

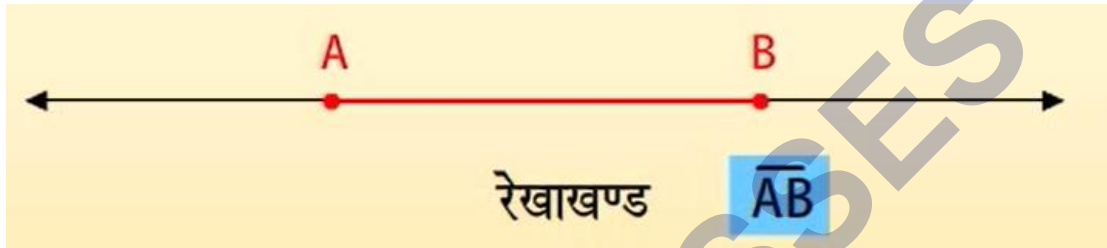
गणित

अध्याय-6: रेखाएँ और कोण

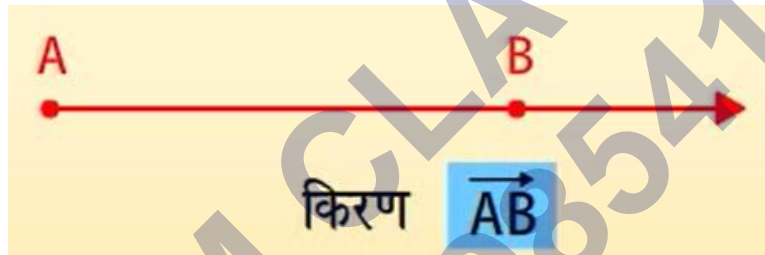


आधारभूत पद और परिभाषाएं

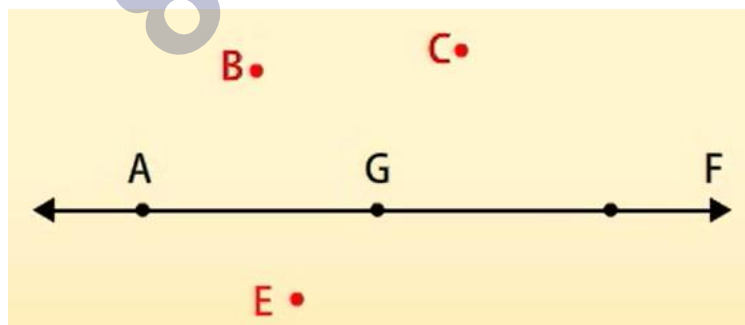
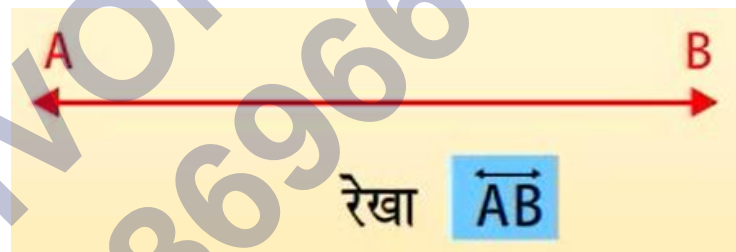
रेखाखण्ड-



किरण-



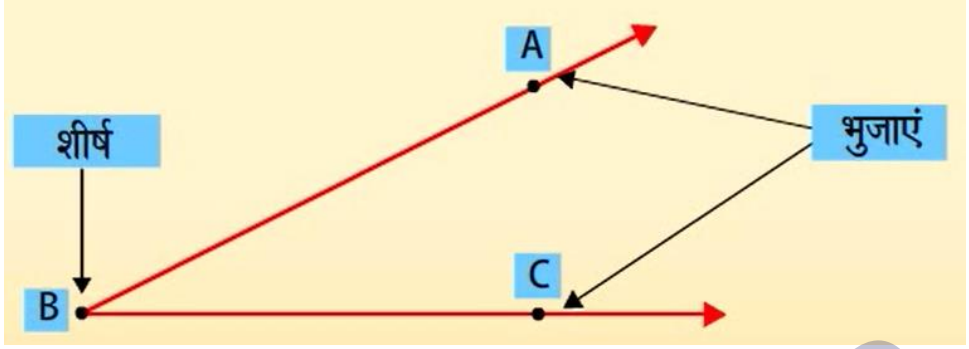
रेखा-



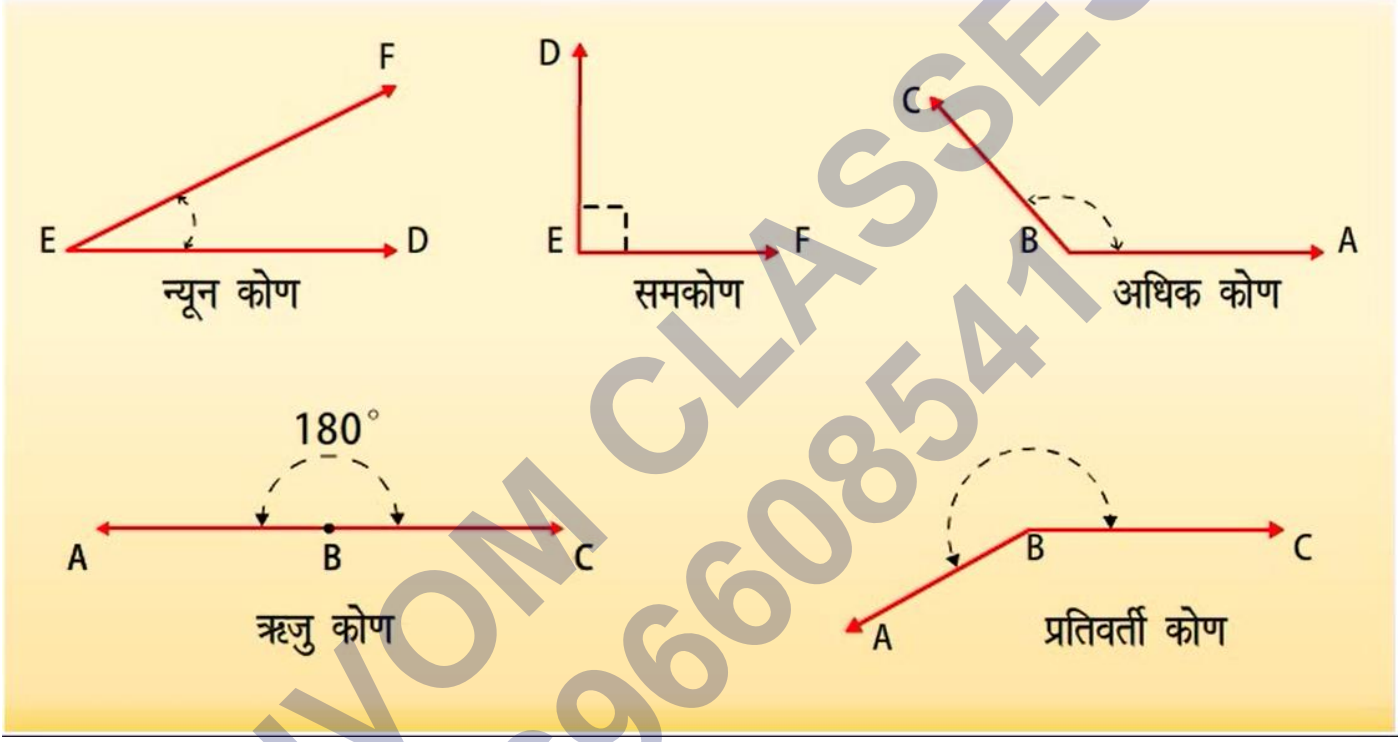
AGF संरेख बिन्दु हैं।

BCE असंरेख बिन्दु हैं।

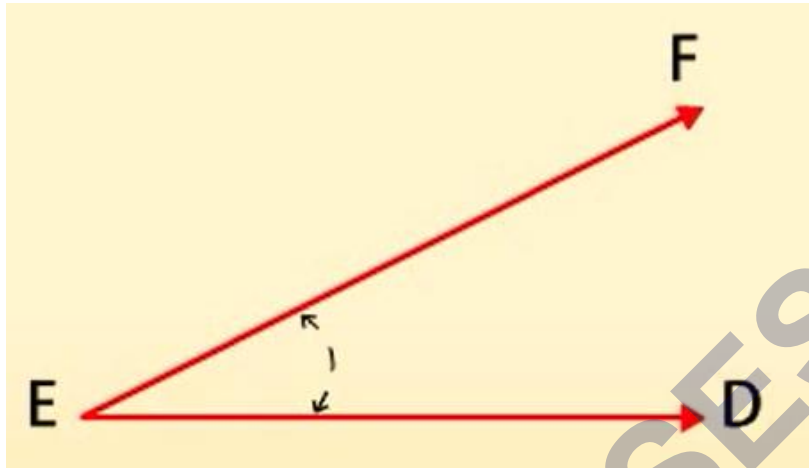
कोण-



कोणों के प्रकार-

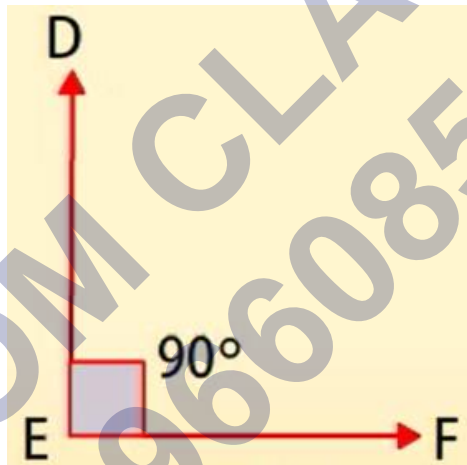


न्यूनकोण-



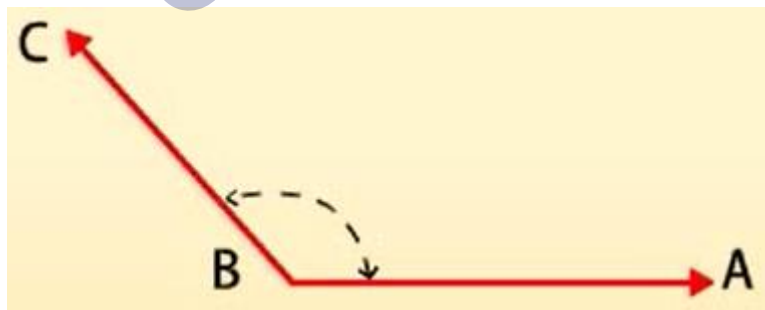
एक न्यूनकोण का माप 0° से 90° के बीच होता है।

समकोण-



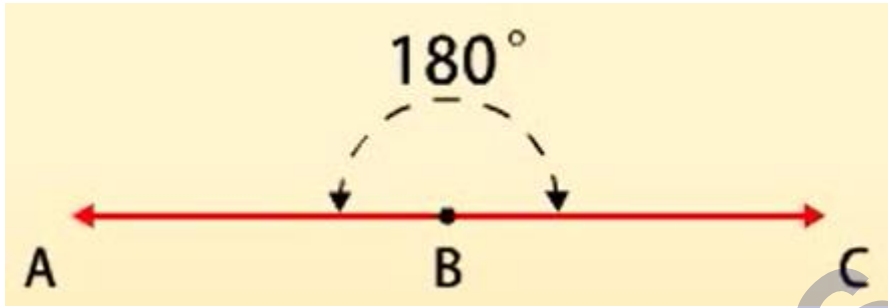
समकोण कोण ठीक 90° के बराबर होता है।

अधिक कोण-



अधिक कोण कोण 90° से ज्यादा और 180° से कम

ऋजु कोण-



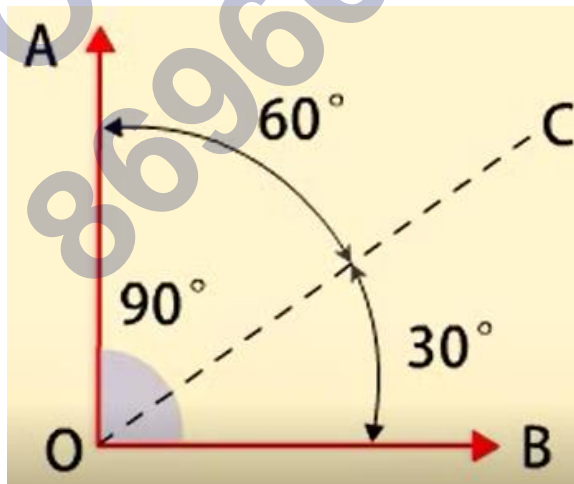
ऋजु कोण कोण 180° के बराबर

वृहत्कोण-



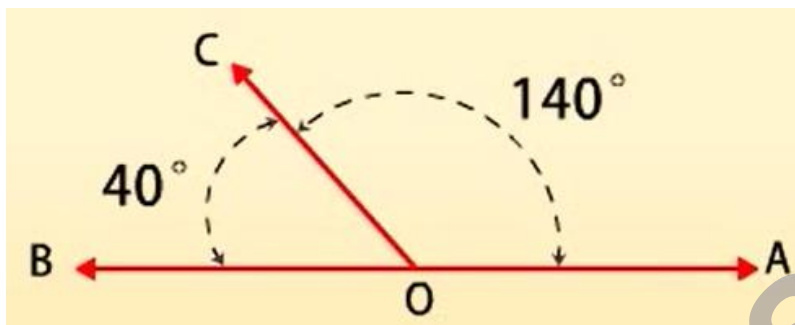
कोण 180° से ज्यादा और 360° से कम

पूरक कोण-



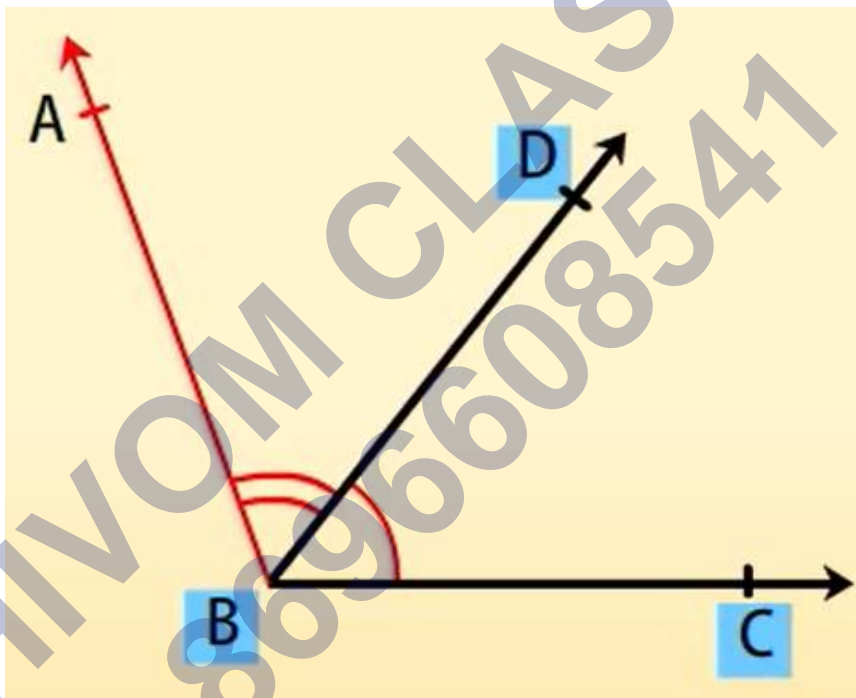
दो कोण जो एक साथ समकोण बनाते हैं, पूरक कोण कहलाते हैं।

