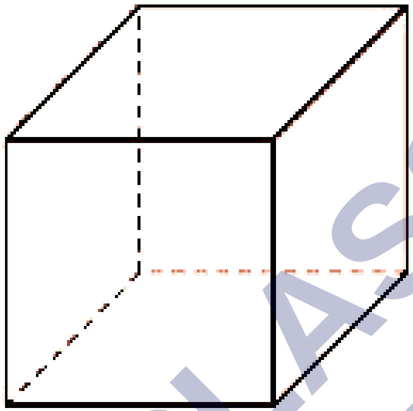
गणित

अध्याय-7: घन और घनमूल

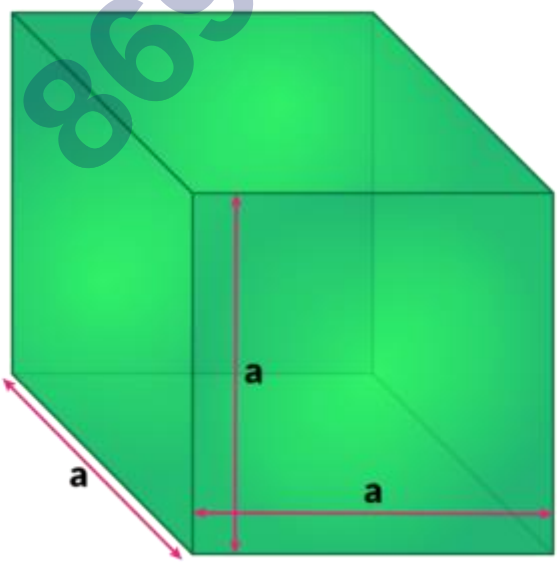
घन:-

घन की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई सामान होती हैं। एक घन में छः फलक, बारह किनारे एवं आठ कोने होते हैं इसके छह बराबर-बराबर आकार के फलक होते हैं हर फलक एक वर्ग होता हैं और छह फलक होने के कारण यह एक प्रकार का षट्फलकी भी कहलाता हैं।



घन की परिभाषा

घन एक ऐसी त्रिआयामी आकृति को कहा जाता है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई सामान होती हैं। एक घन में छः फलक, बारह किनारे एवं आठ कोने होते हैं।



जैसा कि आप ऊपर दी गयी आकृति में देख सकते हैं यहाँ एक त्रिआयामी आकृति दी गयी है जिसकी लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई एक सामान है। ऐसा होने से ये एक घन कहलायेगा।

घन के गुणधर्म

- **फलक(face) :** जैसा कि हम देख सकते हैं एक घन के छः फलक होते हैं एवं इन फलकों को घन का शीर्ष भी कहा जाता है। हर एक फलक के चार भुजाएं होती हैं एवं इनके चार भीतरी कोण समकोण होते हैं।
- **किनारे(edge) :** एक घन में बारह किनारे होते हैं। ये किनारे फलकों की भुजाएं होती हैं। एक घन के बारह के बारह किनारे समान लम्बाई के होते हैं।
- **शीर्ष(vertices) :** शीर्ष वह कोना होता है जहां तीन रेखाएं जो कि एक घन के किनारे होते हैं वे आकर मिलते हैं। एक घन में आठ किनारे होते हैं।
- **फलक विकर्ण(face diagonal) :** फलक विकर्ण वे रेखा खंड होते हैं जो विपरीत शीर्षों को जोड़ते हैं। हर एक फलक के किनारे के दो विकर्ण होते हैं तो कुल 12 विकर्ण होते हैं।

घन के सूत्र

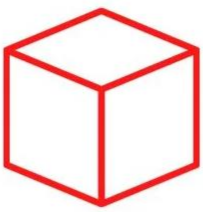
- घन का आयतन = $a \times a \times a$
- घन का परिमाप = $4 \times a \times a$
- घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $6\ a^2$ वर्ग सेंटीमीटर।
- घन का विकर्ण = $\sqrt{3}a$ सेंटीमीटर।

घन (Cube)

