -.99 होने पर ऋणात्मक उच्च सहसम्बन्ध कहा जाता है।
3. **उच्च सहसम्बन्ध**- जब किन्हीं दो चरों के मूल्यों में सहसम्बन्ध गुणांक की मात्रा +.61 से +.80 तक होती है तो इसे धनात्मक उच्च सहसम्बन्ध कहा जाता है। इसके विपरीत अर्थात् -.61 से -.80 होने पर ऋणात्मक उच्च सहसम्बन्ध कहा जाता है।
4. **साधारण सहसम्बन्ध**- जब किन्हीं दो चरों के मूल्यों में सहसम्बन्ध गुणांक की मात्रा +.41 से +.60 तक होती है तो इसे धनात्मक साधारण सहसम्बन्ध कहा जाता है। इसके विपरीत अर्थात् -.41 से -.60 होने पर ऋणात्मक साधारण सहसम्बन्ध कहा जाता है।

5. **निम्न सहसम्बन्ध** – जब किन्हीं दो चरों के मूल्यों में सहसम्बन्ध गुणांक की मात्रा $+0.21$ से $+0.40$ तक होती है तो इसे धनात्मक निम्न सहसम्बन्ध कहा जाता है। इसके विपरीत अर्थात् -0.21 से -0.40 होने पर ऋणात्मक निम्न सहसम्बन्ध कहा जाता है।
6. **नगण्य या बहुत कम सहसम्बन्ध** – जब किन्हीं दो चरों के मूल्यों में सहसम्बन्ध गुणांक की मात्रा $+0.00$ से $+0.20$ तक होती है तो इसे धनात्मक नगण्य सहसम्बन्ध कहते हैं। इसके विपरीत अर्थात् -0.00 से -0.20 होने पर ऋणात्मक नगण्य सहसम्बन्ध कहते हैं।
7. **सहसम्बन्ध का अभाव**- जब किन्हीं दो चरों के मूल्यों के परिवर्तनों में कोई भी सम्बन्ध न हो तो सहसम्बन्ध का अभाव होता है। इसे सहसम्बन्ध गुणांक शून्य द्वारा व्यक्त किया जाता है।

सहसम्बन्ध को प्रभावित करने वाले तत्व

सहसम्बन्ध को निम्नलिखित प्रमुख तत्व प्रभावित करते हैं-

1. जब संकलित आँकड़ों का न्यादर्श बड़ा होता है तो प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक कम होते हुये भी अधिक सार्थक होता है।
2. जब संकलित आँकड़ों का न्यादर्श छोटा होता है तो $.5$ से अधिक प्राप्त सहसम्बन्ध गुणांक ही सार्थक माना जाता है।
3. जब प्राप्त आँकड़ों में विचरणशीलता अधिक होती है तो सहसम्बन्ध गुणांक का मान कम होता है।
4. प्राप्त आँकड़ों में विचरणशीलता जितनी ही कम होती है, सहसम्बन्ध गुणांक उतना ही अधिक होता है।
5. वर्गीकृत आँकड़ों में वर्गान्तर का आकार भी सहसम्बन्ध को प्रभावित करता है। यदि वर्गान्तर का आकार बड़ा हो तथा प्राप्तांकों की संख्या कम हो तो सहसम्बन्ध का मान सत्य के अधिक निकट नहीं होगा। वर्गान्तर का आकार सामान्य होने पर सहसम्बन्ध गुणांक अधिक सार्थक होता है।

सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करने की विधियाँ

सहसम्बन्ध गुणांक ज्ञात करने की प्रमुख विधियाँ निम्नलिखित हैं-

1. आलेखीय विधि
2. विक्षेपचित्र विधि
3. गुणन विभ्रमिषा विधि
4. क्रम अन्तर विधि

आलेखीय विधि- यह विधि दो श्रेणियों में सहसम्बन्ध ज्ञात करने की अत्यन्त सरल विधि है। इस विधि द्वारा सहसम्बन्ध की अंकात्मक मात्रा का ज्ञान नहीं होता है वरन् इसकी दिशा और मात्रा का अनुमान लगाया जाता है।