सम्पूरक कोण-



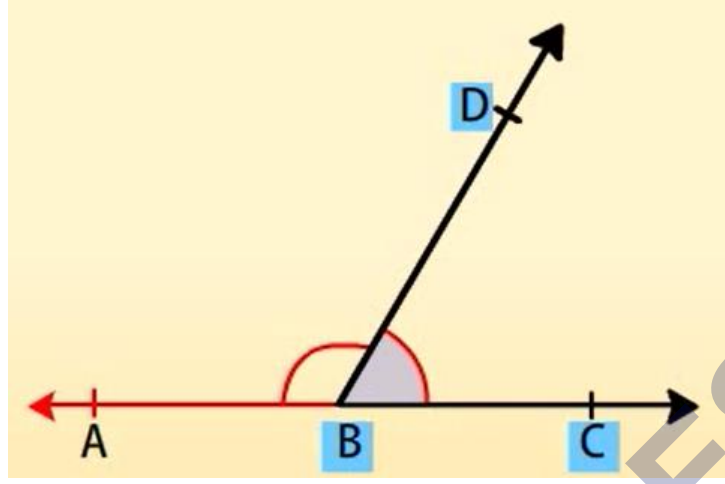
जिनका योग 180° हो

आसन्न कोण- वैसे दो कोण जिसकी एक भुजा उभयनिष्ठ हो और उनका एक ही शीर्ष हो आसन्न कोण कहलाता है।

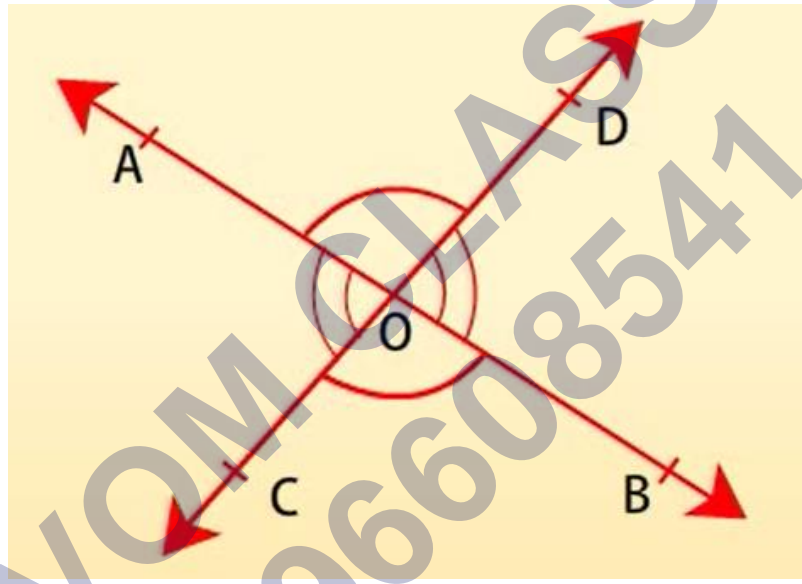


इन कोणों को आसन्न कोण कहते हैं।

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$$

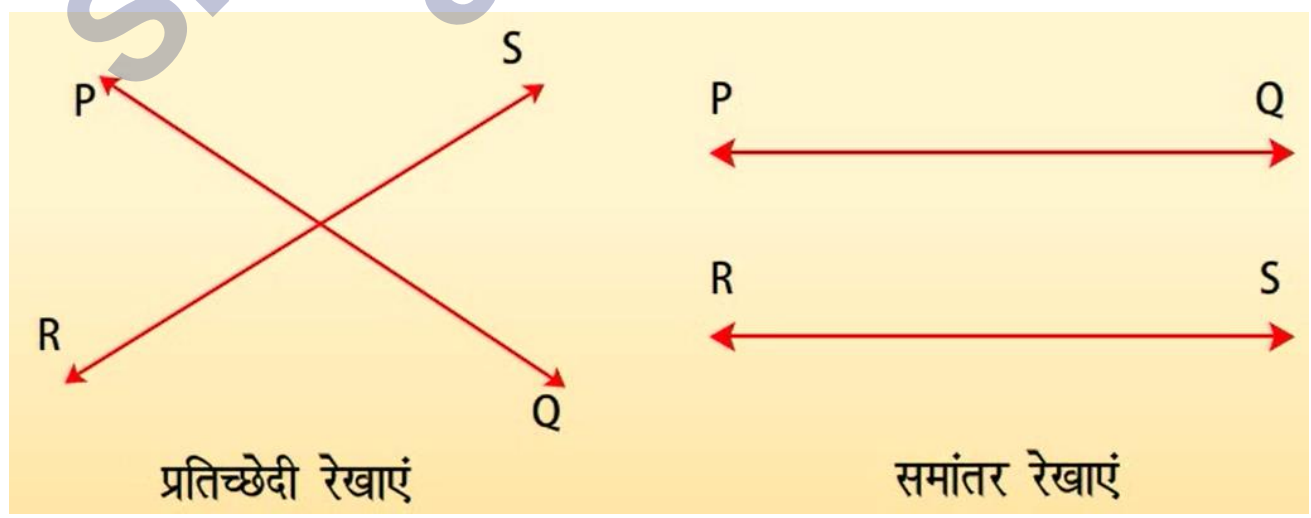


कोणों का रैखिक युग्म



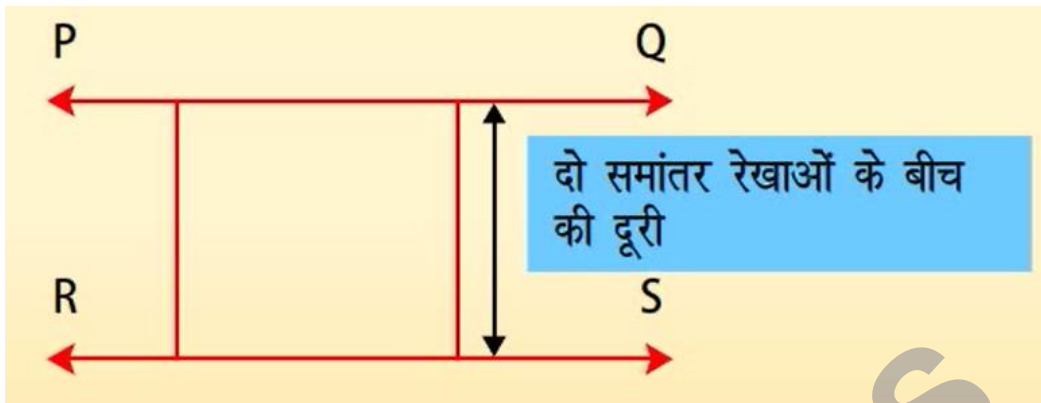
शीर्षाभिमुख कोण

प्रतिच्छेदी रेखाएँ और अप्रतिच्छेदी रेखाएँ

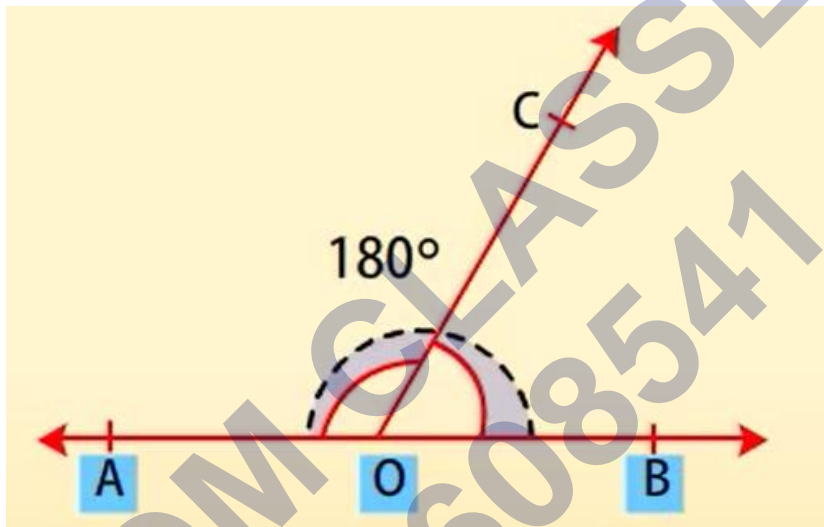


प्रतिच्छेदी रेखाएं

समांतर रेखाएं



कोणों का युग्म



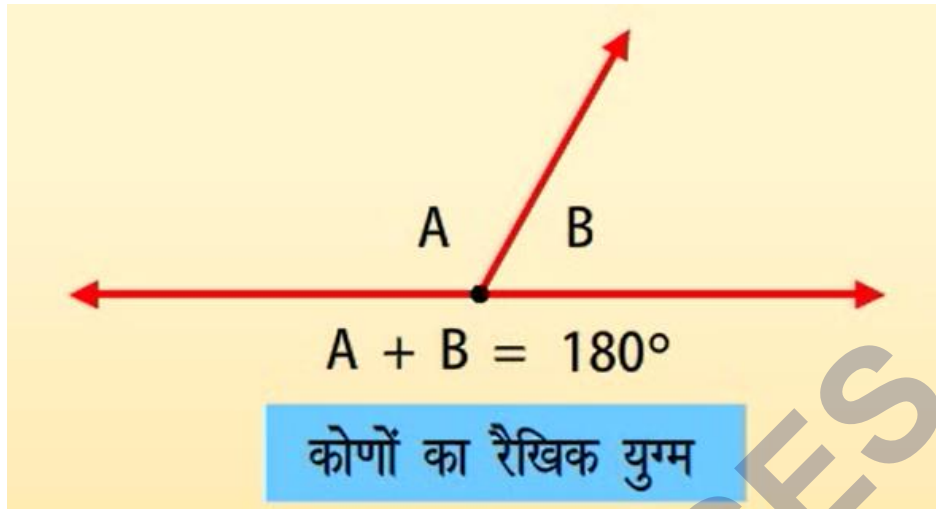
$$\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB \dots\dots\dots (i)$$

$$\angle AOB = 180^\circ \dots\dots\dots (ii)$$

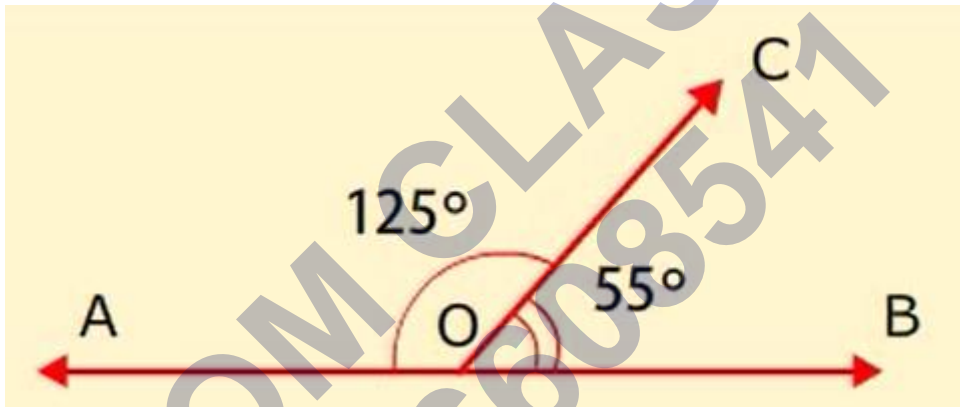
$$\angle AOC + \angle BOC = 180^\circ$$

अभिगृहीत I

अभिगृहीत 1: यदि एक किरण एक रेखा पर खड़ी हो, तो इस प्रकार बने दोनों आसन्न कोणों का योग 180° होता है।



अभिगृहीत 2: यदि दो आसन्न कोणों का योग 180° हो तो एक किरण रेखा पर खड़ी होती है।



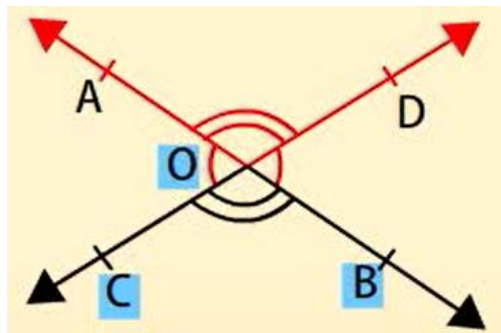
$$\angle AOC + \angle COB$$

$$125^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

प्रमेय

यदि दो रेखाएँ परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं, तो शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।