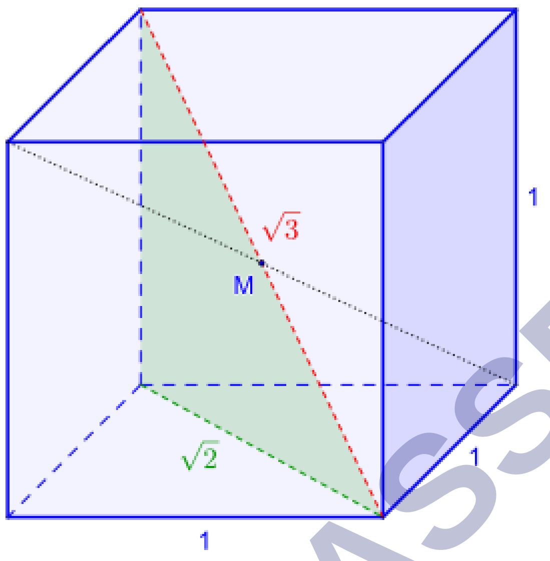
घन की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई सामान होती हैं। एक घन में छः फलक, बारह किनारे एवं आठ कोने होते हैं इसके छह बराबर-बराबर आकार के फलक होते हैं हर फलक एक वर्ग होता हैं और छह फलक होने के कारण यह एक प्रकार का षट्फलकी भी कहलाता हैं।

घन के सूत्र

1. घन का आयतन = $\mathbf{a \times a \times a}$
2. घन का परिमाप = $\mathbf{4 \times a \times a}$
3. घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = $\mathbf{6\ a^2}$ वर्ग सेंटीमीटर
4. घन का विकर्ण = $\mathbf{\sqrt{3}a}$ सेंटीमीटर



यदि किसी घन के कोर (edge) की लम्बाई a हो तो:



सम्पूर्ण पृष्ट	$6a^2$	आयतन	a^3
फलक विकर्ण	$\sqrt{2}a$	आंतरिक विकर्ण	$\sqrt{3}a$
radius of circumscribed sphere	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$	radius of sphere tangent to edges	$\frac{a}{\sqrt{2}}$
radius of inscribed sphere	$\frac{a}{2}$	angles between faces (in radians)	$\frac{\pi}{2}$

घन का क्षेत्रफल

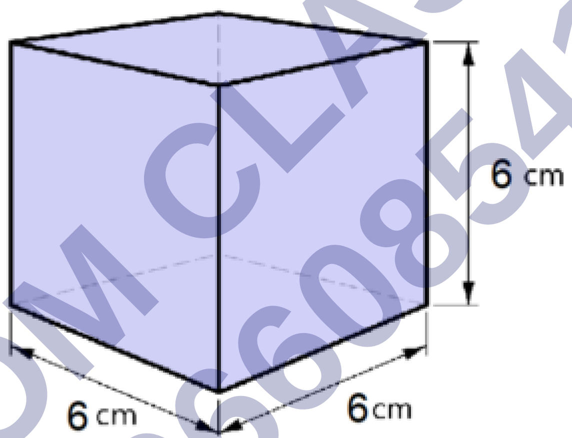
घन का पूर्ण पृष्ठ क्षेत्रफल

अगर हमें एक घन का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल निकालना है तो यह प्रिक्रिया से निकालना होगा:

- पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल सारे फलकों के क्षेत्रफल के बराबर होता है। जैसा कि हम जानते हैं कि यहाँ सारे फलक सामान माप के होते हैं तो हम एक फलक का क्षेत्रफल निकालने के बाद उसे 6 से गुना कर देंगे जिससे पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल निकल जाएगा।
- हम इसे दुसरे तरीके से भी कर सकते हैं जोकि है :

6a2

- अर्थात भुजा का वर्ग निकालने के बाद हम उसे 6 से गुना करेंगे और हमारे पास पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल आ जायगा।
- इसको हम इस तरह समझ सकते हैं:
- एक घन में 6 वर्ग होते हैं एवं एक वर्ग का क्षेत्रफल होता है a2 तो अगर हम एक वर्ग का क्षेत्रफल निकालकर उसे 6 से गुना करेंगे तो पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल निकल जाएगा।
- तो हम एक घन लेते हैं जिसकी भुजा का माप 6 cm है।



