भौतिकी

अध्याय-6: कार्य, ऊर्जा और शक्ति

SHIVOM CLASSES 8696608541

कार्य, ऊर्जा और शक्ति

महत्वपूर्ण बिंदु-

- कार्य ऊर्जा प्रमेय न्यूटन के गति का प्रथम नियम का समाकल रूप है।
- 1 जूल में 10^7 अर्ग होते हैं।
- किसी पिंड का संवेग दोगुना करने पर उसकी गतिज ऊर्जा चार गुना हो जाती है।
- शक्ति का C.G.S. प्रणाली में मात्रक अर्ग/सेकंड होता है।
- 1 अश्व शक्ति में 746 वाट होते हैं।
- 1 किलोवाट घंटा में 3.6×10^6 जूल होते हैं।
- गुरुत्वीय बल तथा स्प्रिंग का बल संरक्षी बल का उदाहरण है जबकि श्यान बल तथा घर्षण बल असंरक्षी बल के उदाहरण हैं।
- दो पिंडों की प्रत्यास्थ टक्कर में निकाय की गतिज ऊर्जा व संवेग दोनों संरक्षित रहते हैं।
- $E = mc^2$ आइंस्टीन का द्रव्यमान ऊर्जा संबंध है।

संरक्षी बल

वह बल जिसके द्वारा किसी वस्तु के विरुद्ध किया गया कार्य वस्तु के प्रगमन मार्ग पर निर्भर नहीं करता है केवल वस्तु की प्रारंभिक व अंतिम स्थितियों पर निर्भर करता है। इस प्रकार के बल को संरक्षी बल कहते हैं।
उदाहरण - गुरुत्वीय बल

असंरक्षी बल

वह बल जिसके द्वारा किसी वस्तु के विरुद्ध किया गया कार्य वस्तु के प्रगमन पथ तथा प्रारंभिक व अंतिम स्थितियों पर निर्भर करता है असंरक्षी बल कहलाता है।
उदाहरण - घर्षण बल

SHIVOM CLASSES 8696608541

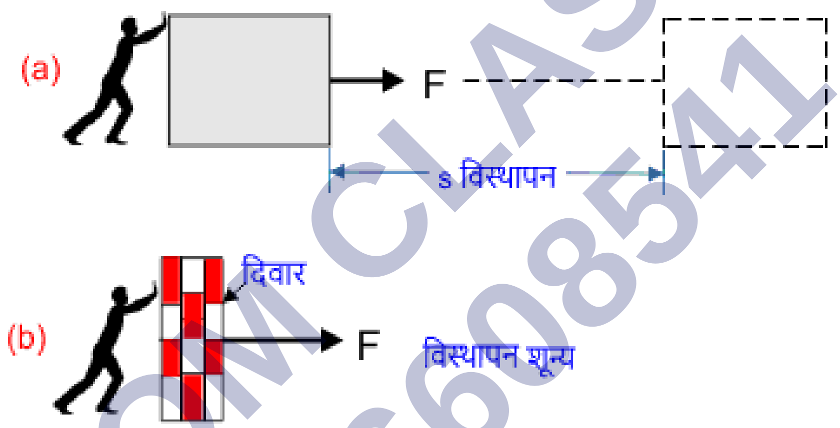
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

कार्य

कार्य की परिभाषा (work definition)

किसी वस्तु पर बल लगाकर उस वस्तु को बल की दिशा में विस्थापित करने की प्रक्रिया को कार्य कहते हैं। इसे W से प्रदर्शित करते हैं।
कार्य के मान में वस्तु की दिशा ज्ञात नहीं होती है इसलिए कार्य एक अदिश राशि है। कार्य के लिए महत्वपूर्ण शर्त यही है कि वस्तु में विस्थापन होना चाहिए, तभी कार्य होगा।

कार्य के उदाहरण

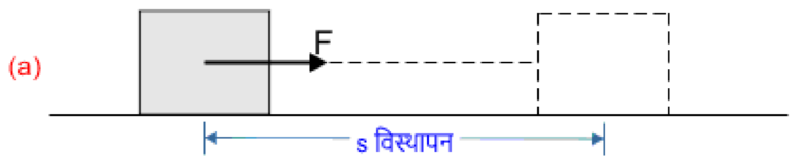


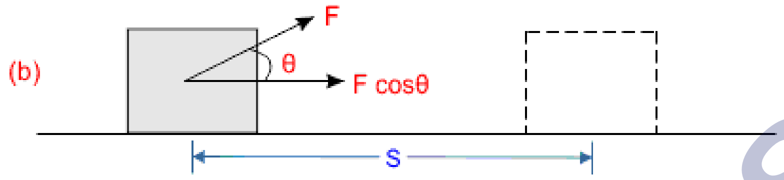
(a) चित्र से स्पष्ट होता है कि वस्तु पर बल लगाकर वस्तु को विस्थापित किया गया है इसमें कार्य हुआ है जबकि चित्र (b) में कोई कार्य नहीं हुआ। चूंकि दीवार पर बल लगाने से दीवार में कोई विस्थापन नहीं हुआ।