रचना विधि- इसकी रचना में क्रम संख्या, समय और स्थान आदि को य-अक्ष पर और अन्य दोनों सम्बद्ध श्रेणियों को र-अक्ष पर समुचित पैमाना मानकर अंकित करते हैं। तदनुसर जितने पदयुग्म होते हैं, उतने ही बिन्दु ग्राफ पेपर पर अंकित करके दो वक्र अलग-अलग बना लेते हैं। दोनों श्रेणियों के मूल्यों में समानता और समान इकाई में व्यक्त होने पर उन्हें बायीं ओर के र-अक्ष पर ही मापदण्ड लेकर गणनाएँ की जाएँगी। इस प्रकार बने आलेख को सहसम्बन्ध आलेख भी कहा जाता है।

NCERT SOLUTIONS

प्रश्न (पृष्ठ संख्या 105 - 106)

प्रश्न 1 सही विकल्प चुने-

1. कद (फुटों में) तथा वजन (किलोग्राम में) के बीच सहसंबंध गुणांक की इकाई है-

- a) किग्रा/ फुट
- b) प्रतिशत
- c) अविद्यमान।

उत्तर -

c) अविद्यमान।

प्रश्न 2 सरल सहसंबंध गुणांक का परास निम्नलिखित होगा

- a) 0 से अनन्त तक
- b) -1 से +1 तक
- c) ऋणात्मक अनन्त (infinity) से धनात्मक अनन्त (infinity) तक।

उत्तर -

b) -1 से +1 तक।

प्रश्न 3 यदि r_{xy} धनात्मक है तो x और y के बीच का संबंध इस प्रकार का होता है-

- a) जब y बढ़ता है तो x बढ़ता है।
- b) जब y घटता है तो x बढ़ता है।
- c) जब y बढ़ता है तो x नहीं बदलता है।

उत्तर -

a) जब y बढ़ता है तो x बढ़ता है।

प्रश्न 4 यदि $rx + y = 0$ तब चर x और y के बीच-

- रेखीय संबंध होगी।
- रेखीय संबंध नहीं होगा
- स्वतंत्र होगा।

उत्तर -

- स्वतंत्र होगा।

प्रश्न 5 निम्नलिखित तीनों मापों में, कौन-सा माप किसी भी प्रकार के संबंध की माप कर सकता है।

- कार्ल पियर्सन सहसंबंध गुणांक।
- स्पीयरमैन का कोटि सहसंबंध।
- प्रकीर्ण आरेख।

उत्तर -

- कार्ल पियर्सन सहसंबंध गुणांक।

प्रश्न 6 यदि परिशुद्ध रूप से मापित आँकड़े उपलब्ध हों, तो सरल सहसंबंध गुणांक-

- कोटि सहसंबंध गुणांक से अधिक सही होता है।
- कोटि सहसंबंध गुणांक से कम सही होता है।
- कोटि सहसंबंध की ही भाँति सही होता है।

उत्तर -

- कोटि सहसंबंध की ही भाँति सही होता है।

प्रश्न 7 साहचर्य के माप के लिए r को सहप्रसरण से अधिक प्राथमिकता क्यों दी जाती है?

उत्तर - साहचर्य का माप x और y के बीच सहसंबंध गुणांक का चिह्न निश्चित करता है। मानक विचलन सदा धनात्मक होते हैं। जब सहप्रसरण शून्य होता है तो सहसंबंध भी शून्य होता है। सहसंबंध को सहप्रसरण से साहचर्य के माने के लिए अधिक प्राथमिकता दी जाती है क्योंकि-

1. यह धनात्मक ऋणात्मक और शून्य सहसंबंध के विषय में बताता है।
2. सहसंबंध मूलों और पैमानों से स्वतंत्र होते हैं।

प्रश्न 8 क्या आँकड़ों के प्रकार के आधार पर r , -1 तथा $+1$ के बाहर स्थित हो सकता है?

उत्तर – सहसंबंध गुणांक का मान -1 तथा $+1$ के बीच स्थित होता है -1

प्रश्न 9 क्या सहसंबंध के द्वारा कार्यकारण संबंध की जानकारी मिलती है?