सिद्ध: यह दिया है कि दो रेखाएँ एक-दूसरे को प्रतिच्छेद करती हैं। अतः, मान लीजिए कि AB और CD दो रेखाएँ हैं जो परस्पर बिंदु पर प्रतिच्छेद करती हैं।



$\angle AOC$ और $\angle BOD$,

$\angle AOD$ और $\angle BOC$ शीर्षाभिमुख कोण हैं।

सिद्ध करे: $\angle AOC = \angle BOD$

$\angle AOD = \angle BOC$

यहां किरण OA रेखा CD पर खड़ी है।

अतः $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$ (रैखिक युग्म अभिगृहीत)(1)

इसी प्रकार $\angle AOD + \angle BOD = 180^\circ$ (2)

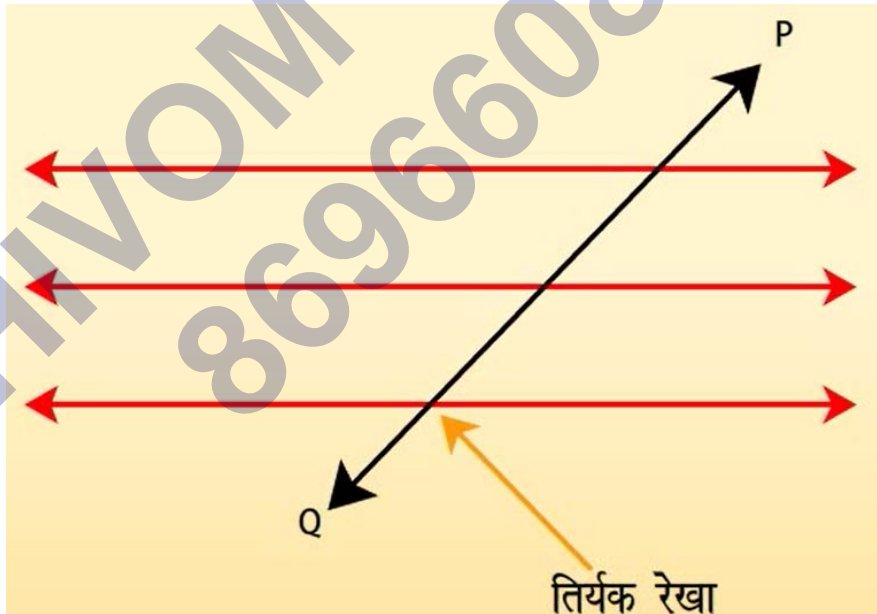
(1) और (2) से, हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

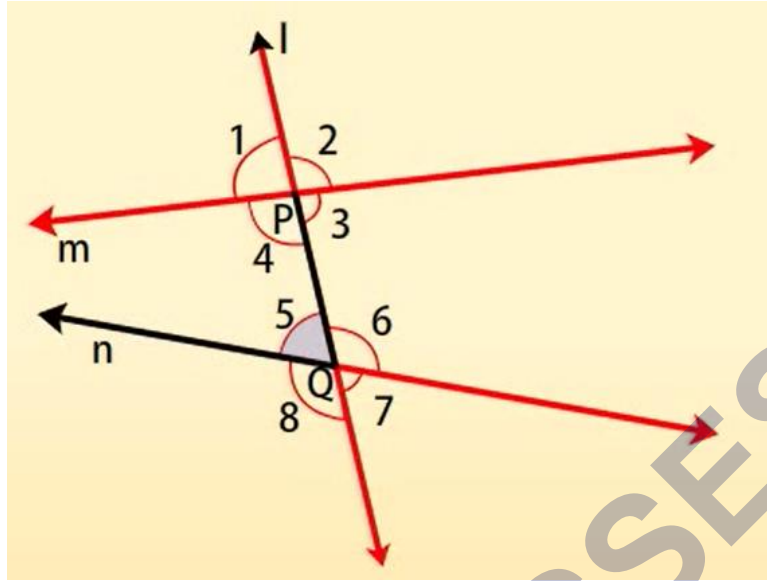
$\angle AOC + \angle AOD = \angle AOD + \angle BOD$

$\angle AOC = \angle BOD$

अतः $\angle AOD = \angle BOC$

समांतर रेखाएं और तिर्यक रेखाएं





$\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 7$ और $\angle 8$ बाह्य कोण कहलाते हैं।

$\angle 3$, $\angle 4$, $\angle 5$ और $\angle 6$ अंतः कोण कहलाते हैं।

संगत कोण:

- (i) $\angle 1$ और $\angle 5$
- (ii) $\angle 2$ और $\angle 6$
- (iii) $\angle 4$ और $\angle 8$
- (iv) $\angle 3$ और $\angle 7$

एकांतर अंतः कोण:

- (i) $\angle 4$ और $\angle 6$
- (ii) $\angle 3$ और $\angle 5$

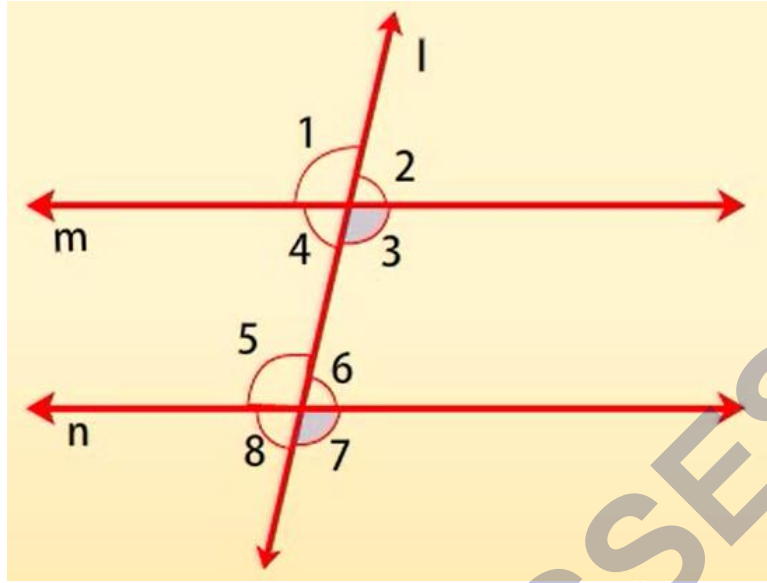
एकांतर बाह्य कोण :

- (i) $\angle 1$ और $\angle 7$
- (ii) $\angle 2$ और $\angle 8$

तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोण :

- (i) $\angle 4$ और $\angle 5$
- (ii) $\angle 3$ और $\angle 6$

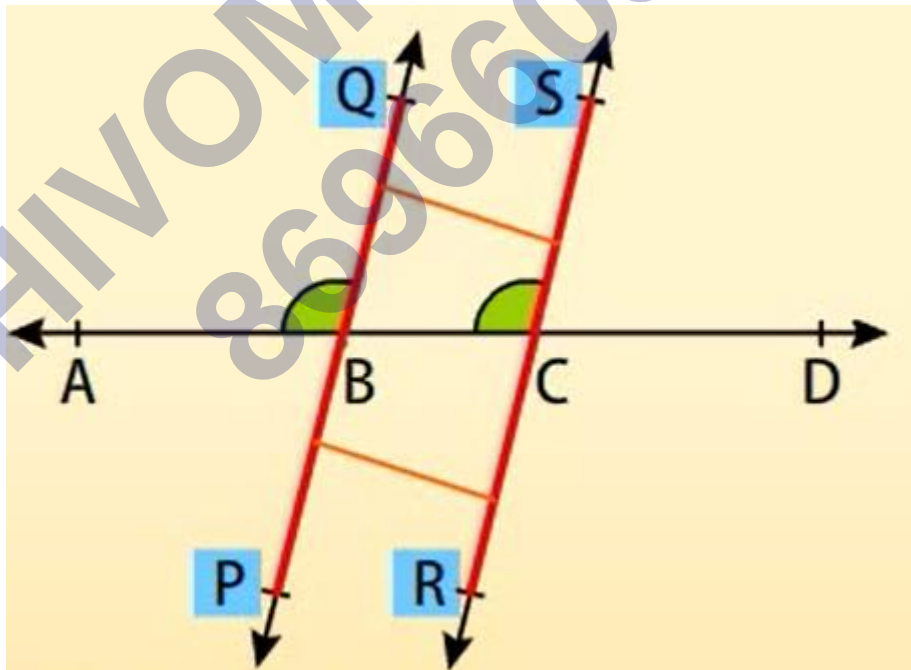
तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोण क्रमागत अंतः कोण या संबंधित कोण या सह-अंतः कोण कहलाते हैं।



यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

$$\therefore \angle 1 = \angle 5, \angle 2 = \angle 6, \angle 4 = \angle 8, \angle 3 = \angle 7$$

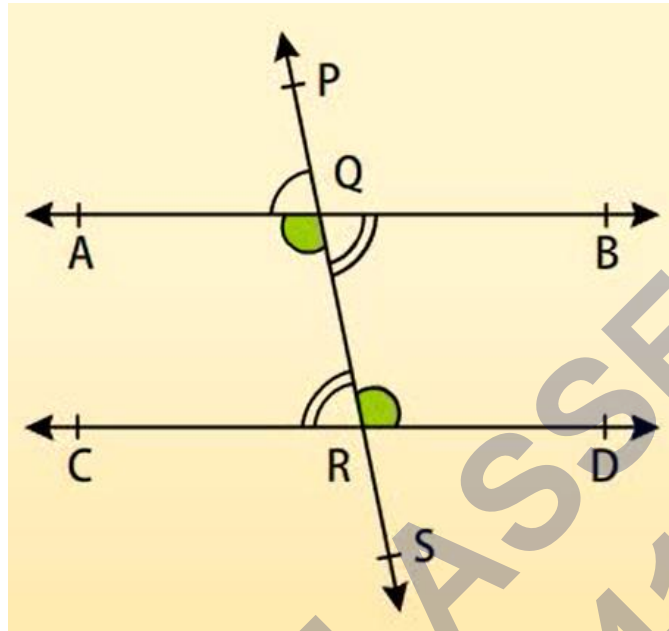
अभिगृहीत 3: यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।



संगत कोण अभिगृहीत

विलोम: यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि संगत कोणों का एक युग्म बराबर हो, तो दोनों रेखाएं समांतर होती हैं।

अभिगृहीत 4: यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि संगत कोणों का एक युग्म बराबर हो, तो दोनों रेखाएं परस्पर समांतर होती हैं।



$\angle PQA = \angle QRC$ (संगत कोण अभिगृहीत) ... (i)

$\angle PQA = \angle BOR$ (शीर्षाभिमुख कोण) ... (ii)

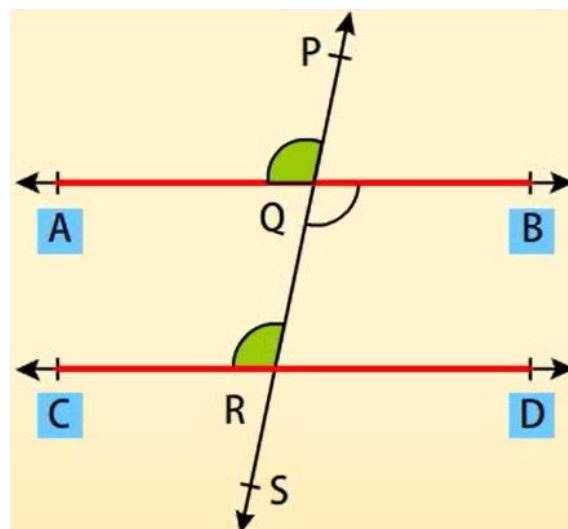
अतः (i) और (ii), से हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि

$\angle BQR = \angle QRC$

इसी प्रकार, $\angle AQR = \angle ORD$

यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो एकांतर अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।

प्रमेय:



दिया है: $\angle BQR = \angle QRC$

$$\angle BQR = \angle PQA \quad \dots(i)$$

(यशीर्षाभिमुख कोण)

$$\angle BOR = \angle QRC \quad \dots(ii) \text{ (दिया है)}$$

अतः (i) और (ii)

$$\angle PQA = \angle QRC$$

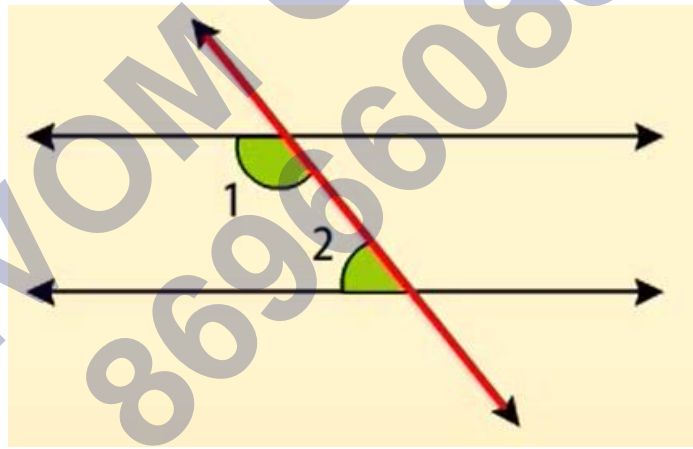
(संगत कोण)

अतः $AB \parallel CD$

(संगत कोण अभिगृहीत का विलोम)

अतः यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि एकांतर अंतः कोणों का एक युग्म बराबर है, तो दोनों रेखाएं परस्पर समांतर होती हैं।