कार्य का सूत्र (work ka formula)

किसी वस्तु पर लगाया गया बल एवं बल की ही दिशा में वस्तु में हुए विस्थापन के गुणनफल को कार्य कहते हैं। अर्थात
कार्य = बल × बल की दिशा में हुआ विस्थापन

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)





चित्र (a) से यदि किसी वस्तु पर F बल लगाकर उसमें s विस्थापन किया जाता है तो कार्य $\boxed{W = F \bullet s}$

चित्र (b) से यदि किसी वस्तु पर बल F, विस्थापन s से θ कोण बनाते हुए लगाया जाता है तो

कार्य $\boxed{W = F \bullet s\cos\theta}$

सदिश रूप में कार्य

$$\boxed{W = \vec{F} \bullet \vec{s}}$$

कार्य का मात्रक

सूत्र W = F • s से

चूंकि हम जानते हैं कि बल का मात्रक न्यूटन तथा विस्थापन का मात्रक मीटर होता है। तब कार्य का मात्रक न्यूटन-मीटर होगा। न्यूटन-मीटर कार्य का MKS पद्धति में मात्रक है। कार्य का SI मात्रक जूल होता है।

तब 1 जूल = 1 न्यूटन-मीटर

स्पष्ट होता है कि किसी वस्तु पर 1 न्यूटन का बल लगाकर उस वस्तु को बल की ही दिशा में 1 मीटर विस्थापित कर दें। तो वस्तु पर किया गया कार्य 1 जूल होगा।

कार्य का CGS मात्रक अर्ग होता है। 1 जूल में 10^7 अर्ग होते हैं।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

जूल तथा अर्ग में संबंध

जब किसी वस्तु को एक डाइन बल लगाकर 1 सेमी विस्थापित कर दें, तो उस पर कार्य 1 अर्ग होता है। अर्ग कार्य का CGS मात्रक है। तो

1 अर्ग = 1 डाइन × 1 सेमी

एवं 1 जूल = 1 न्यूटन-मीटर

चूंकि हमने डाइन तथा न्यूटन के संबंध में पढ़ा है कि 1 न्यूटन = 10^5 डाइन होते हैं तो

1 जूल = 10^5 डाइन × 10^2 सेमी

1 जूल = 10^7 डाइन-सेमी

चूंकि 1 डाइन-सेमी में 1 अर्ग होते हैं तब

$\boxed{1\ \text{जूल} = 10^7\ \text{अर्ग}}$

कार्य का विमीय सूत्र

कार्य के सूत्र W = F • s से

कार्य = बल × विस्थापन

कार्य = द्रव्यमान × त्वरण × विस्थापन

चूंकि द्रव्यमान भार एवं विस्थापन लंबाई ही होती है तो

कार्य = किग्रा × मीटर/सेकंड^2 × मीटर

कार्य = किग्रा × मीटर^2 × सेकंड$^{-2}$

अतः कार्य का विमीय सूत्र = $[ML^2T^{-2}]$ होता है।

कार्य के प्रकार

कार्य का मान धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य कुछ भी हो सकता है। इसी आधार पर कार्य तीन प्रकार के होते हैं-

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

(1) धनात्मक कार्य
(2) ऋणात्मक कार्य
(3) शून्य कार्य

1. धनात्मक कार्य

जब किसी वस्तु पर लगाया गया बल एवं बल की दिशा में हुए विस्थापन के बीच के कोण θ का मान न्यूनतम (अर्थात 0-90° के बीच) है। तो बल द्वारा किया गया कार्य धनात्मक होगा। इस प्रकार के कार्य को धनात्मक कार्य (positive work) कहते हैं।

2. ऋणात्मक कार्य

जब किसी वस्तु पर लगाया गया बल F एवं बल की दिशा में हुए विस्थापन s के बीच के कोण θ का मान अधिकतम (अर्थात 90-270° के बीच) है। तो बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होगा। इस प्रकार के कार्य को ऋणात्मक कार्य (negative work) कहते हैं।