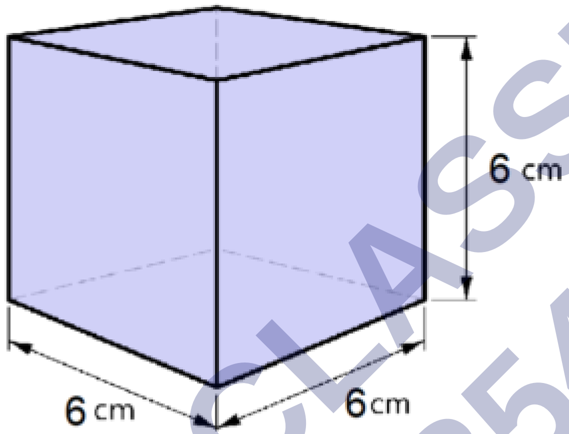
- तो हम सबसे पहले 6 का वर्ग करते हैं = 36 cm2
- अब हमें इसे 6 से गुना करना है : 6 * 36 cm2
- अतः इस घन का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल होगा : 216 cm2
- इस तरह से आप एक घन का पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल निकला सकते हैं।

घन का वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल

एक घन के वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल निकालने का सूत्र है :

$4a^2$

- इसको हम इस प्रकार समझ सकते हैं की एक घन के वक्र पृष्ठ (curved surface) में 4 वर्ग होते हैं। तो हमें बस उनका क्षेत्रफल निकलना होगा।
- इसको हम ऐसे भी कर सकते हैं कि एक वर्ग का क्षेत्रफल निकालके इसे 4 से गुना कर सकते हैं।
- उदाहरण के तौर पर हम 6 cm भुजा वाला एक घन लेते हैं।



इसका वक्र पृष्ठ क्षेत्रफल होगा : 4*a*a = 4*36 = 144 cm2

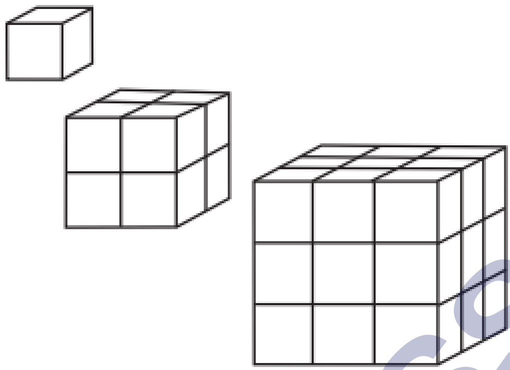
ऊपर दी गयी प्रक्रियाओं से आप एक घन का आयतन, पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल एवं वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल निकाल सकते हैं।

घनमूल:-

किसी संख्या का घनमूल वह संख्या हैं, जिसे परस्पर तीन बार गुणा करने पर दी गई संख्या प्राप्त होती हैं।

इसे ($\sqrt[3]{}$) चिन्ह से दर्शाते हैं।

वे आकृतियाँ जिनकी 3 विमाएँ (dimensions) होती हैं, ठोस आकृतियाँ कहलाती हैं।



उदाहरण : $\sqrt[3]{15,625}$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए?

5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
5	5
	1

$\sqrt[3]{15,625} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

$\sqrt[3]{15,625} = 5^3 \times 5^3$

$\sqrt[3]{15,625} = 5 \times 5$

$\sqrt[3]{15,625} = 25$

घनमूल निकालने का तरीका:-

किसी संख्या के अभाज्य गुणनखण्डों के तीन गुणनखण्डों में से एक लेकर इनका गुणनफल ही संख्या का घनमूल होगा

घनमूल निकालने के लिए नीचे के 3 स्टेप फॉलो करने होते है।

- दी गई संख्या में दाई और से तीन अंको का जोड़ा बनाये और शेष अंको का जोड़ा बनाएं।
- दी गई संख्या में इकाई अंक जिस संख्या का घन करने से प्राप्त होगा वह संख्या उत्तर में सबसे अंत में लिखे।
- शेष अंकों के जोड़े से बनी हुई संख्या जिस संख्या के घन करने से उसके सबसे नजदीक पहुँचे वह संख्या उत्तर में बाई ओर लिखे।