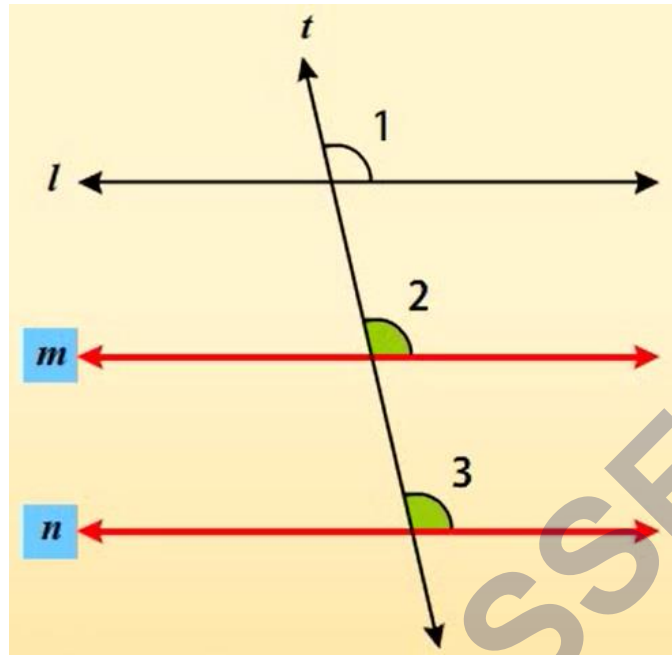
प्रमेय:



यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे, तो तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।

यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का एक युग्म संपूरक है, तो दोनों रेखाएं परस्पर समांतर होती हैं।

एक ही रेखा के समांतर रेखाएं



दिया है: रेखा $m \parallel$ रेखा l और रेखा $n \parallel$ रेखा l

$\angle 1 = \angle 2$ (संगत कोण अभिगृहीत)

$\angle 1 = \angle 3$ (संगत कोण अभिगृहीत)

$\angle 2 = \angle 3$

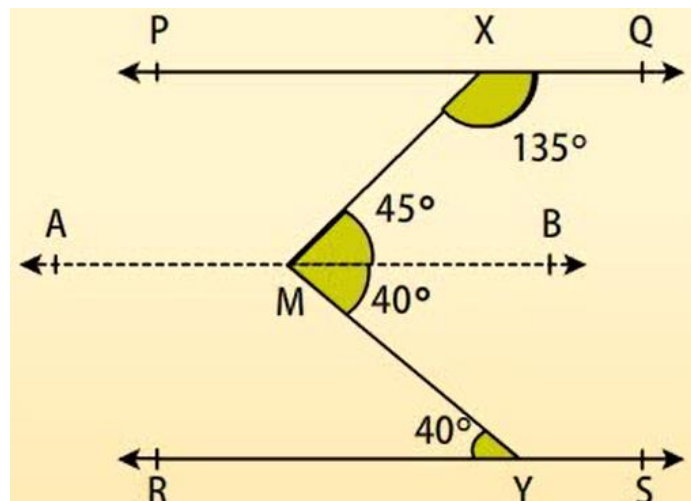
परन्तु $\angle 2$ और $\angle 3$ संगत कोण हैं और बराबर हैं।

अतः रेखा $m \parallel$ रेखा n

(संगत कोण अभिगृहीत का विलोम)

प्रमेय: वे रेखाएँ जो एक ही रेखा के समांतर हों, परस्पर समांतर होती हैं।

उदाहरण:



दिया है कि यदि $PQ \parallel RS$, $\angle MXQ = 135^\circ$ और $\angle MYR = 40^\circ$, तो $\angle XMY$ ज्ञात कीजिए।

$AB \parallel PQ$, $PQ \parallel RS$

$= AB \parallel RS$

अब, $\angle QXM + \angle XMB = 180^\circ$

($AB \parallel PQ$, तिर्यक रेखा XM के एक ही ओर के अंतः कोण हैं।)

परन्तु $\angle QXM = 135^\circ$ अतः $135^\circ + \angle XMB = 180^\circ$

इसलिए, $\angle XMB = 45^\circ \dots(i)$

अब, $\angle BMY = \angle MYR$ ($AB \parallel RS$, एकांतर कोण)

इसलिए, $\angle BMY = 40^\circ \dots(ii)$

(i) और (ii), को जोड़ने पर हमें प्राप्त होता है

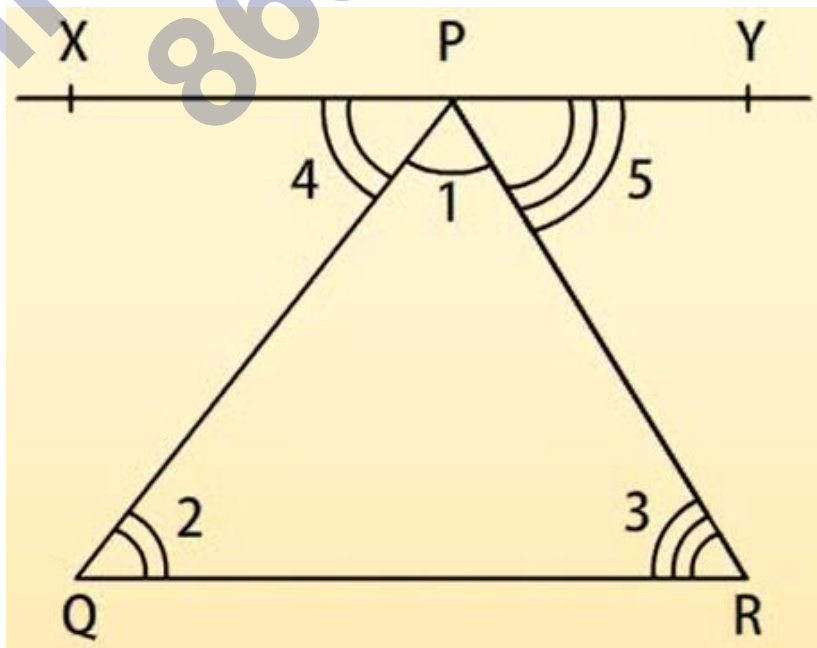
$\angle XMB + \angle BMY = 45^\circ + 40^\circ$

इस प्रकार, $\angle XMY = 85^\circ$

त्रिभुजों का कोण योग गुण

क्या आप बता सकते हैं त्रिभुज के सभी कोणों का योग कितना होता है?

त्रिभुज के कोणों का योग 180° होता है।



सिद्ध करना है कि: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

अब XPY एक रेखा है।

अतः $\angle 4 + \angle 1 + \angle 5 = 180^\circ \dots(i)$

परन्तु XPY \parallel QR और PQ, PR तिर्यक रेखाएँ हैं।

इसलिए, $\angle 4 = \angle 2$ और $\angle 5 = \angle 3$

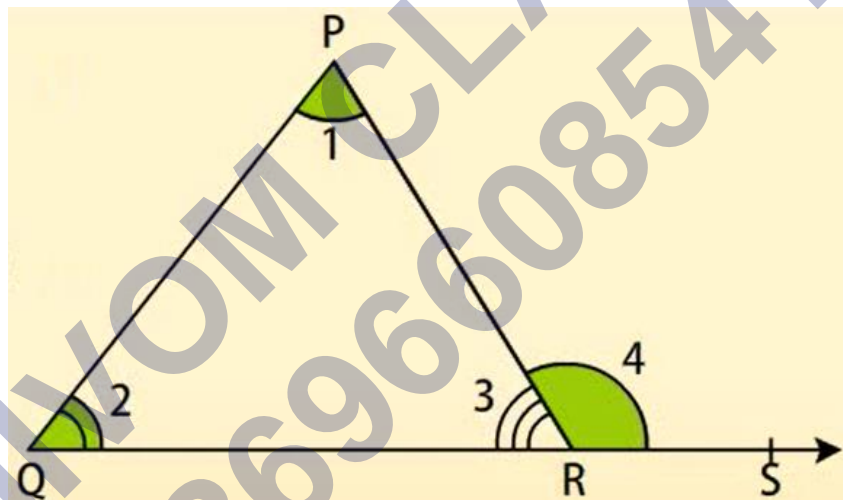
(एकांतर कोणों के युग्म)

अब $\angle 4$ और $\angle 5$ के मान (i), रखने पर

$$\angle 2 + \angle 1 + \angle 3 = 180^\circ$$

$$\text{या } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$$

प्रमेय:



$$\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \dots(i) \text{ (कोणों का रैखिक युग्म)}$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \dots(ii)$$

(त्रिभुज के सभी कोणों का योग)

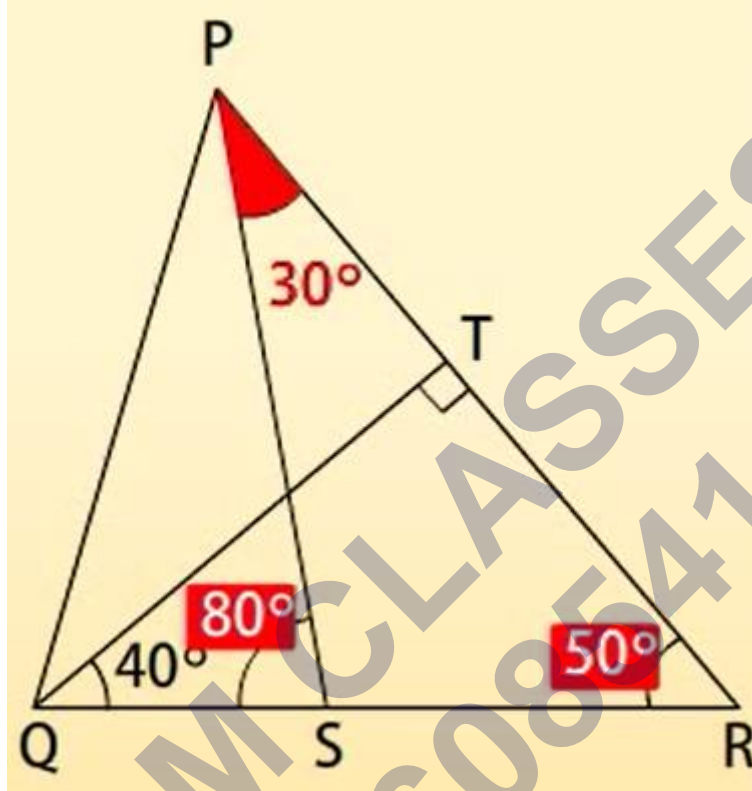
(i) और (ii), के आधार पर हम कह सकते हैं।

$$\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$$

यदि एक त्रिभुज की एक भुजा बढ़ाई जाए, तो इस प्रकार बना बहिष्कोण दोनों अंतः अभिमुख (विपरीत) कोणों के योग के बराबर होता है।

इस प्रमेय से यह स्पष्ट है कि किसी त्रिभुज का एक बहिष्कोण अपने दोनों अंतः अभिमुख कोणों में से प्रत्येक से बड़ा होता है।

उदाहरण: यदि $QT \perp PR$, $\angle TOR = 40^\circ$ और $\angle SPR = 30^\circ$, तो x और y ज्ञात कीजिए।



हल: $\triangle TOR$ में,

$$90^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$$

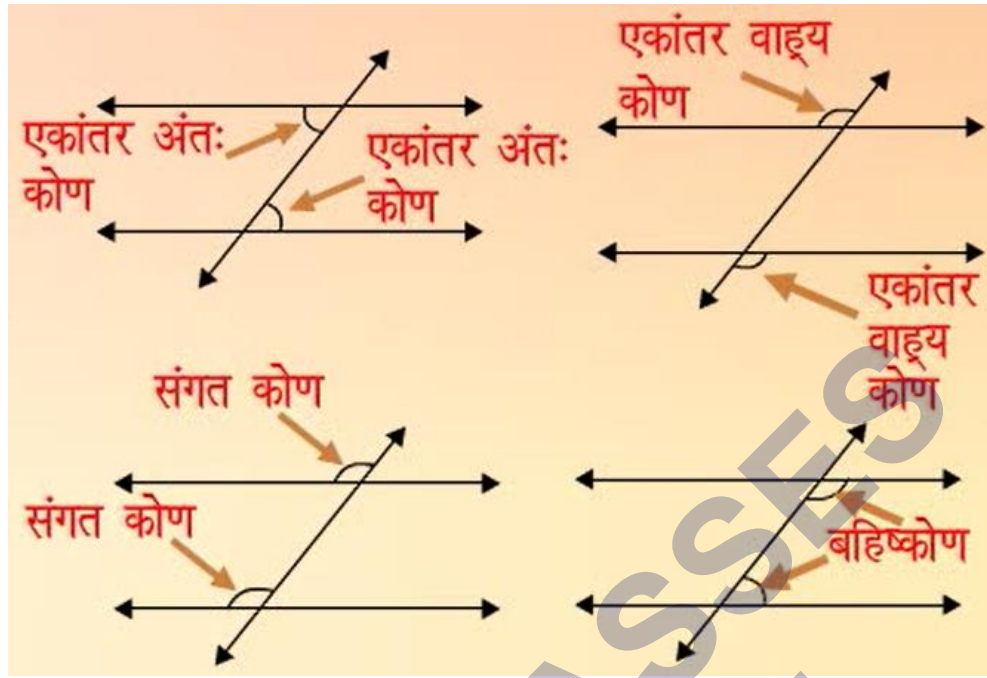
(त्रिभुजों के कोण योग गुण के कारण)

$$\text{अतः } x = 50^\circ$$

साथ ही, $y = \angle SPR + x$ (बहिष्कोण गुण)

$$\text{अतः } y = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

- एकांतर अंतः कोण, एकांतर वाह्य कोण, संगत कोण और तिर्यक रेखा के एक ही ओर के एकांतर कोण विभिन्न कोणों के नाम हैं जो रेखाओं के प्रतिच्छेद करने पर बनते हैं। इन नामों का प्रयोग तब करते हैं जब रेखाएं समांतर होती हैं और जब वे समांतर नहीं होती हैं।