3. शून्य कार्य

जब θ का मान 90° और 270° होता है तो किया गया कार्य शून्य होता है।

चूंकि θ = 90° या 270°

पर cos90° या cos270° = 0

तो कार्य W = F•scosθ

W = F•s × 0

$\boxed{W = 0}$

शक्ति अथवा सामर्थ्य

किसी वस्तु या व्यक्ति द्वारा एकांक समय में किए गए कार्य को शक्ति (power) कहते हैं। इसे P से प्रदर्शित करते हैं शक्ति एक अदिश राशि है। शक्ति को सामर्थ्य भी कहते हैं।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

माना t समयांतराल में किसी वस्तु द्वारा किया गया कार्य W हो तो

शक्ति का सूत्र

$$\text{शक्ति} = \frac{\text{कार्य}}{\text{समय}}$$

$$\boxed{P = \frac{W}{t}}$$

शक्ति का मात्रक

शक्ति का एस आई मात्रक वाट होता है।

शक्ति अथवा सामर्थ्य के सूत्र $P = \frac{W}{t}$ से

चूंकि कार्य का मात्रक जूल तथा समय का मात्रक सेकंड होता है तो इस प्रकार शक्ति का मात्रक जूल/सेकंड होगा। अतः

1 जूल/सेकंड = 1 वाट

अर्थात किसी वस्तु द्वारा 1 सेकंड में 1 जूल कार्य किया जाए, तो उसकी शक्ति 1 वाट होगी।

शक्ति को एक अन्य मात्रक अश्वशक्ति (horse power) भी होता है।

1 अश्वशक्ति = 746 वाट

क्योंकि कार्य का C.G.S. मात्रक अर्ग होता है तब शक्ति का C.G.S. मात्रक अर्ग/सेकंड होगा।

शक्ति का विमीय सूत्र

सूत्र $P = \frac{W}{t}$ से

$$\text{शक्ति} = \frac{\text{न्यूटन} - \text{मीटर}}{\text{सेकंड}}$$

$$\text{शक्ति} = \frac{\text{द्रव्यमान} \times \text{त्वरण} \times \text{मीटर}}{\text{सेकंड}}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

शक्ति = $\frac{\text{किग्रा} \times \text{मीटर/सेकंड}^2 \times \text{मीटर}}{\text{सेकंड}}$

अतः शक्ति का विमीय सूत्र $[ML^2T^{-3}]$ होता है।

इसे ऐसे भी ज्ञात कर सकते हैं।

शक्ति की विमा = $\frac{\text{कार्य की विमा}}{\text{समय की विमा}}$

शक्ति की विमा = $\frac{[ML^2T^{-2}]}{[T]}$

शक्ति की विमा = $[ML^2T^{-3}]$

शक्ति को बल के पदों में व्यक्त करना (शक्ति तथा बल में संबंध)

शक्ति के सूत्र $P = \frac{W}{t}$ से

चूंकि हम जानते हैं कि कार्य = बल × विस्थापन होता है तब

$P = \frac{F \times s}{t}$

या $P = F \times \frac{s}{t}$

चूंकि विस्थापन/समयांतराल के अनुपात को वेग कहते हैं तो

$$\boxed{P = F \bullet v}$$

सदिश रूप में

$$\boxed{P = \vec{F} \bullet \vec{v}}$$

अतः शक्ति दो सदिशों (बल F तथा वेग v) के अदिश गुणनफल के बराबर होती है।

इसलिए शक्ति अदिश राशि है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

कार्य ऊर्जा प्रमेय

जब किसी वस्तु पर बाह्य बल द्वारा कुछ कार्य किया जाता है तो वस्तु की गतिज ऊर्जा में कार्य के बराबर ही वृद्धि हो जाती है। एवं इसके विपरीत जब बल के विरुद्ध कार्य किया जाता है तो गतिज ऊर्जा में कार्य के बराबर ही क्षति हो जाती है।
अतः परिवर्ती बल द्वारा किसी वस्तु पर किया गया कार्य, वस्तु की गतिज ऊर्जा में हुए परिवर्तन के बराबर होता है इसे कार्य ऊर्जा प्रमेय (work energy theorem) कहते हैं। कार्य ऊर्जा प्रमेय न्यूटन के गति के प्रथम नियम का समाकलन रूप है।

कार्य ऊर्जा प्रमेय का निगमन (सिद्ध)

माना कोई वस्तु जिसका द्रव्यमान m है वस्तु प्रारंभिक वेग u से गतिशील है माना वस्तु पर बल F गति की दिशा में ही आरोपित कर दिया जाता है जिससे वस्तु का वेग v हो जाता है। तब परिवर्ती बल द्वारा एक अति सूक्ष्म विस्थापन ds में किया गया कार्य

dw = Fds

dw = mads   (F = ma से)

