

गणित

अध्याय-7: त्रिभुजों की सर्वांगसमता



त्रिभुजों के सर्वांगसमता नियम

सर्वांगसमता

सर्वांगसमता का अर्थ होता है सभी प्रकार से बराबर अर्थात वे आकृतियाँ जिनके समान आकार और समान माप हों।

त्रिभुजों की सर्वांगसमता

दो त्रिभुज सर्वांगसम कहलाते हैं यदि वे एक दूसरे को पूर्णतया ढक लेते हैं।

त्रिभुजों की सर्वांगसमता के लिए प्रतिबंध

1. SSS सर्वांगसमता प्रतिबंध

यदि दिए गए सुमेलन के अंतर्गत, एक त्रिभुज की तीनों भुजाएँ क्रमशः किसी दूसरे त्रिभुज की संगत भुजाओं के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

2. SAS सर्वांगसमता प्रतिबंध

यदि एक सुमेलन के अंतर्गत, एक त्रिभुज की दो भुजाएँ और उनके अंतर्गत कोण दूसरे त्रिभुज की संगत दो भुजाओं और उनके अंतर्गत कोण के बराबर हो तो त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

3. ASA सर्वांगसमता प्रतिबंध:

यदि एक सुमेलन में, एक त्रिभुज के दो कोण और उनके अंतर्गत भुजा, किसी दूसरे त्रिभुज के दो संगत कोणों और अंतर्गत भुजा के बराबर हो, तो वे त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

समकोण त्रिभुजों में सर्वांगसमता

RHS सर्वांगसमता प्रतिबंध

यदि एक सुमेलन के अंतर्गत, किसी समकोण त्रिभुज का कर्ण और एक भुजा क्रमशः किसी दूसरे समकोण त्रिभुज के कर्ण और एक भुजा के बराबर हो, तो वे त्रिभुज सर्वांगसम होते हैं।

नोट: दो त्रिभुजों में AAA सर्वांगसमता नहीं होती है। यह आवश्यक नहीं है कि बराबर संगत कोणों के दो त्रिभुज सर्वांगसम हों। ऐसे सुमेलनों में, इनमें से एक, दूसरे की बड़ी हुई प्रतिलिपि हो सकती है। (वे सर्वांगसम होंगे यदि वे एक दूसरे की एक जैसी प्रतिलिपि हो

SHIVOM CLASSES
8696608541

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 7.1 (पृष्ठ संख्या 149)

प्रश्न 1 निम्न कथनों को पूरा कीजिए :

- दो रेखाखण्ड सर्वांगसम होते हैं, यदि
- दो सर्वांगसम कोणों में से एक की माप 70° है, दूसरे कोण की माप _____ है।
- जब हम $\angle A = \angle B$ लिखते हैं, हमारा वास्तव में अर्थ होता है _____ ।

उत्तर-

- दोनों की लम्बाई समान है।
- 70°
- $m\angle A = m\angle B$.

प्रश्न 2 वास्तविक जीवन से सम्बन्धित सर्वांगसम आकारों के कोई दो उदाहरण दीजिए।

उत्तर-

- समान मान के दो सिक्के अथवा नोट,
- एक ताले की दो चाबियाँ।

प्रश्न 3 यदि सुमेलन $ABC \leftrightarrow FED$ के अन्तर्गत $\triangle ABC \cong \triangle FED$ तो त्रिभुजों के सभी संगत सर्वांगसम भागों को लिखिए।

उत्तर- $\triangle ABC \cong \triangle FED$ का अर्थ $\triangle ABC$, $\triangle FED$ को पूरी तरह ठीक-ठीक ढक लेगा तथा $\triangle ABC$ के शीर्ष क्रमशः $\triangle FED$ के शीर्षों पर निम्न क्रम में होंगे $\angle A \leftrightarrow \angle F$, $\angle B \leftrightarrow \angle E$ और $\angle C \leftrightarrow \angle D$

तब हमारे पास निम्नलिखित छः संगत सर्वांगसम भाग

$$\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}, \overline{BC} \leftrightarrow \overline{ED}, \overline{CA} \leftrightarrow \overline{DF}$$