एकांतर वाह्य कोण

संगत कोण

संगत कोण

बहिष्कोण

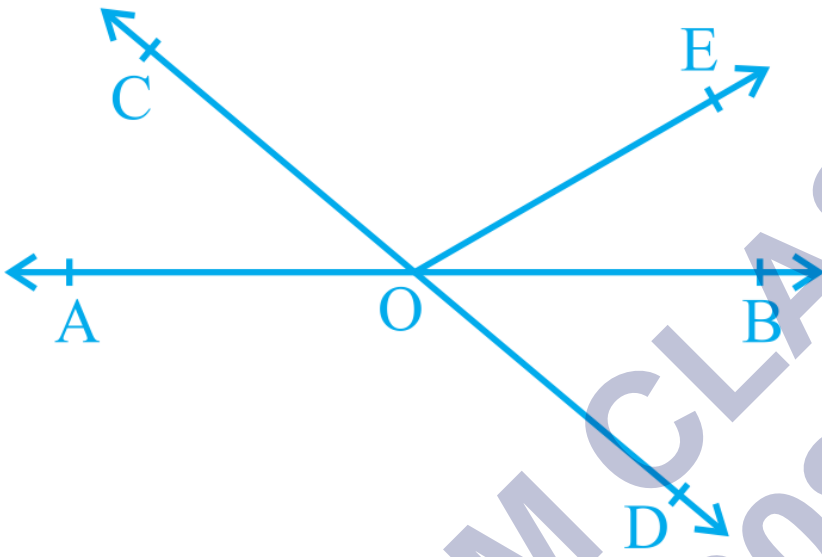
सारांश

- यदि एक किरण एक रेखा पर खड़ी हो तो इस प्रकार बने आसन्न कोणों का योग 180° होता है और इसका विलोम भी सत्य है। इस गुण को रैखिक युग्म अभिगृहीत कहते हैं।
- यदि दो रेखाएं परस्पर प्रतिच्छेद करती हैं तो उनके शीर्षाभिमुख कोण बराबर होते हैं।
- यदि एक तिर्यक रेखा दो समांतर रेखाओं को प्रतिच्छेद करे तो
 - (क) संगत कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।
 - (ख) एकांतर अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर होता है।
 - (ग) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का प्रत्येक युग्म संपूरक होता है।
- यदि एक तिर्यक रेखा दो रेखाओं को इस प्रकार प्रतिच्छेद करे कि या तो,
 - (क) संगत कोणों का कोई युग्म बराबर हो या
 - (ख) एकांतर अंतः कोणों का कोई युग्म बराबर हो या
 - (ग) तिर्यक रेखा के एक ही ओर के अंतः कोणों का कोई एक युग्म संपूरक हो, तो ये दोनों रेखाएं समांतर होती हैं।

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 6.1 (पृष्ठ संख्या 117-118)

प्रश्न 1 आकृति में रेखाएँ AB और CD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ$ है और $\angle BOD = 40^\circ$ है तो $\angle BOE$ और प्रतिवर्ती $\angle COE$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$$\angle BOD = 40^\circ$$

$$\angle AOC = \angle BOD \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

$$\angle AOC = 40^\circ$$

$$\angle AOC + \angle BOE = 70^\circ \text{ (दिया है)}$$

$$\angle BOE = 70^\circ$$

$$\angle BOE = 70^\circ - 40^\circ$$

$$\angle BOE = 30^\circ$$

चूँकि, AOB एक सरल रेखा है।

$$\text{इसलिए, } \angle AOC + \angle COE + \angle BOE = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

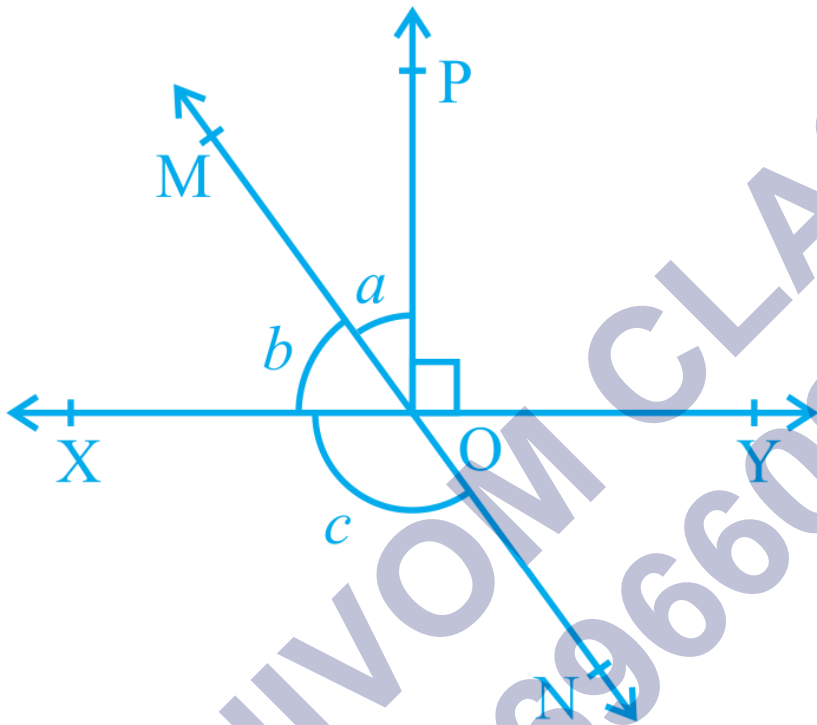
$$\Rightarrow 70^\circ + \angle COE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle COE = 180^\circ - 70^\circ$$

$$\Rightarrow \angle COE = 110^\circ$$

$$\text{प्रतिवर्ती } \angle COE = 360 - 110^\circ = 250^\circ$$

प्रश्न 2 आकृति में रेखाएँ XY और MN बिंदु O पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $\angle POY = 90^\circ$ और $a : b = 2 : 3$ है तो c ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$$\angle POY = 90^\circ \text{ (दिया है)}$$

$$\text{माना } \angle a \text{ और } \angle b = 2x \text{ और } 3x \text{ है}$$

चूँकि, XOY एक सरल रेखा है

$$\text{इसलिए, } \angle a + \angle b + \angle POY = 180^\circ \text{ (रेखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow 2x + 3x + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 90^\circ$$

$$\Rightarrow x = 18^\circ$$

$$\text{अब, } \angle a = 2 \times 18^\circ = 36^\circ$$

$$b = 3 \times 18^\circ = 54^\circ$$

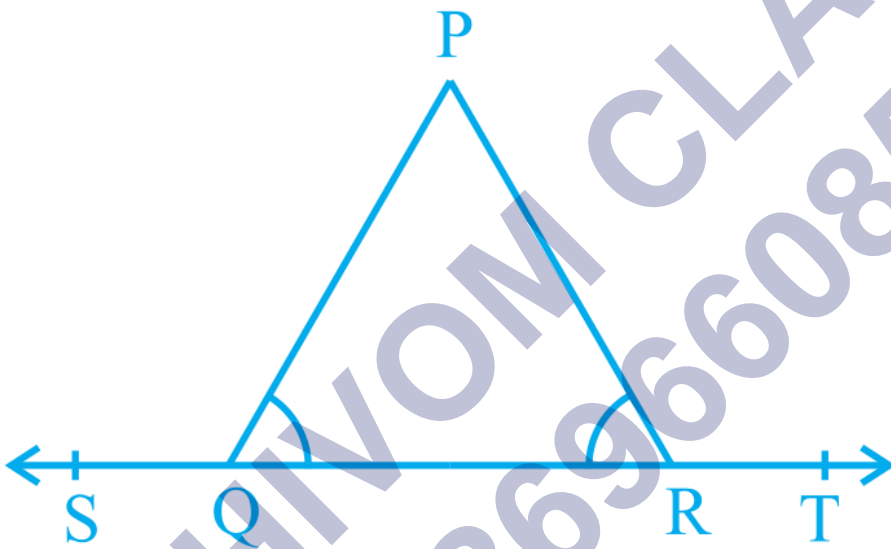
यहाँ, MON भी एक सरल रेखा है।

$$\angle b + \angle c = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\angle 54^\circ + \angle c = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle c = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

प्रश्न 3 आकृति में $\angle PQR = \angle PRQ$ है, सिद्ध कीजिए कि $\angle PQS = \angle PRT$ है।



उत्तर-

दिया है- $\angle PQR = \angle PRQ$

सिद्ध करना है- $\angle PQS = \angle PRT$

प्रमाण-

$\angle PQS = \angle PQS = 180^\circ \dots (1)$ रैखिक युग्म

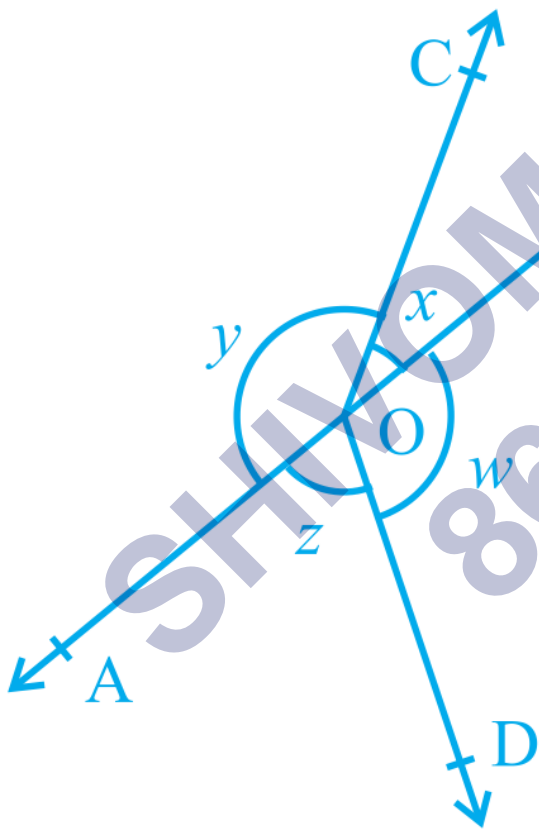
$\angle PRT + \angle PRQ = 180^\circ \dots (2)$ रैखिक युग्म

समीकरण (1) तथा (2) से

$\angle PQS + \angle PQR = \angle PRT + \angle PRQ$ ($\angle PQR = \angle PRQ$ दिया है)

$\angle PQS = \angle PRT$ सिद्ध हुआ।

प्रश्न 4 आकृति में यदि $x + y = w + z$ है, तो सिद्ध कीजिए कि AOB एक सरल रेखा है।



उत्तर- दिया है- $x + y = w + z$

सिद्ध करना है- AOB एक सरल रेखा है।

प्रमाण- $x + y + w + z = 360^\circ$

अथवा $x + y + x + y = 360^\circ$

$\Rightarrow 2x + 2y = 360^\circ$

$\Rightarrow 2(x + y) = 360^\circ$

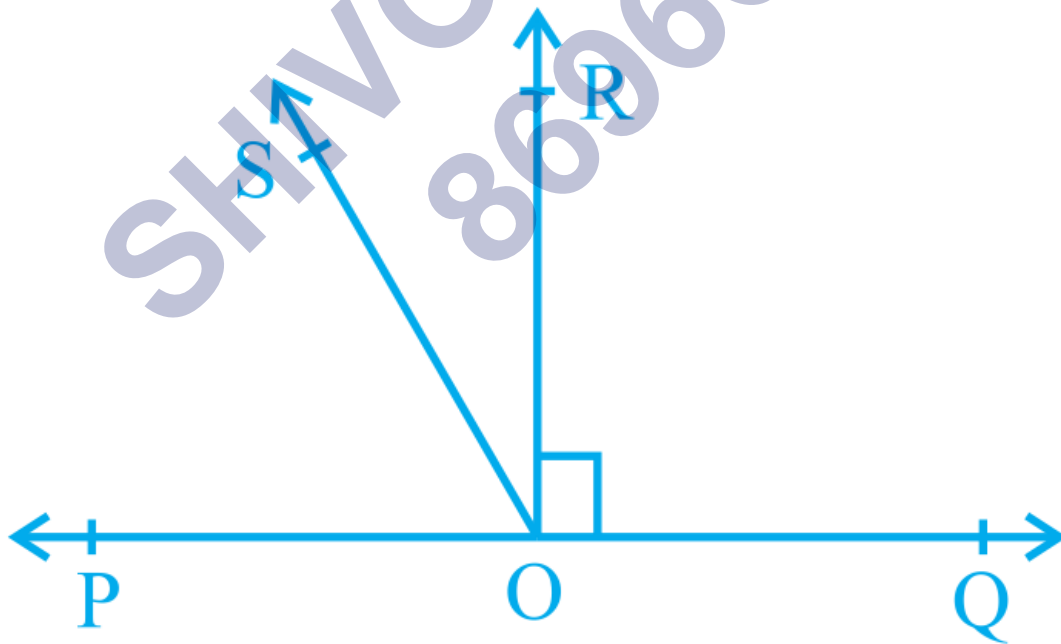
$\Rightarrow x + y = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

जब कोई संलग्न दो कोणों का योग 180° होता है तो रेखा सीधी एवं सरल होती है। अतः AOB एक सरल रेखा है।

इति सिद्धम्।

प्रश्न 5 आकृति में POQ एक रेखा है। किरण OR रेखा PQ पर लम्ब है। किरणों OP और OR के बीच में OS एक अन्य किरण है। सिद्ध कीजिए:

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$



उत्तर-

दिया है- POQ एक रेखा है और $OR \perp PQ$ तथा OS $\angle PQR$ के बीच एक किरण है।

सिद्ध करना है-

$$\angle ROQ = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS)$$

प्रमाण- $\angle ROQ = 90^\circ$ (दिया है)