उत्तर – नहीं सहसंबंध द्वारा कार्यकारण की जानकारी नहीं मिलती। अक्सर विद्यार्थी यह विश्वास करने लगते हैं कि सहसंबंध दो चरों में वहाँ सहसंबंध सुझाता है जहाँ एक का कारण दूसरा है। उदाहरण: यह वस्तु की माँगी गई मात्रा और कीमत में सहसंबंध स्पष्ट: कीमत में वृद्धि तथा माँगी गई मात्रा में कमी का कारण है और इसके विपरीत भी। कीमत में परिवर्तन माँगी गई मात्रा में परिवर्तन लाता है। परंतु जिस बिंदु पर ज्यादा बल देने की आवश्यकता है वह यह है कि चरों के बीच कारण और प्रभाव संबंध सहसंबंध के सिद्धांत में कोई भी पूर्व-स्थिति नहीं है। सहसंबंध दो चरों के बीच किसी कारण और प्रभाव संबंध के साथ या उसके बिना, संबंध की कोटि और तीव्रता को मापता है। सहसंबंध दो या दो से अधिक चर-मूलों में पारस्परिक संबंध की दिशा तथा मात्रा का अकात्मक माप है। परंतु सहसंबंध की उपस्थिति से यह नहीं मान लेना चाहिए कि दोनों चरों में आवश्यक रूप से प्रत्यक्ष कारण तथा परिणाम संबंध है। सह-संबंध सदैव कारण-परिणाम संबंध से ही उत्पन्न नहीं होता। परंतु कारण-परिणाम संबंध होने पर निश्चित रूप से सहसंबंध पाया जाता है।

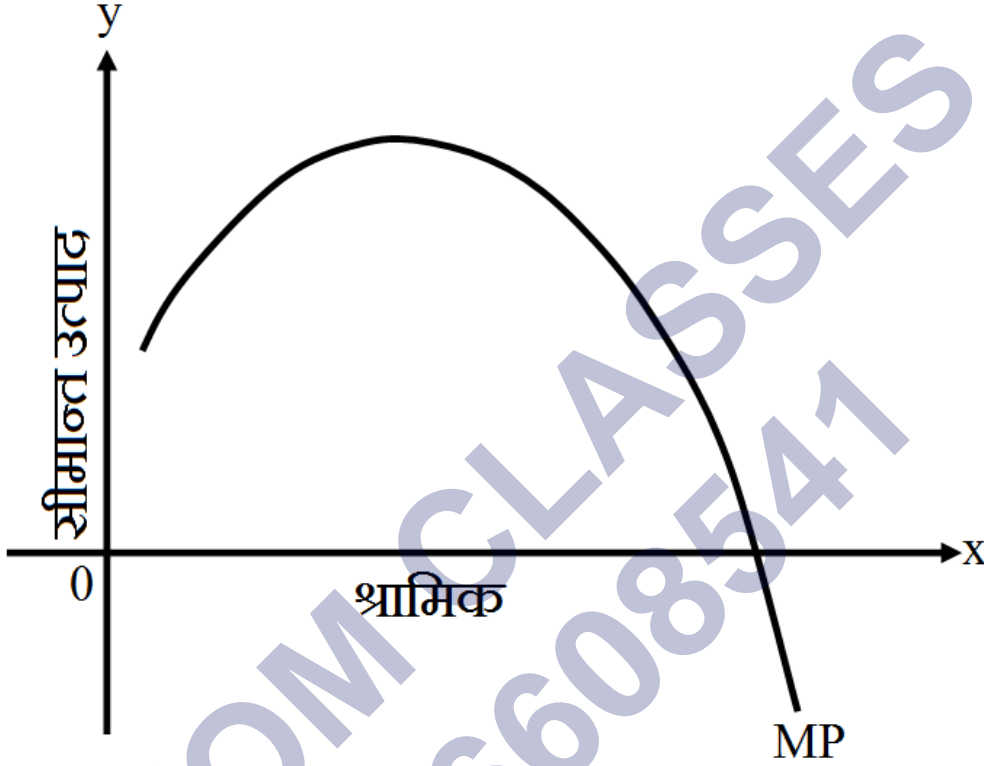
प्रश्न 10 सरल सहसंबंध गुणांक की तुलना में कोटि सहसंबंध गुणांक कब अधिक परिशुद्ध होता है।

उत्तर – सरल सहसंबंध गुणांक तथा कोटि सहसंबंध गुणांक दोनों ही दो चरों के मध्य रेखीय संबंध मापते हैं। परन्तु जब चरों को सार्थक रूप से मापन नहीं किया जा सकता।

जैसे- कीमत, आय, वजन आदि, तब कोटि सहसंबंध गुणांक साधारण सहसंबंध की तुलना में अधिक परिशुद्ध होता है।

प्रश्न 11 क्या शून्य सहसंबंध का अर्थ स्वतंत्रता है?