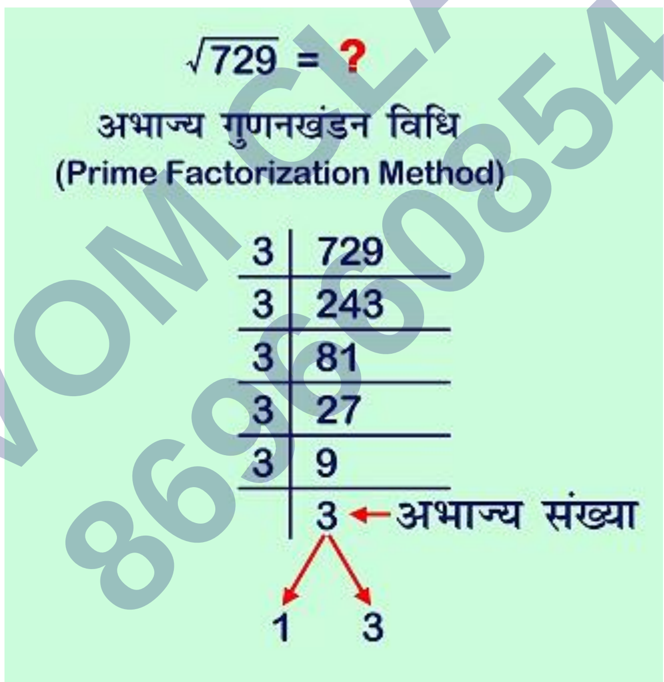
1 से लेकर 10 तक कि संख्याओं का घन

1^3	1
2^3	8
3^3	27
4^3	64
5^3	125
6^3	216
7^3	343
8^3	512

9^3	729
10^3	**1,000**

अभाज्य गुणनखंड विधि

जब कोई संख्या अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में लिखी हो, तो वह उसका अभाज्य गुणनखंड रूप कहलाता है। उदाहरण के लिए 30 को अभाज्य गुणनखंड रूप में 2 × 3 × 5 लिखते हैं। 70 का अभाज्य गुणनखंड रूप 2 × 5 × 7 है। 90 का अभाज्य गुणनखंड रूप 2 × 3 × 3 x 5 है, इत्यादि।



घन की पहचान

सम संख्याओं का घन हमेशा सम संख्या ही होता है।

जैसे- 4^3 = 64 ; 6^3 = 216 इत्यादि।

विषम संख्याओं का घन हमेशा विषम संख्या ही होता है।

जैसे- 5^3 =125 ; 7^3 =343 इत्यादि।

इन नियमों से भी आप निकाल सकते हैं घन :-

$(x+y)^3 = x^3+y^3+3x^2y+3xy^2$

जैसे- 4 का घन निकालने के लिए =3+1 मानें

यहां x=3 , y=1

$=3^3+1^3+3\times3^2\times1+3\times3\times1^2$
$=27+1+3\times9+9\times1$
=28+27+9 = 64 ans. यह चार का घन है, आप इस तरह से निकाल सकते हैं।

$(x-y)^3 = x^3-y^3-3x^2y+3xy^2$

जैसे- 2 का घन निकालने के लिए

= 4-2 मानें

यहां x=4 , y=2

$= 4^3-2^3-3\times4^2\times2+3\times4\times2^2$
$= 64-8-3\times32+3\times16$
$= 56-96+48$
=106-96 = 4 ans.यह दो का घन है।

गुणनखंड विधि द्वारा घनमूल

गुणनखंड विधि के द्वारा आपको दी गई संख्या का Ghanmul निकालने के लिए उस संख्या का गुणनखंड करके तोड़ लेना होगा, फिर इसका तीन-तीन अंको को लेकर जोड़ा बना लेना होगा। इसके बाद हर एक जोड़े में से एक-एक संख्या को बाहर निकाल कर। आपस में गुणा करके आप उस संख्या का घनमूल निकाल सकते हैं।

जैसे:- $\sqrt[3]{343}$ =

$\sqrt[3]{343}$

$$\begin{array}{r|l} 7 & 343 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline & 7 \end{array}$$

अतः 343 का घनमूल 7 होगा।

भाग विधि द्वारा घनमूल

भाग विधि में आपको संख्या का घनमूल निकालने के लिए भाग लगाना होता है। इसके अंतर्गत सबसे पहले आपको उस संख्या का दाएं तरफ से तीन संख्याओं का जोड़ा बनाते हुए बाईं तरफ आना होता है। बाईं तरफ आने के बाद एक या दो संख्या शेष बचता है।