अब, $\angle POR + \angle ROQ = 180^\circ$ [रैखिक युग्म]

$$\Rightarrow \angle POR + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle POR = 180^\circ - 90^\circ$$

$$\Rightarrow \angle POR = 90^\circ$$

$$\angle ROS = \angle POR - \angle POS \dots (1)$$

और

$$\angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ \dots (2)$$

समीकरण (1) तथा (2) को जोड़ने पर

$$\angle ROS + \angle ROS = \angle QOS - \angle ROQ + \angle POR - \angle POS$$

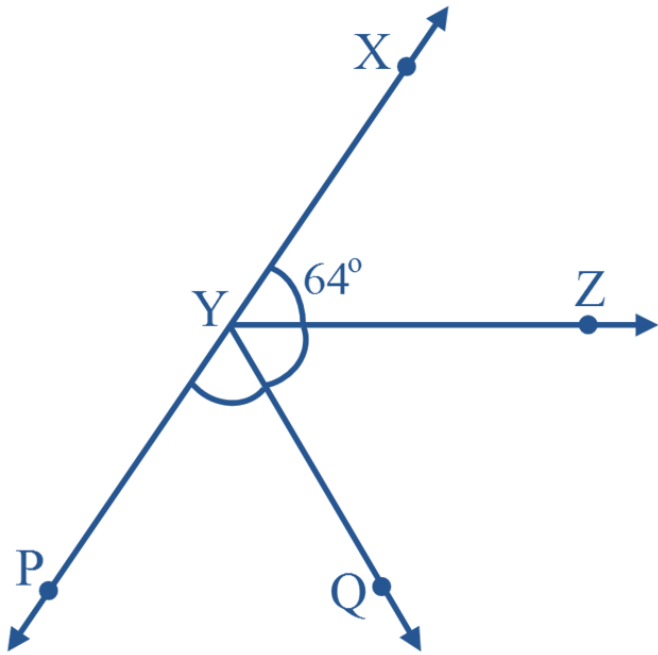
$$\text{अथवा } 2\angle ROS = \angle QOS - 90^\circ + 90^\circ - \angle POS$$

$$\text{अथवा } 2\angle ROS = \angle QOS - \angle POS$$

$$\angle ROS = \frac{1}{2}(\angle QOS - \angle POS) \text{ इति सिद्धम्।}$$

प्रश्न 6 आकृति में यह दिया है कि $\angle XYZ = 64^\circ$ है और XY को बिंदु P तक बढ़ाया गया है। दी हुई सूचना से एक आकृति खींचिए। यदि किरण YQ, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है, तो $\angle XYQ$ और प्रतिवर्ती $\angle QYP$ के मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर-



$$\angle XYZ = 64^\circ$$

युग्म, $\angle ZYP$ को समद्विभाजित करती है,

इसलिए

$$\angle QYP = \angle ZYQ \dots (1)$$

XY को बिंदु P तक बढ़ाया गया है।

\therefore XYP एक सरल रेखा है।

अतः $\angle XYZ + \angle QYP + \angle ZYQ = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$$\Rightarrow 64^\circ + \angle QYP + \angle QYP = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\angle QYP = 180^\circ - 64^\circ$$

$$\Rightarrow 2\angle QYP = 116^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QYP = 58^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QYP = \angle ZYQ = 58^\circ$$

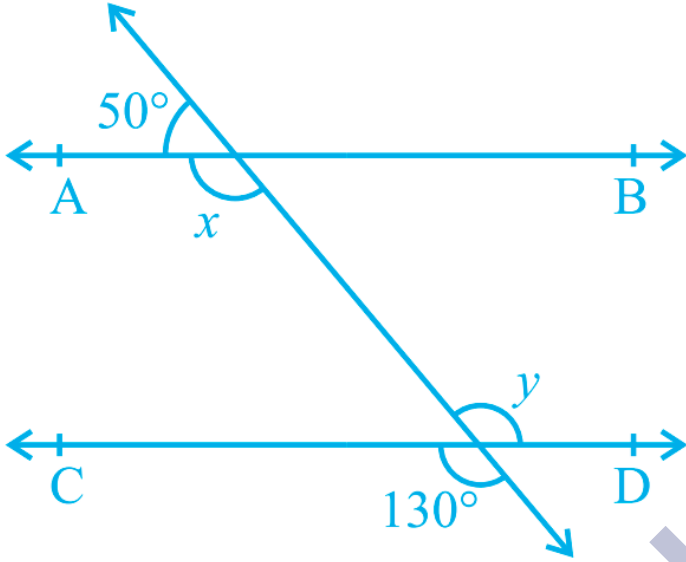
$$\Rightarrow \angle XYQ = \angle XYZ + \angle ZYQ$$

$$= 64^\circ + 58^\circ = 122^\circ$$

$$\text{प्रतिवर्ती } \angle QYP = 360^\circ - 58^\circ = 302^\circ$$

प्रश्नावली 6.2 (पृष्ठ संख्या 125-126)

प्रश्न 1 आकृति में x और y के मान ज्ञात कीजिए और फिर दर्शाइए कि $AB \parallel CD$ है।



उत्तर- $x + 50^\circ = 180^\circ$ (रैखिक युग्म)

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 50^\circ$$

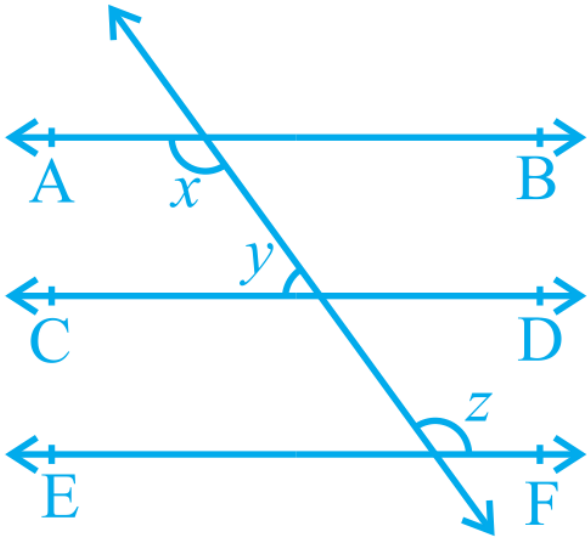
$$\Rightarrow x = 130^\circ$$

$$y = 130^\circ$$

$$x = y = 130^\circ \text{ (एकांतर कोण गुणधर्म से)}$$

$$AB \parallel CD$$

प्रश्न 2 आकृति में यदि $AB \parallel CD$, $CD \parallel EF$ और $y : z = 3 : 7$ है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर- $AB \parallel CD \dots(1)$ दिया है

$CD \parallel EF \dots (2)$ दिया है

समीकरण (1) तथा (2) से हम पाते हैं कि

$AB \parallel EF \dots(3)$

$\therefore x = z \dots(4)$ एकांतर कोण

अब, $y = 3k$ तथा $z = 7k$ माना

$AB \parallel CD$ दिया है,

$\therefore x + y = 180^\circ$ (एक ही ओर के अंतः कोणों का योग)

अथवा $z + y = 180^\circ$

$\Rightarrow 7k + 3k = 180^\circ$

$\Rightarrow 10k = 180^\circ$

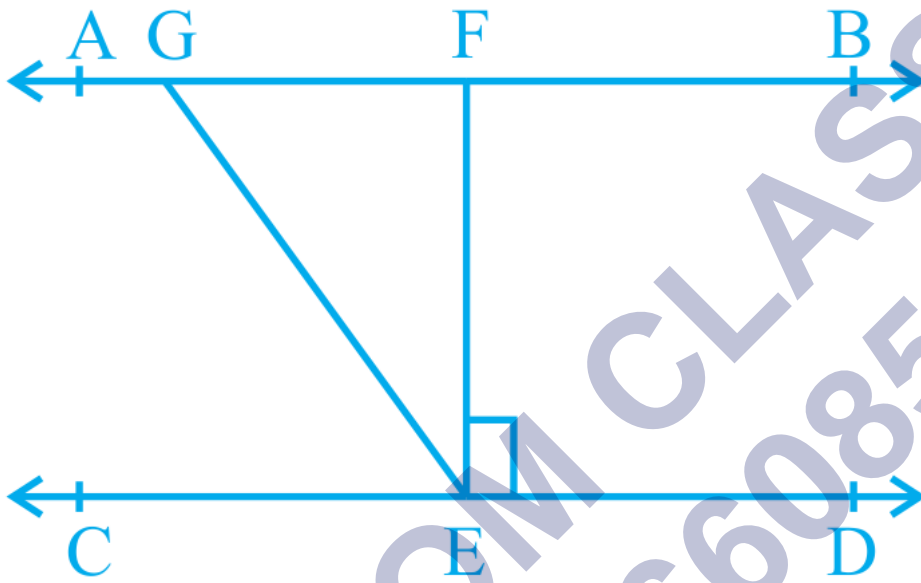
$\Rightarrow k = 18^\circ$

चूँकि $x = z$ समी० (4) से

$$\therefore x = 7k$$

$$= 7 \times 18^\circ = 126^\circ$$

प्रश्न 3 आकृति में यदि $AB \parallel CD$, $EF \perp CD$ और $\angle GED = 126^\circ$ है, तो $\angle AGE$, $\angle GEF$ और $\angle FGE$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$$\angle GED = 126^\circ$$

$AB \parallel CD$ दिया है।

$$\therefore \angle AGE = \angle GED \text{ (एकांतर कोण)}$$

$$\text{अतः- } \angle AGE = 126^\circ$$

$$\angle GED = 126^\circ$$

$$\angle GED = \angle GEF + \angle FED = 126^\circ$$

$$\angle GEF + \angle FED = 126^\circ$$

$$\angle GEF + 90^\circ = 126^\circ (\because EF \perp CD \therefore \angle FED = 90^\circ)$$

$$\angle GEF = 126^\circ - 90^\circ$$

$$\angle GEF = 36^\circ$$

अब,

$$\angle AGE + \angle FGE = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$126^\circ + \angle FGE = 180^\circ$$

$$\angle FGE = 180^\circ - 126^\circ$$

$$\angle FGE = 54^\circ$$

$$\angle AGE = 126^\circ, \angle GEF = 36^\circ \text{ और } \angle FGE = 54^\circ$$

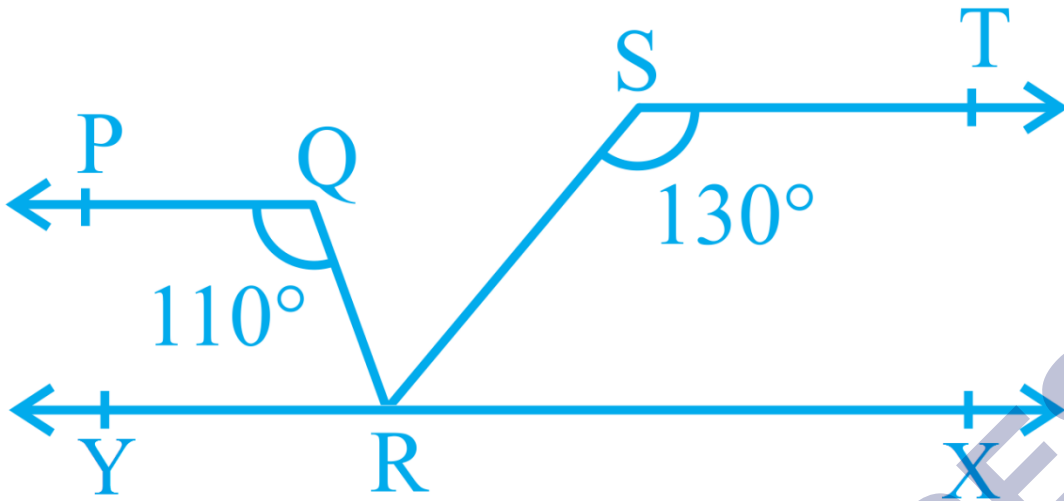
प्रश्न 4 आकृति में यदि $PQ \parallel ST$, $\angle PQR = 110^\circ$ और $\angle RST = 130^\circ$ है, तो $\angle QRS$ ज्ञात कीजिए।



[संकेत- बिंदु R से होकर ST के समांतर एक रेखा खिंचिए।]

उत्तर- **रचना-** बिंदु R से होकर $XY \parallel ST$ खिंचा।

$PQ \parallel ST \dots(1)$ दिया है।



$XY \parallel ST$... (2) रचना से

समी० (1) तथा (2) से

$PQ \parallel XY$... (3)

$XY \parallel ST$ रचना से

$\angle RST + \angle SRY = 180^\circ$ (एक ही ओर के अंतःकोणों का योग)

$$\Rightarrow 130^\circ + \angle SRY = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle SRY = 180^\circ - 130^\circ$$

$$\angle SRY = 50^\circ$$

$PQ \parallel XY$... (3) से

$\therefore \angle PQR = \angle QRY$ (एकांतर कोण)

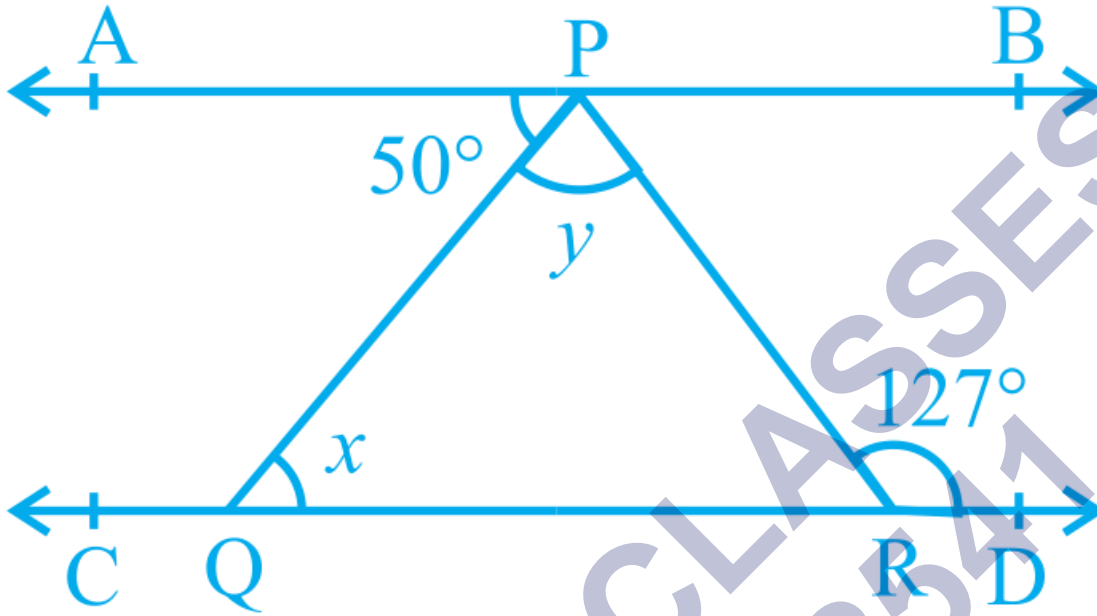
$$110^\circ = \angle QRS + \angle SRY$$

$$110^\circ = \angle QRS + 50^\circ$$

$$\angle QRS = 110^\circ - 50^\circ$$

$$\angle QRS = 60^\circ$$

प्रश्न 5 आकृति में यदि $AB \parallel CD$, $\angle APQ = 50^\circ$ और $\angle PRD = 127^\circ$ है, तो x और y ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$$\angle APQ = 50^\circ \text{ और } \angle PRD = 127^\circ$$