(अर्थात् संगत कोण सर्वांगसम हैं।)

$$\overline{AB} \leftrightarrow \overline{FE}, \overline{BC} \leftrightarrow \overline{ED}, \overline{CA} \leftrightarrow \overline{DF}$$

(अथोत् संगत भुजाएँ सर्वांगसम हैं।)

प्रश्न 4 यदि $\triangle DEF \cong \triangle BCA$ हो, तो $\triangle BCA$ के उन भागों को लिखिए जो निम्न के संगत हों-

- i. $\angle E$
- ii. \overline{EF}
- iii. $\angle F$
- iv. \overline{DF}

उत्तर- यदि $\triangle DEF \cong \triangle BCA$ हो तो $D \leftrightarrow B$, $E \leftrightarrow C$ और $F \leftrightarrow A$

अतः, $\triangle BCA$ के भाग संगत होंगे।

- i. $\angle E$, $\angle C$ के
- ii. \overline{EF} , \overline{CA} के
- iii. $\angle F$, $\angle A$ के
- iv. \overline{DF} , \overline{BA} के

प्रश्नावली 7.2 (पृष्ठ संख्या 149)

प्रश्न 1 निम्न में आप कौनसे सर्वांगसम प्रतिबन्धों का प्रयोग करेंगे?

a. दिया है: $AC = DE$, $AB = DE$, $BC = EF$

इसलिए, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

दिया है : $ZX = RP$, $RQ = ZY$

$\angle PRQ = \angle XZY$

इसलिए, $\triangle PQR \cong \triangle XYZ$

b. दिया है : $\angle MLN = \angle FGH$

$\angle NML = \angle GFH$

$$ML = FG$$

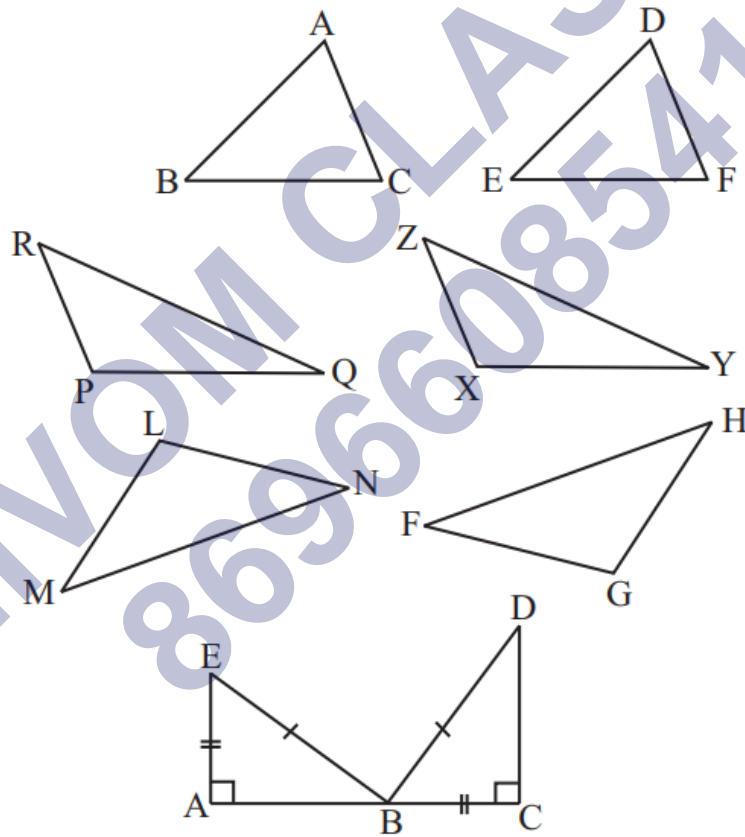
इसलिए, $\triangle LMN \cong \triangle GFH$