अगर दो संख्या शेष बचता है, तो उसका जोड़ा बना ले। यदि एक बचे तो उस एक संख्या को वैसे ही रहने दे। इसके बाद आपको वहीं से भाग लगाते हुए आना है और जिस संख्या का आपने जोड़ा बनाया है उसको एक साथ उतारते हुए हल करना है।

जैसे:- $\sqrt[3]{2197}$ =

उन संख्याओं का घन जिनके के अंत में शून्य

जिस संख्या के अंत में एक शून्य हो तो उसका घन ज्ञात करने के लिए शून्य को छोड़कर प्राप्त संख्या का पहले घन निकालिए उसके बाद एक शून्य के बदले तीन शून्य लगा दीजिए।

जैसे- 20 का घन= यहां शून्य को छोड़कर 2 का घन 8 होगा और एक शून्य के स्थान पर तीन शून्य होगा =8000 ans.

वैसे ही जिस संख्या के अंत में 2 शून्य हो उसका घन निकालने के लिए आपको शून्य को छोड़ देना है और प्राप्त संख्या का घन निकाल लेना है, इसके बाद दो शून्य के स्थान पर तीन शून्य लगा देना है।

जैसे- 300 का घन = 27000 ans.

इसी प्रकार जिस संख्या के अंत में 3 शून्य हो उसका घन निकालने के लिए आपको शून्य को छोड़ देना है और प्राप्त संख्या का घन निकाल लेना है, उसके बाद तीन शून्य के स्थान पर 9 शून्य लगा देना है।

जैसे- 5000 = 125000000000.

किसी संख्या के घनमूल का इकाई अंक ऐसे ज्ञात करें

जिस संख्या के इकाई अंक के स्थान पर 0,1,4,5,6,9 रहे उनके घनमूल के इकाई स्थान पे भी वही अंक होगा।

जैसे- 10 का घनमूल = 1000

11 का घनमूल = 1331

4 का घनमूल = 64

5 का घनमूल = 125

6 का घनमूल = 216

9 का घनमूल = 729

यहां इन सब के Ghanmul का इकाई अंक वही है जो इनके संख्या का हैं।

जिस संख्या का इकाई अंक 2 उसके घनमूल के इकाई का अंक 8 होगा और जिसका इकाई अंक 8 उसके Ghanmul के इकाई अंक 2 होगा।

जैसे- 2 का घनमूल = 8 और

8 का घनमूल = 512 ,यहां जिसका इकाई अंक 2 है उसके घनमूल का इकाई अंक 8 और जिसका इकाई अंक 8 है उसके Ghanmul का इकाई अंक 2 है।

इसी तरह जिस संख्या का इकाई अंक 3 उसके घनमूल का इकाई अंक 7 होगा और जिसका इकाई अंक 7 उसके Ghanmul का इकाई अंक 3 होगा।

जैसे- 3 का घनमूल = 27 और

7 का घनमूल = 343 .

विषम संख्याओं के योग के रूप में घनमूल निकालें।

इसके लिए पहली विषम संख्या ऐसे निकाले। उदाहरण:-

$5^3= 5^2-5+1=25-5+1=21$

इसलिए $5^3= 21+23+25+27+29$. ऐसे आप क्रमागत विषम संख्या के रूप में घनमूल ज्ञात कर सकते हैं।

$7^3= 7^2-7+1=49-7+1=43$

इसलिए $7^3=43+45+47+49+51+53+55$ ans.

दशमलव संख्या का घन कैसे निकालें।

जैसे- $(0.2)^3 = 2/10×2/10×2/10$

$= 8/1000 = 0.008$ ans.

$(0.5)^3 = 5/10×5/10×5/10$
$= 125/1000 = 0.125$ ans.