$AB \parallel CD$ दिया है।

$$\therefore \angle APQ = \angle PQR \text{ (एकांतर कोण)}$$

$$\text{या } x = 50^\circ$$

$$\text{पुनः } \angle APR = \angle PRD \text{ (एकांतर कोण)}$$

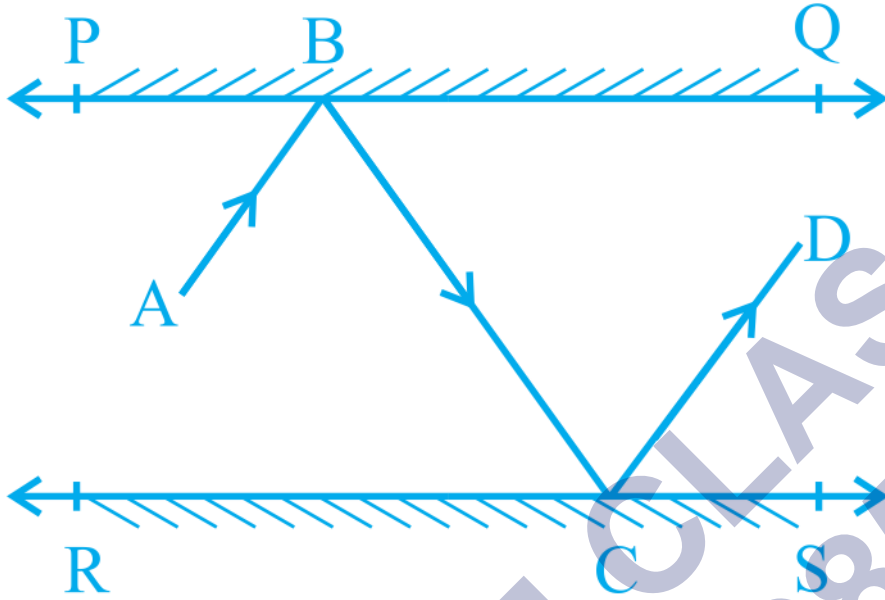
$$\Rightarrow y + 50^\circ = 127^\circ$$

$$\Rightarrow y = 127^\circ - 50^\circ$$

$$\Rightarrow y = 77^\circ$$

$$x = 50^\circ \text{ और } y = 77^\circ$$

प्रश्न 6 आकृति में PQ और RS दो हैं जो एक दूसरे के समान्तर रखे गए हैं। या आपतन किरण (incident ray) AB, दर्पण PQ से B पर टकराती है और प्रवर्तित किरण (reflected ray) पथ BC पर टकराती है तथा पुनः CD के अनुदिश प्रवर्तित हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि $AB \parallel CD$ है।



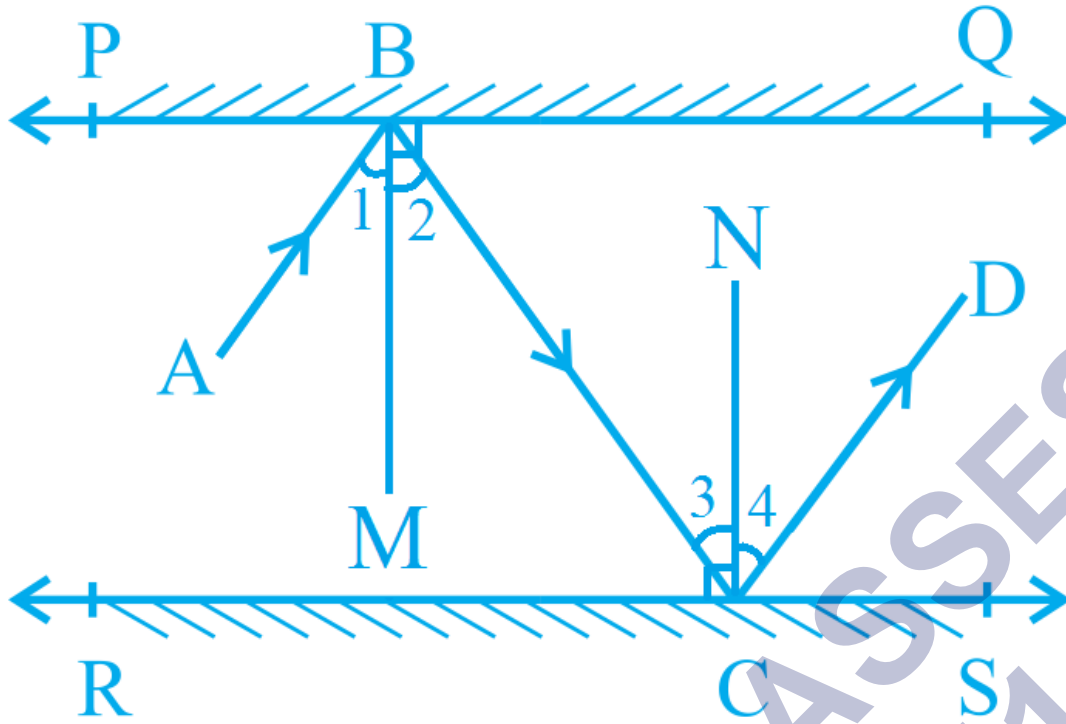
उत्तर-

दिया है- $PQ \parallel RS$ और AB एक आपतन कोण है, CD एक परावर्तित किरण है।

सिद्ध करना है- $AB \parallel CD$

रचना-

$BM \perp PQ$ और $CN \perp RS$ खिंचा।



प्रमाण-

$BM \perp PQ$ और $CN \perp RS$

$\therefore BM \parallel CN$ और BC एक तिर्यक रेखा है।

$\therefore \angle 2 = \angle 3 \dots(1)$ (एकांतर अंतःकोण)

जबकि हम जानते हैं कि-

आपतन कोण = परावर्तन कोण, जहाँ BM और CN अभिलंब हैं।

$\therefore \angle 1 = \angle 2 \dots(2)$

इसी प्रकार,

$\therefore \angle 3 = \angle 4 \dots(3)$

समी० (1), (2) और (3) से हम पाते हैं।

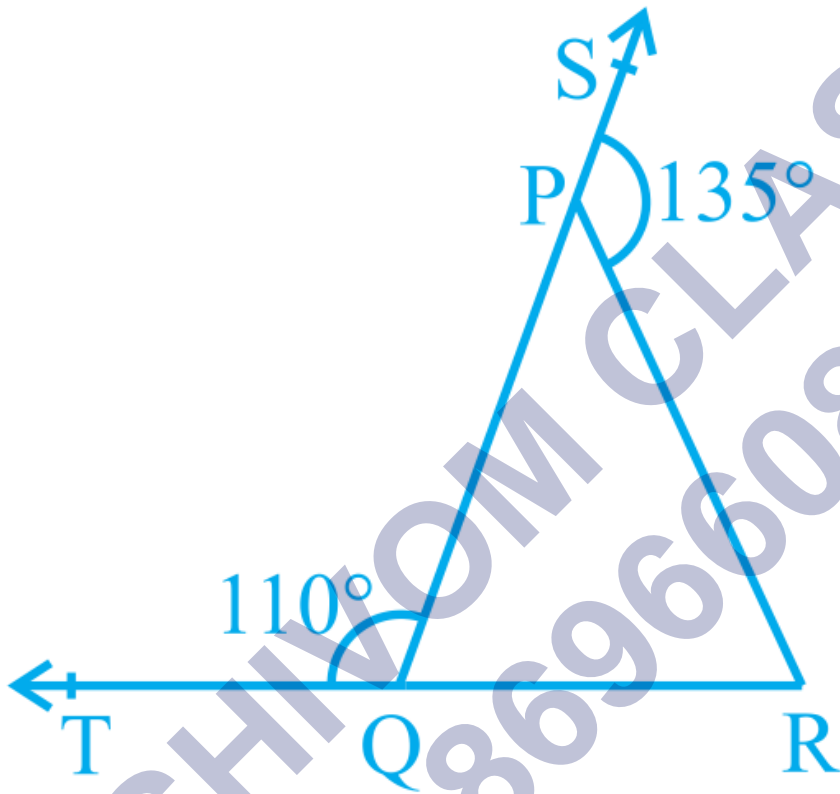
$\angle 1 = \angle 4 \dots(4)$

$\angle ABC = \angle BCD$ (एकांतर अतः कोण)

इसलिए, $AB \parallel CD$ इति सिद्धम्।

प्रश्नावली 6.3 (पृष्ठ संख्या 129-131)

प्रश्न 1 $\triangle PQR$ की भुजाओं QP और RQ को क्रमशः बिन्दुओं S और T तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle SPR = 135^\circ$ है और $\angle PQT = 110^\circ$ है, तो $\angle PRQ$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$$\angle QPR + \angle SPR = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow \angle QPR + 135^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QPR = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\Rightarrow \angle QPR = 45^\circ$$

इसी प्रकार,

$$\angle PQR + \angle TQP = 180^\circ \text{ (रैखिक युग्म)}$$

$$\Rightarrow \angle PQR + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQR = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\Rightarrow \angle PQR = 70^\circ$$

अब त्रिभुज PQR में,

$$\angle QPR + \angle PQR + \angle PRQ = 180^\circ$$

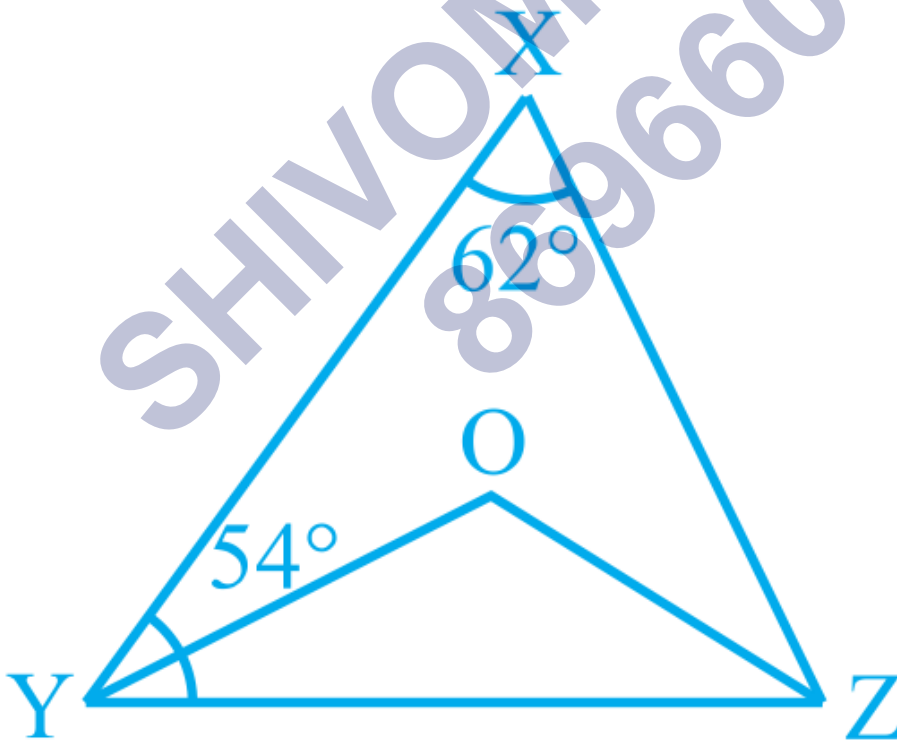
$$45^\circ + 70^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$115^\circ + \angle PRQ = 180^\circ$$

$$\angle PRQ = 180^\circ - 115^\circ$$

$$\angle PRQ = 65^\circ$$

प्रश्न 2 आकृति में, $\angle X = 62^\circ$ और $\angle XYZ = 54^\circ$ है। यदि YO और ZO क्रमशः $\triangle XYZ$ के $\angle XYZ$ और $\angle XZY$ के समद्विभाजक हैं, तो $\angle OZY$ और $\angle YOZ$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\triangle XYZ$ में,

$$\angle X + \angle XYZ + \angle XZY = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है।)}$$

$$62^\circ + 54^\circ + \angle XZY = 180^\circ$$

$$\angle XZY = 180^\circ - (62^\circ + 54^\circ)$$

$$= 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

YO, $\angle XYZ$ का और $\angle O$, $\angle XZY$ का समद्विभाजन है।

$$\angle OYZ = \frac{1}{2} \angle XYZ \text{ और } \angle OZY = \frac{1}{2} \angle XZY$$

$$\angle OYZ = \frac{1}{2} \times 54^\circ \text{ और } \angle OZY = \frac{1}{2} \times 64^\circ$$

$$\angle OYZ = 27^\circ \text{ और } \angle OZY = 32^\circ$$

तब $\triangle OYZ$ में,

$$\angle OYZ + \angle OZY + \angle YOZ = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के सभी अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है।)}$$

$$27^\circ + 32^\circ + \angle YOZ = 180^\circ$$

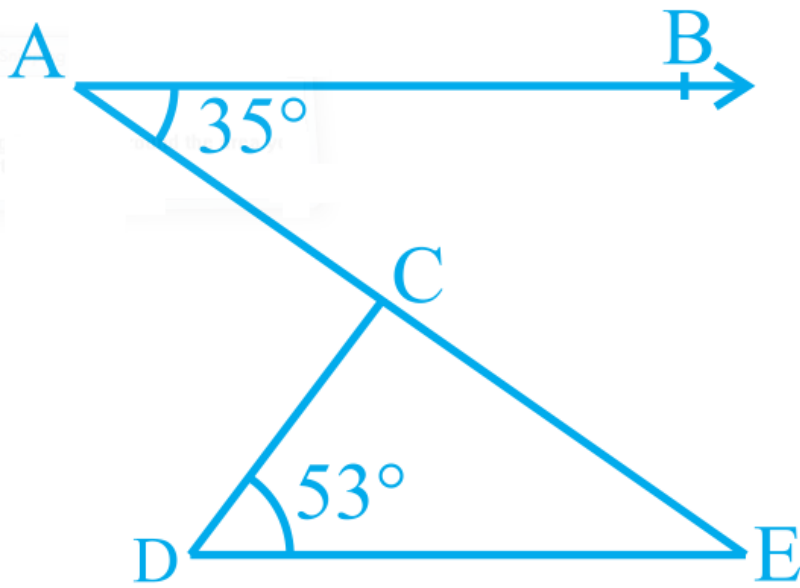
$$\angle YOZ = 180^\circ - (27^\circ + 32^\circ)$$

$$= 180^\circ - 59^\circ$$

$$\angle YOZ = 121^\circ$$

$$\angle OZY = 32^\circ \text{ तथा } \angle YOZ = 121^\circ$$

प्रश्न 3 आकृति में, यदि $AB \parallel DE$, $\angle BAC = 35^\circ$ और $\angle CDE = 53^\circ$ है, तो $\angle DCE$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