c. दिया है : $EB = DB$,

$$AE = BC$$

$$\angle A = \angle C = 90^\circ$$

इसलिए, $\triangle ABE \cong \triangle CDB$



उत्तर-

a. SSS (भुजा-भुजा-भुजा) सर्वांगसमता प्रतिबन्ध द्वारा,

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$

b. SAS (भुजा-कोण-भुजा) सर्वांगसमता प्रतिबन्ध द्वारा,

$$\Delta POR \cong \Delta XYZ$$

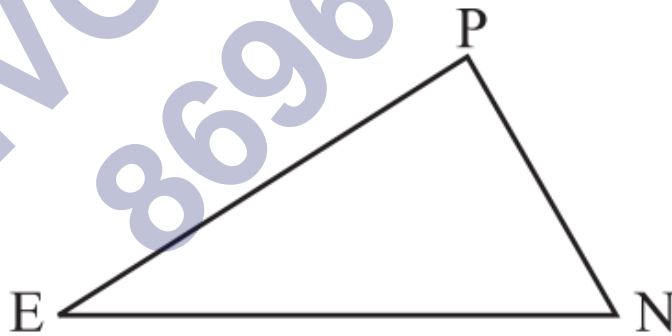
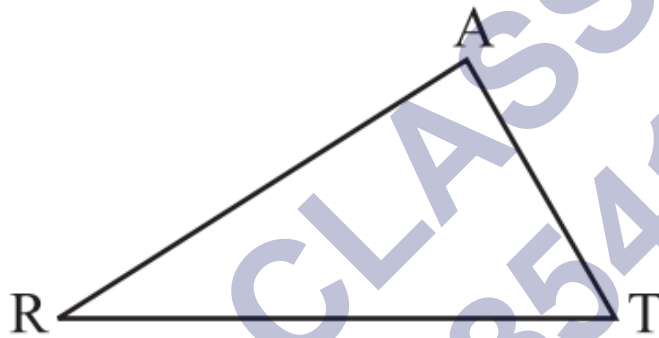
c. ASA (कोण-भुजा-कोण) सर्वांगसमता प्रतिबन्ध द्वारा,

$$\Delta LMN \cong \Delta GFH$$

d. RHS (समकोण-कर्ण-भुजा) सर्वांगसमता प्रतिबन्ध द्वारा,

$$\Delta ABE \cong \Delta CDB$$

प्रश्न 2 आप $\Delta ART \cong \Delta PEN$ दर्शाना चाहते हैं,



a. यदि आप SSS सर्वांगसमता प्रतिबन्ध का प्रयोग करें तो आपको दर्शाने की आवश्यकता है :

(i) $AR =$

(ii) $RT =$

(iii) $AT =$

b. यदि यह दिया गया है कि $\angle T = \angle N$ और आपको SAS प्रतिबन्ध का प्रयोग करना है, तो आपको आवश्यकता होगी:

(i) $RT =$

और (ii) $PN =$

c. यदि यह दिया गया है कि $AT = PN$ और आपको ASA प्रतिबन्ध का प्रयोग करना है तो आपको आवश्यकता होगी।

(i) $? =$

(ii) $? =$

उत्तर-

a. $\triangle ART \cong \triangle PEN$ को SSS सर्वांगसमता प्रतिबन्ध द्वारा दर्शाने के लिए दर्शाना होगा:

(i) $AR = PE$

(ii) $RT = EN$

(iii) $AT = PN$

b. यदि $m\angle T = m\angle N$ और SAS सर्वांगसमता प्रतिबन्ध द्वारा दर्शाने के लिए हमें दर्शाना होगा:

(i) $RT = EN$

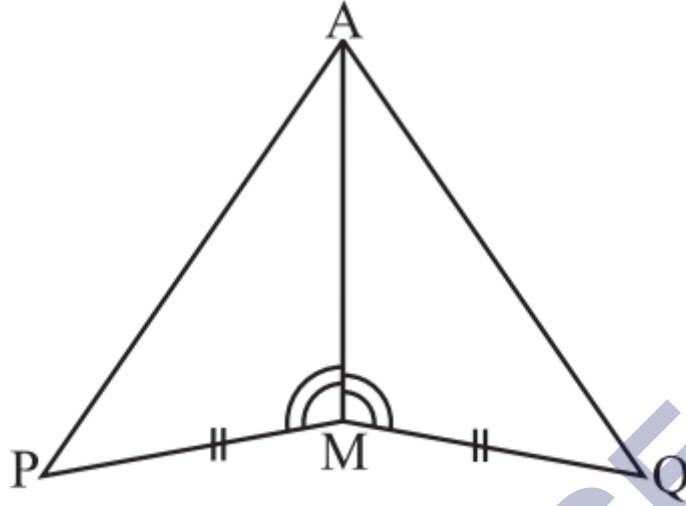
और (ii) $PN = AT$

c. यदि $AT = PN$ और ASA सर्वांगसमता के प्रयोग के लिए आवश्यकता होगी:

(i) $\angle RAT = \angle EPN$

और (ii) $\angle ATR = \angle PNE$

प्रश्न 3 आपको $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$ दर्शाना है। निम्न चरणों में, रिक्त कारणों को भरिए।



क्रम	कारण
(i) $PM = QM$	(i)
(ii) $\angle PMA = \angle QMA$	(ii)
(ii) $AM = AM$	(iii)
(iv) $\triangle AMP \cong \triangle AMQ$	(iv)

उत्तर- कारण क्रमवार नीचे दिये गये हैं:

(i) दिया है

(ii) दिया है

(iii) उभयनिष्ठ

(iv) SAS सर्वांगसमता प्रतिबन्ध ।

प्रश्न 4 $\triangle ABC$ में, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 40^\circ$ और $\angle C = 110^\circ$

$\triangle PQR$ में, $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 40^\circ$ और $\angle R = 110^\circ$

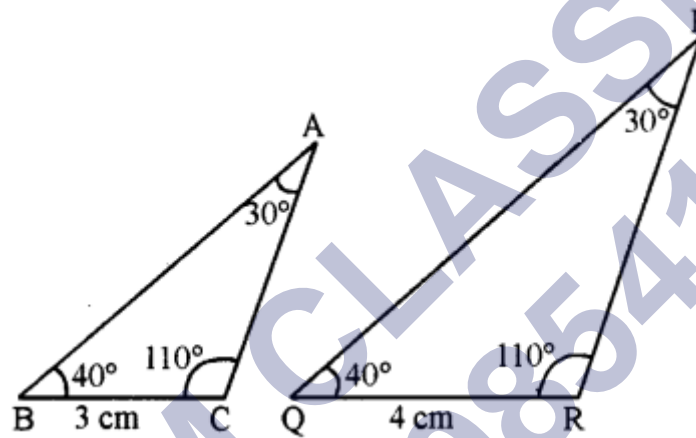
एक विद्यार्थी कहता है कि AAA सर्वांगसमता प्रतिबन्ध से $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ है। क्या यह कथन सत्य है? क्यों या क्यों नहीं?

उत्तर- दो त्रिभुजों में, एक त्रिभुज के तीनों कोण दूसरे त्रिभुज के तीनों कोणों के बराबर हैं तो आवश्यक नहीं त्रिभुज सर्वांगसम हो।

एक ΔABC की रचना कीजिए जिसमें $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 110^\circ$ और माना $BC = 3\text{cm}$
दूसरा ΔPQR की रचना करो जिसमें $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 40^\circ$, $\angle R = 110^\circ$ और माना $QR = 4\text{cm}$

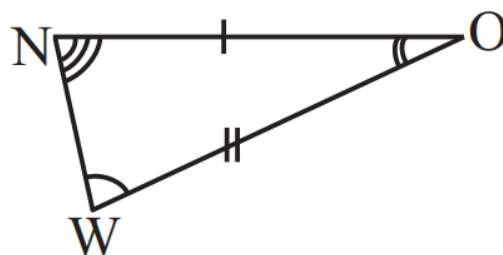
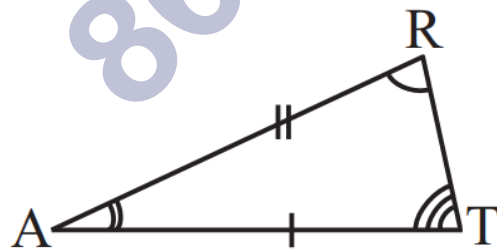
स्पष्टतः त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हैं लेकिन यह सर्वांगसम नहीं हैं क्योंकि $BC \neq QR$