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 7.1 (पृष्ठ संख्या 122)

प्रश्न 1 निम्नलिखित में से कौनसी संख्याएँ पूर्णघन नहीं है?

a. 216
b. 128
c. 1000
d. 100
e. 46656

उत्तर-

a. संख्या = 216

216 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$216 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$$

यहाँ 216 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2 और 3 दोनों के तीन-तीन समूह बन रहे हैं।

अत:, 216 एक पूर्ण घन है।

b. संख्या = 128

128 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$128 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2$$

यहाँ 128 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अत:, 128 पूर्ण घन नहीं है।

c. संख्या = 1000

1000 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

1000 = 2 × 2 × 2 × 5 × 5 × 5

यहाँ 1000 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2 और 5 तीन-तीन के समूहों में हैं।

अतः, 1000 पूर्ण घन है।

d. संख्या = 100

100 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

100 = 2 × 2 × 5 × 5

यहाँ 100 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2 और 5 तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

अतः, 100 पूर्ण घन नहीं है।

e. संख्या = 46656

46656 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$46656 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3}$$

यहाँ 46656 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2 और 3 तीन-तीन के समूहों में हैं।

अतः, 46656 पूर्ण घन है।

प्रश्न 2 वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त हो जाए-

a. 243

b. 256

c. 72

d. 675

e. 100

उत्तर-

a. संख्या = 243

243 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$243 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 3 \times 3$$

यहाँ 243 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 3, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

243 को 3 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

b. संख्या = 256

256 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$256 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 2$$

यहाँ 256 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

256 को 2 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

c. संख्या = 72

72 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$72 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times 3 \times 3$$

यहाँ 72 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 3 , तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

72 को 3 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

d. संख्या = 675

675 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$675 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5 \times 5$$

यहाँ 675 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 5, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

675 को 5 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

e. संख्या = 100

100 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

100 = 2 × 2 × 5 × 5

यहाँ 100 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2 और 5, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

100 को 2 × 5 = 10 से गुणा करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

प्रश्न 3 वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे निम्नलिखित संख्याओं को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन प्राप्त हो जाए

a. 81
b. 128
c. 135
d. 192
e. 704

उत्तर-

a. संख्या = 81

81 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$81 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 3$$

यहाँ 81 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 3, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

81 को 3 से भाग करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

b. संख्या = 128

128 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$128 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 2$$

यहाँ 128 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 2, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

128 को 2 से भाग करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

c. संख्या = 135

135 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$135 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times 5$$

यहाँ 135 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 5, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

135 को 5 से भाग करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

d. संख्या = 192

192 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$192 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 3$$

यहाँ 192 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 3, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

192 को 3 से भाग करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

e. संख्या = 704

704 का अभाज्य गुणनखंड करने पर

$$704 = \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times 11$$

यहाँ 704 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 11, तीन-तीन के समूहों में नहीं हैं।

704 को 11 से भाग करने पर पूर्ण घन प्राप्त होगा।

प्रश्न 4 परीक्षित प्लास्टिसिन का एक घनाभ बनाता है, जिसकी भुजाएँ 5cm, 2cm और 5cm हैं। एक घन बनाने के लिए ऐसे कितने घनाभों की आवश्यकता होगी?

उत्तर- घनाभ का आयतन = 5 × 2 × 5 = 2 × 5 × 5

इसका घन बनाने के लिए हमें 2 × 2 × 5 अर्थात् 20 घनाभों की आवश्यकता होगी।

प्रश्नावली 7.2 (पृष्ठ संख्या 124)

प्रश्न 1 अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा निम्नलिखित में से प्रत्येक संख्या का घनमूल ज्ञात कीजिए

a. 64
b. 512
c. 10648
d. 27000
e. 15625
f. 13824
g. 110592
h. 46656
i. 175616
j. 91125

उत्तर-

a. 64

$$\begin{array}{c|c} 2 & 64 \\ \hline 2 & 32 \\ \hline 2 & 16 \\ \hline 2 & 8 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$$

$$\sqrt[3]{64} = 2 \times 2 \ = 4$$

b. 512

2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$$\sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \times 2 \times 2}$$

$$= 2 \times 2 \times 2 = 8$$

c. 10648

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
11	11
	1

$$\sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11}$$

$$= 2 \times 11 = 22$$

d. 27000

2	27000
2	13500
2	6750
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$$\sqrt[3]{27000} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times \times 5 \times \; 5}$$

$$= 2 \times 3 \times 5 = 30$$

e. 15625

5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	125
5	5
	1

$$\sqrt[3]{15625} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$= 5 \times 5 = 25$$

f. 13824

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$\sqrt[3]{13824} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \times 2 \times 3 \times 3}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

g. 110592

2	110592
2	55292
2	27648
2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

$\sqrt[3]{110592} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2\times \times 2 \times 2\times \times 2 \times 2 \times 2 \times \times 3 \times 3}$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

h. 46656

2	46656
2	23328
2	11664
2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$\sqrt[3]{46656} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \times 3 \times \quad 3 \times 3}$

$= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$

i. 175616

2	175616
2	87808
2	43904
2	21952
2	10976
2	5488
2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

$\sqrt[3]{175616} = \sqrt[3]{2 \times 2\times \times 2 \times 2 \times 2\times \quad \times 2 \times 2\times 2 \times\times 7 \times 7 \times} 7$

$= 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$

j. 91125

3	91125
3	30375
3	10125
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

$$\sqrt[3]{91125} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5}$$

$$= 3 \times 3 \times 5 = 45$$

प्रश्न 2 बताइए सत्य है या असत्य

a. किसी भी विषम संख्या का घन सम होता है।

b. एक पूर्ण घन दो शून्यों पर समाप्त नहीं होता है।

c. यदि किसी संख्या का वर्ग 5.पर समाप्त होता है, तो उसका घन 25 पर समाप्त होता है।

d. ऐसा कोई पूर्णघन नहीं है जो 8 पर समाप्त होता है।

e. दो अंकों की संख्या का घन तीन अंकों वाली संख्या हो सकती है।

f. दो अंकों की संख्या के घन में सात या अधिक अंक हो सकते हैं।

g. एक अंक वाली संख्या का घन एक अंक वाली संख्या हो सकती है।

उत्तर-

a. असत्य

b. सत्य

c. असत्य

d. असत्य

e. असत्य

f. असत्य

g. सत्य

प्रश्न 3 आपको यह बताया जाता है कि 1331 एक पूर्ण घन है। क्या बिना गुणनखंड किए आप यह अनुमान लगा सकते हैं कि इसका घनमूलं क्या है? इसी प्रकार 4913, 12167 और 32768 के घनमूलों के अनुमान लगाइए।

उत्तर-

a. 1331 के लिए:1331 के घनमूल के इकाई स्थान पर 1 है, क्योंकि 1 से समाप्त होने वाली संख्याओं के घनमूल का इकाई अंक 1 होता है। 1331 के दाएँ से तीन स्थान चलने पर 1 प्राप्त होता है क्योंकि $1^3 = 1$. अतः दी गई संख्या के दहाई अंक का घनमूल 1 होगा।

$\therefore \sqrt[3]{133} = 11$

b. 4913 के लिए: 4913 के घनमूल का इकाई अंक 7 होगा क्योंकि 3 से समाप्त होने वाली संख्याओं का घनमूल का इकाई अंक 7 होता है। 4913 के दाएँ से तीन स्थान चलने पर हमें 4 मिलता है क्योंकि $1^3 = 1$ और $2^3 = 8$. अतः $1^3 < 4 < 2^3$. अतः 4913 के घनमूल का दहाई अंक 1 होगा।

$\therefore \sqrt[3]{4913} = 17$

c. 12167 के लिए:12167 के घनमूल का इकाई अंक 3 होगा, क्योंकि 7 से समाप्त होने वाली संख्याओं के घनमूल का इकाई अंक 3 होता है। 12167 के दाएँ से तीन अंक चलने पर हमें 12 मिलता है क्योंकि 23 = 8 और 33 = 27. अतः $2^3 < 12 < 3^3$. अतः 12167 के घनमूल का दहाई अंक 2 होगा।

$\therefore \sqrt[3]{12167} = 23$

d. 32768 के लिए-32768 के घनमूल का इकाई अंक 2 होगा क्योंकि 8 से समाप्त होने वाली संख्याओं के घनमूल का इकाई अंक 2 होता है । 32768 के दाएँ से तीन अंक चलने पर 32 प्राप्त होता है क्योंकि 33 = 27 और 43 = 64 इसलिए $3^3 < 32 < 4^3$. अत: 32768 के घनमूल का दहाई अंक 3 होगा।

$\therefore \sqrt[3]{32768} = 32$