उत्तर - शून्य सहसंबंध का अर्थ स्वतंत्रता नहीं है अपितु इसका अर्थ रेखीय सहसंबंध की स्वतंत्रता है। दो चरों में आरेखीय सहसंबंध होने पर जब उन्हें प्रकीर्ण आरेख पर दर्शाया जायेगा। तो वे शून्य सहसंबंध दर्शायेंगे तथा जब उन्हें पियरसन या स्पीयरमैन विधि से निकाला जाता है तो यह निम्न सहसंबंध का मान देगा। नीचे दी गई आकृति के द्वारा इसे समझा जा सकता है।



इसे शून्य सहसंबंध माना जायेगा, जबकि एक स्तर तक x और y धनात्मक रूप से संबंधित है तथा तदुपरांत उनमें ऋणात्मक सहसंबंध है।

प्रश्न 12 क्या सरल सहसंबंध गुणांक किसी भी प्रकार के संबंध को माप सकता है?

उत्तर - नहीं, सरल सहसंबंध गुणांक केवल रेखीय सहसंबंध माप सकता है।

1. यह आरेखीय सहसंबंध नहीं माप सकता।
2. यह ऐसे चरों के बीच सहसंबंध ज्ञात नहीं कर सकता जो संख्यात्मक रूप में व्यक्त नहीं किये जा सकते।
3. यह धनात्मक, ऋणात्मक तथा रेखीय सहसंबंध की अनुपस्थिति को माप सकता है।

प्रश्न 13 एक सप्ताह तक अपने स्थानीय बाजार से 5 प्रकार की सब्जियों की कीमतें प्रतिदिन एकत्र करें। उनका सहसंबंध गुणांक परिकलित कीजिए। इसके परिणाम की व्याख्या कीजिए।

उत्तर -

सब्जी	क	ख	ग	घ	ङ
कीमत सप्ताह 1 (X)					
कीमत सप्ताह 2 (Y)					

सप्ताह की कीमत को x तथा सप्ताह 2 में कीमत y तथा $x = 5$ मानते हुए सहसम्बन्ध गुणांक की गणना करो।

प्रश्न 14 अपनी कक्षा के सहपाठियों के कद मापिए। उनसे उनके बेंच पर बैठे सहपाठी का कद पूछिए। इन दो चरों का सहसंबंध गुणांक परिकलित कीजिए और परिणाम का निर्वचन कीजिए।

उत्तर - सभी बेंचों पर दायीं ओर बैठे छात्र को X तथा बायीं ओर बैठे छात्र की Y कहें। यदि कक्षा में 40 विद्यार्थी हैं तो 20 जोड़े बन जायेंगे। यदि संख्या विषम है तो एक विद्यार्थी को छोड़ना होगा। उनके कद ज्ञात करके कार्ल पियरसन की किसी भी विधि द्वारा सहसंबंध गुणांक ज्ञात किया जा सकता है।

प्रश्न 15 कुछ ऐसे चरों की सूची बनाएँ जिनका परिशुद्ध मापन कठिन हो?

उत्तर - ऐसे चर जिनका परिशुद्ध मापन कठिन है-

- तापमान एवं आइसक्रीम की बिक्री।
- तापमान एवं समुद्र की तरफ जाने वाले पर्यटक।

प्रश्न 16 r के विभिन्न मानों $+1$, -1 , तथा 0 की व्याख्या करें।

उत्तर -

$r = +1$ पूर्ण धनात्मक सहसंबंध।

$r = -1$ पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध।

$r = 0$ रेखीय सहसंबंध की अनुपस्थिति।

प्रश्न 17 पियर्सन सहसंबंध गुणांक से कोटि सहसंबंध गुणांक क्यों भिन्न होता है?