अतः विद्यार्थी का कथन सत्य नहीं है।



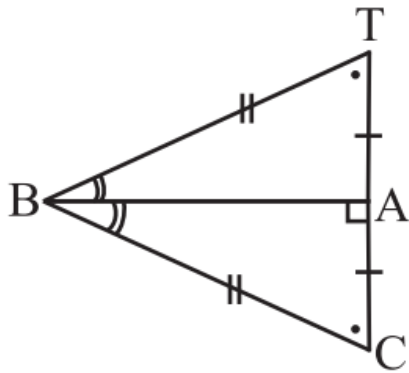
प्रश्न 5 आकृति में दो त्रिभुज ART तथा OWN सर्वांगसम हैं जिनके संगत भागों को अंकित किया गया है। हम लिख सकते हैं

$\Delta RAT = ?$

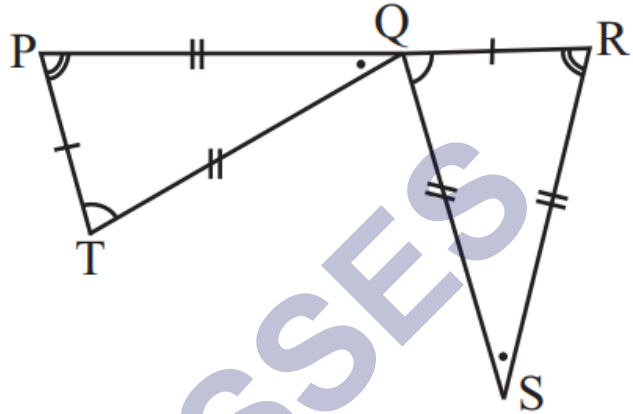


उत्तर- स्पष्टतः दी गई आकृति $\Delta RAT \cong \Delta WON$

प्रश्न 6 कथनों को पूरा कीजिए-



$\Delta BCA \cong$?



$\Delta QRS \cong$?

उत्तर- सर्वांगसम कथन को पूरा करने पर

$$\Delta BCA \cong \Delta BTA$$

$$\Delta QRS \cong \Delta TPQ$$

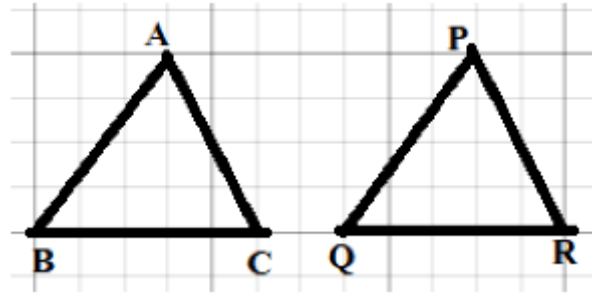
प्रश्न 7 एक वर्गांकित शीट पर, बराबर क्षेत्रफलों वाले दो त्रिभुजों को इस प्रकार बनाइए कि

- त्रिभुज सर्वांगसम हों।
- त्रिभुज सर्वांगसम न हों। आप उनके परिमाण के बारे में क्या कह सकते हैं?

उत्तर-

a. ΔPQR का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times QR \times PQ \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \text{ वर्ग इकाई} \\ &= 6 \text{ वर्ग इकाई} \end{aligned}$$



और ΔSRP का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times SR \times SP \\
 &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \text{ वर्ग इकाई} \\
 &= 6 \text{ वर्ग इकाई}
 \end{aligned}$$

$\therefore \Delta PQR$ का क्षेत्रफल = ΔRSP का क्षेत्रफल ΔPQR और ΔRSP में,

• $PQ = RS$

$\angle Q = \angle S$

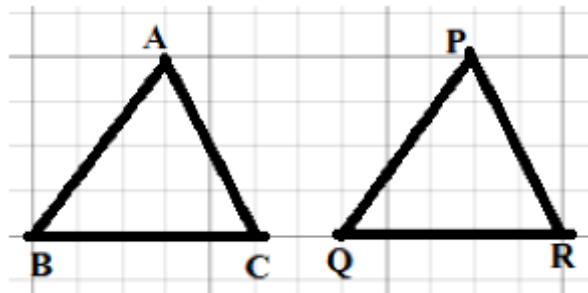
और $PR = RP$

\therefore RHS सर्वांगसमता प्रतिबन्ध द्वारा

$\Delta POR \cong \Delta RSP$

b. यहाँ ΔABC का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times BC \times AB \\
 &= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 \text{ वर्ग इकाई} \\
 &= 10 \text{ वर्ग इकाई}
 \end{aligned}$$