AB \parallel DE और ऋजु रेखा AE इन्हें काटती है। तब,

$$\angle BAE = \angle AED \text{ (एकांतर कोण)}$$

परन्तु $\angle BAE = \angle BAC$ और $\angle AED = \angle CED$

$$\angle BAC = \angle CAD \text{ या } = \angle CED$$

$$\angle CED = 35^\circ$$

तब $\triangle CED$ में,

$$\angle CDE + \angle CED + \angle DCE = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के सभी अन्तःकोणों को योग } 180^\circ \text{ होता है)}$$

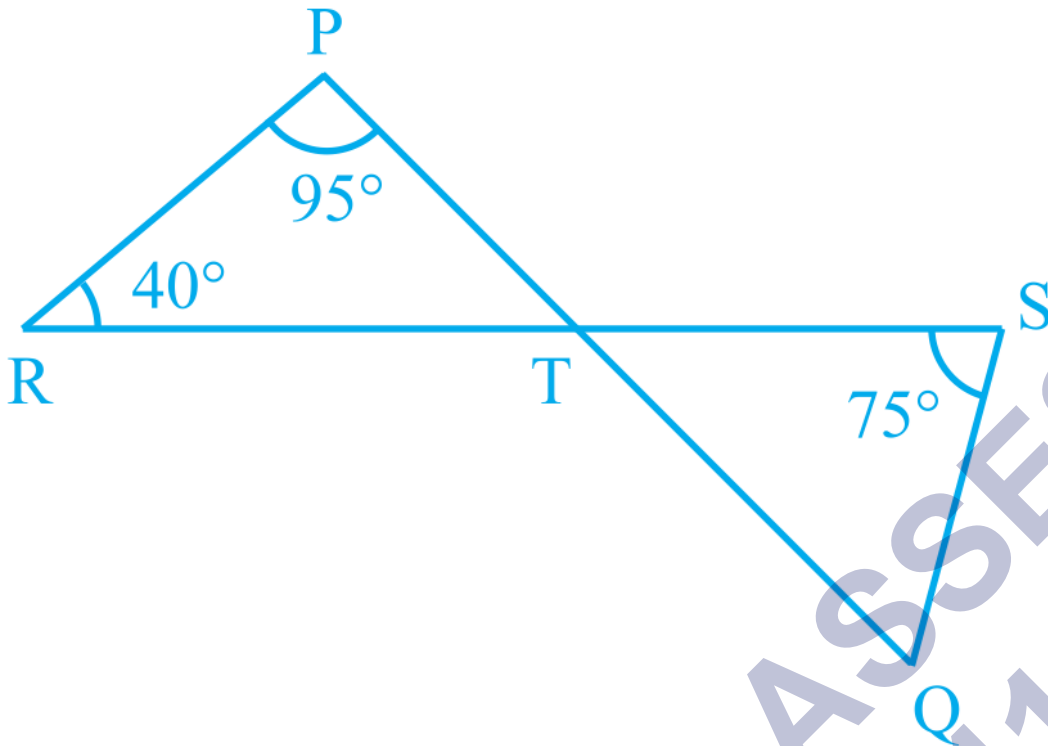
$$53^\circ + 35^\circ + \angle DCE = 180^\circ$$

$$\angle DCE = 180^\circ - (53^\circ + 35^\circ)$$

$$= 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$$

$$\text{अतः } \angle DCE = 92^\circ$$

प्रश्न 4 यदि रेखाएँ PQ और RS बिन्दु T पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करती हैं कि $\angle PRT = 40^\circ$ $\angle RPT = 95^\circ$ और $\angle TSQ = 75^\circ$ है, तो $\angle SQT$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\triangle PRT$ में,

$$\angle PRT + \angle RPT + \angle PTR = 180^\circ \text{ (त्रिभुज के अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है)}$$

$$40^\circ + 95^\circ + \angle PTR = 180^\circ$$

$$\angle PTR = 180^\circ - (95^\circ + 40^\circ)$$

$$= 180^\circ - 135^\circ$$

$$\angle PTR = 45^\circ$$

ऋजु रेखाएँ P और RS परस्पर बिन्दु T पर प्रतिच्छेद करती हैं।

$$\angle QTS = \angle PTR \text{ (शीर्षाभिमुख कोण)}$$

$$\angle QTS = 45^\circ (\angle PTR = 45^\circ)$$

अब $\triangle QTS$ में,

$$\angle QTS + \angle TSQ + \angle SQT = 180^\circ \text{ [त्रिभुज के सभी अन्तःकोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है।]}$$

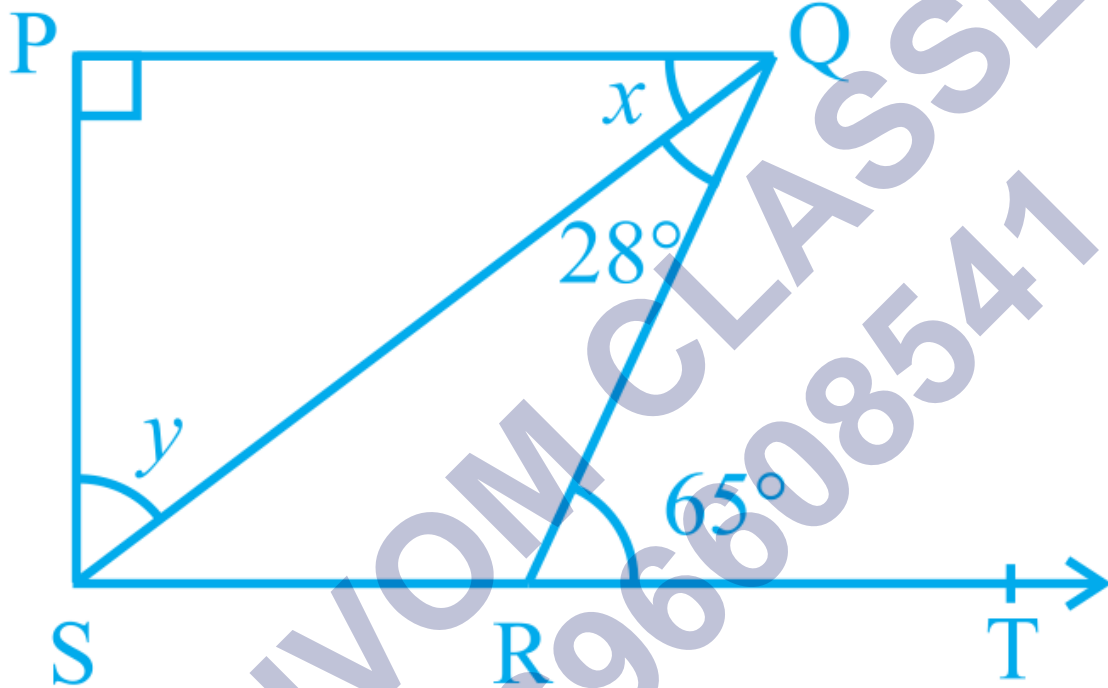
$$45^\circ + 75^\circ + \angle SQT = 180^\circ$$

$$\angle SQT = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ)$$

$$= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\angle SQT = 60^\circ$$

प्रश्न 5 यदि $PQ \perp PS$, $PQ \parallel SR$, $\angle SQR = 28^\circ$ और $\angle QRT = 65^\circ$ है, तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर-

$\triangle QRS$ में,

$$\angle SQR + \angle QSR = \text{बहिष्कोण } \angle QRT$$

$$28^\circ + \angle QSR = 65^\circ$$

$$\angle QSR + 65^\circ - 28^\circ = 37^\circ$$

अब $\because PQ \parallel SR$ और QS एक तिर्यक प्रतिच्छेदी रेखा है,

$$\angle PQS = \angle QSR \text{ (एकांतर कोण)}$$

$$x = 37^\circ (\angle PQS = x, \angle QSR = 37^\circ)$$

$$PQ \perp PS$$

$$\angle P = 90^\circ$$

$\triangle PQS$ में, $\angle P + \angle PQS + \angle PSQ = 180^\circ$ [त्रिभुज के तीनों अन्तःकोणों का योग 180° होता है।]

$$90^\circ + x + y = 180^\circ$$

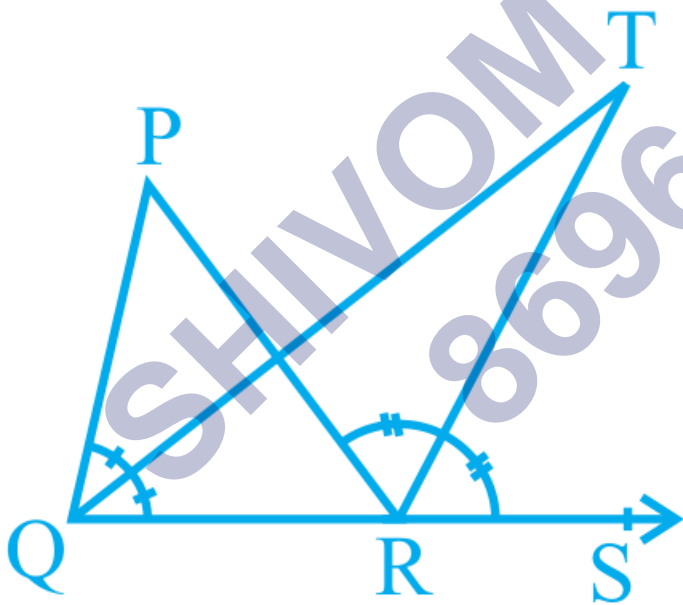
$$\Rightarrow x + y = 90^\circ$$

$$\Rightarrow 37^\circ + y = 90^\circ$$

$$\Rightarrow y = 90 - 37^\circ$$

$$\Rightarrow y = 53^\circ \text{ अतः } x = 37^\circ \text{ तथा } y = 53^\circ$$

प्रश्न 6 $\triangle PQR$ की भुजा QR को P बिन्दु S तक बढ़ाया गया है। यदि $\angle PRS$ और $\angle PRS$ के समद्विभाजक बिन्दु T पर मिलते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle QTR = \frac{1}{2} \angle QPR$ है।



उत्तर-

$\triangle PQR$ में,

$$\angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR = 180^\circ \dots (1)$$

तथा $\triangle TQR$ में,

$$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = 180^\circ \dots (2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\angle TQR + \angle QRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$$

$$\angle TQR + (\angle PRQ + \angle PRT) + \angle QTR$$

$$= \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR \quad [\angle QRT = \angle PRQ + \angle PRT]$$

$$\angle TQR + \angle PRQ + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle PRQ + \angle QPR$$

$$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = \angle PQR + \angle QPR \dots (3)$$

चूँकि QT , $\angle PQR$
का समद्विभाजक है।

$$\angle TQR = \frac{1}{2} \angle PQR \text{ या } \angle PQR = 2\angle TQR \dots (4)$$

समीकरण (3) व समीकरण (4) से,

$$\angle TQR + \angle PRT + \angle QTR = 2\angle TQR + \angle QPR$$

$$\angle PRT = \angle QTR = \angle TQR + \angle QPR \dots (5)$$

चूँकि RT , $\angle PRS$ का समद्विभाजक है।

$$\angle PRT = \frac{1}{2} \angle PRS$$

और $\angle PRS$, $\triangle PQR$ का बहिष्कोण है।

$$\angle PRS = \angle PQR + \angle QPR$$

$$\angle PRS = 2\angle TQR + \angle QPR \dots (6)$$

$$\angle PRT = \frac{1}{2} \angle PRS = \frac{1}{2} (2\angle TQR + \angle QPR)$$

$$\angle PRT = \angle TQR + \frac{1}{2} \angle QPR$$

समीकरण (5) में से समीकरण (7) को घटाने पर,

$$\angle QTR = \angle QPR - \frac{1}{2}\angle QPR$$

$$\angle QTR = \frac{1}{2}\angle QPR \text{ सिद्ध.}$$

SHIVOM CLASSES
8696608541