उत्तर - सामान्यतः कार्ल पियर्सन सहसंबंध गुणांक एवं कोटि सहसंबंध गुणांक की विशेषताएँ एकसमान होती हैं। दोनों ही मामलों में सहसंबंध गुणांक का मान ± 1 के मध्य होता है। परंतु कोटि सहसंबंध के परिणाम पियर्सन सहसंबंध के परिणाम की भाँति शुद्ध नहीं होता। सामान्यतः $r \leq r_k$ अर्थात् r_k , r की तुलना में बराबर अथवा कम होता है। इसका कारण यह है कि कोटि सहसंबंध में चर मूल्यों के बजाय कोटियों (ranks) का प्रयोग किया जाता है। पियर्सन सहसंबंध गुणांक चरों के चरम मूल्यों से भी प्रभावित होता है। जबकि कोटि सहसंबंध में चरम मूल्यों का कोई प्रभाव नहीं पड़ता।

प्रश्न 18 पिताओं (x) और उनके पुत्रों (y) के कदों का माप नीचे इंचों में दिया गया है। इन दोनों के बीच सहसंबंध गुणांक परिकलित कीजिए।

x	65	66	57	67	68	69	70	72
y	67	56	65	68	72	72	69	71

उत्तर -

x	y	dx	dy	dx ²	dy ²	dx dy
65	67	-2	-1	4	1	2
66	56	-1	-12	1	144	12
57	65	-10	-3	100	9	30
67	68	0	0	0	0	0
68	72	+1	+4	1	16	4

69	72	+2	+4	4	16	8
70	69	+3	+1	9	1	3
72	71	+5	+3	25	9	15
कुल		$\Sigma dx = -2$	$\Sigma dy = -4$	$\Sigma d^2 = 149$	$\Sigma dy^2 = 196$	$\Sigma dx dy = 70$

प्रश्न 19 x और y के बीच सहसंबंध गुणांक को परिकल्पित कीजिए और उनके संबंध पर टिप्पणी कीजिए।

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	9	4	1	1	4	9

उत्तर -

x	y	x²	y²	xy
-3	9	9	81	-27
-2	4	4	16	-8
-1	1	1	1	-1
1	1	1	1	1
2	4	4	16	8
3	9	9	81	27
$\Sigma x = 0$	$\Sigma y = 28$	$\Sigma x^2 = 28$	$\Sigma y^2 = 196$	$\Sigma xy = 0$

$$r = \frac{\sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{N}}{\sqrt{\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}} \sqrt{\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{N}}}$$

$$\frac{0 - \frac{0 \times 28}{6}}{\sqrt{28 - \frac{(0)^2}{6}} \sqrt{196 - \frac{(28)^2}{6}}}$$

$$\Rightarrow \frac{0-0}{\sqrt{28} \sqrt{196 - \frac{784}{6}}}$$

$$\Rightarrow \frac{0-0}{\sqrt{28} \sqrt{196 - 130.67}}$$

$$\Rightarrow \frac{0}{\sqrt{28} \sqrt{65.33}}$$

$$\Rightarrow 0$$

$r = 0$ (अतः दोनों चरो के बीच कोई सहसंबंध नहीं है।)

प्रश्न 20 x और y के बीच सहसंबंध गुणांक परिकल्पित कीजिए और उनके संबंध पर टिप्पणी कीजिए।

x	1	3	4	5	7	8
y	2	6	8	10	14	16

उत्तर -

x	x^2	y	y^2	xy
1	1	2	4	2
3	9	6	16	18
4	16	8	64	32
5	25	10	100	50
7	49	14	196	98
8	64	16	256	144
कुल $\sum x=23$	$\sum x^2=164$	$\sum y=56$	$\sum y^2=636$	$\sum xy=344$

$$r_k = \frac{\sum xy - \frac{\sum X \sum Y}{N}}{\sqrt{\sum X^2 - \left(\frac{\sum X}{N}\right)^2} \sqrt{\sum y^2 - \left(\frac{\sum Y}{N}\right)^2}}$$

$$\begin{aligned} r_k &= \frac{344 - \frac{(56)(23)}{6}}{\sqrt{164 - \left(\frac{23}{6}\right)^2} \sqrt{636 - \left(\frac{56}{6}\right)^2}} \\ &= \frac{344 - 214.44}{\sqrt{164 - 14.69} \sqrt{636 - 87.111}} \\ &= \frac{129.56}{\sqrt{149.31} \sqrt{548.89}} = \frac{129.56}{\sqrt{81954.7659}} \\ &= \frac{129.56}{286.27} \\ &= +0.45 \end{aligned}$$

SHIVOM CLASSES
8696608541