और ΔDBC का क्षेत्रफल

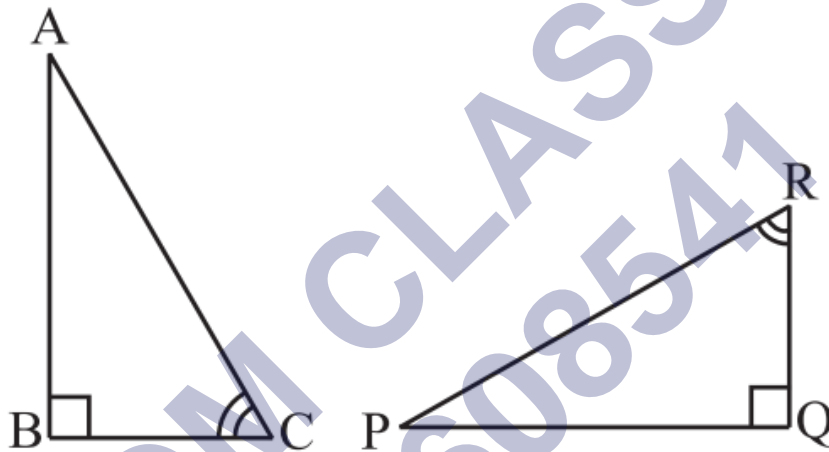
$$= \frac{1}{2} \times BC \times DL$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 4\right) \text{ वर्ग इकाई}$$

$$= 10 \text{ वर्ग इकाई}$$

∴ ΔABC का क्षेत्रफल = ΔDBC का क्षेत्रफल लेकिन आकृति द्वारा ये त्रिभुज सर्वांगसम नहीं हैं। लेकिन इस दशा में उनके परिमाण समान नहीं होंगे।

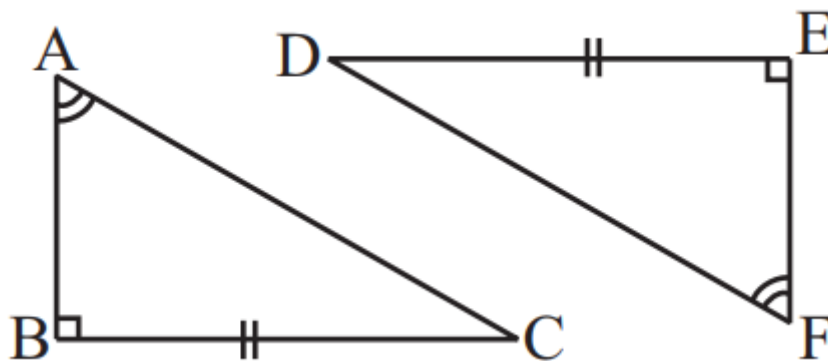
प्रश्न 8 आकृति में एक सर्वांगसम भागों का एक अतिरिक्त युग्म बताइए जिससे ΔABC और ΔPQR सर्वांगसम हो जाएँ। आपने किस प्रतिबन्ध का प्रयोग किया?



उत्तर- $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ सिद्ध करने के लिए संगत भागों के एक अतिरिक्त युग्म की आवश्यकता होगी वह है $BC = QR$

इसमें ASA सर्वांगसम प्रतिबन्ध का प्रयोग किया।

प्रश्न 9 चर्चा कीजिए, क्यों?



उत्तर- $\triangle ABC \cong \triangle FED$ क्योंकि,

$$\angle C = \angle D \quad (\angle A = \angle F, \angle B = \angle E)$$

\therefore तीसरा कोण $\angle C =$ तीसरा कोण $\angle D$)

$$BC = DE \text{ (दिया है)}$$

$$\text{और } \angle B = \angle E \text{ (दिया है)}$$

अतः, ASA सर्वांगसम प्रतिबन्ध से

$$\triangle ABC \cong \triangle FED$$

SHIVOM CLASSES
8696608541