चूंकि वेग परिवर्तन की दर $\frac{dv}{dt}$ त्वरण के बराबर होती है तो

$dw = m \times \frac{dv}{dt} \times ds$

$dw = m \times \frac{ds}{dt} \times dv$

अब $\frac{ds}{dt}$ = v होता है तब कार्य

dw = mvdv

अतः बल द्वारा समय अंतराल में किया गया कार्य

$W = \int_u^v mvdv$

$W = m \int_u^v v\, dv$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

समाकलन सूत्र $x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ से

$W = m\left[\frac{v^2}{2}\right]_u^v$

$W = \frac{1}{2}m\,[v^2 - u^2]$

$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

कार्य = अंतिम गतिज ऊर्जा – प्रारंभिक गति ऊर्जा

अतः: $\boxed{W = \Delta K}$

अर्थात किसी परिवर्ती बल द्वारा किया गया कार्य, वस्तु की गतिज ऊर्जा में हुए परिवर्तन के बराबर होता है यही कार्य ऊर्जा प्रमेय का सिद्धांत है।

कार्य ऊर्जा प्रमेय को परिवर्ती बल एवं नियत बल दोनों से सिद्ध किया जा सकता है और दोनों ही स्थिति में यह सत्य है। ऊपर परिवर्ती बल द्वारा सिद्ध किया गया है।

नियत बल द्वारा निगमन

माना प्रारंभिक वेग u से गति कर रही वस्तु जिसका द्रव्यमान m है पर बल F लगाने से इसकी गति में a त्वरण उत्पन्न हो जाता है तो

$F = ma$

या $a = \frac{F}{m}$ समी.①

माना बल द्वारा सूक्ष्म विस्थापन s पर वस्तु का वेग v हो जाता है तब गति के तृतीय नियम से

$v^2 = u^2 + 2as$

अब समी.① से a का मान रखने पर

$v^2 = u^2 + 2\frac{F}{m}s$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$Fs = \frac{1}{2}(v^2 - u^2)$ समी.②

s विस्थापन में किया गया कार्य

$W = Fs$

अतः समी.② से Fs का मान रखने पर

$W = \frac{1}{2} m(v^2 - u^2)$

$W = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2$

कार्य = अंतिम गतिज ऊर्जा - प्रारंभिक गति ऊर्जा

$\boxed{W = \Delta K}$

अर्थात् नियत बल द्वारा किसी वस्तु पर किया गया कार्य उसकी गतिज ऊर्जा में हुए परिवर्तन के बराबर होता है यही कार्य ऊर्जा प्रमेय हैं।

ऊर्जा की परिभाषा

आसान शब्दों में किसी वस्तु के कार्य करने की क्षमता को उस वस्तु की ऊर्जा (energy) कहते हैं।

अर्थात जब किसी वस्तु में ऊर्जा विद्यमान होती है तो वह वस्तु कार्य करने में सक्षम होती है। ऊर्जा के मान में वस्तु की दिशा का अध्ययन नहीं होता है इसलिए ऊर्जा एक अदिश राशि है। ऊर्जा का एस आई मात्रक जूल होता है।

ऊर्जा के प्रकार

सभी प्रकार की ऊर्जाओं को दो भागों में बांटा गया है।

(1) गतिज ऊर्जा

(2) स्थितिज ऊर्जा

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

ऊर्जा के विभिन्न रूप

ऊर्जा के अनेक रूप हैं जिनको एक रूप से दूसरे रूप में परिवर्तित किया जा सकता है। यह दो प्रकार के होते हैं पहले वस्तु की गति पर आधारित एवं दूसरे वस्तु की स्थिति पर आधारित।
कुछ मुख्य ऊर्जा के रूप -

ऊष्मीय ऊर्जा

किसी पिंड के अणुओं की अनियमित गति के कारण, अणुओं में टक्करें होती रहती हैं इस प्रकार पिंड की गतिज ऊर्जा का कुछ भाग ऊष्मीय ऊर्जा में बदलता रहता है।

स्थितिज ऊर्जा

किसी वस्तु में उसकी स्थिति के कारण जो कार्य करने की क्षमता विद्यमान होती है वस्तु की स्थितिज ऊर्जा कहलाती है।

विद्युत ऊर्जा

विभिन्न विद्युत उपकरण जैसे पंखा आदि। ऊर्जा के जिस प्रभाव से कार्य करने की क्षमता प्राप्त करती हैं ऊर्जा के उस रूप को विद्युत ऊर्जा कहते हैं।

नाभिकीय ऊर्जा

यह ऊर्जा तब निहित होती है जब हल्के नाभिकों का संलयन होता है या भारी नाभिकों के विखंडन की प्रकृति से नाभिकीय ऊर्जा मुक्त होती है। नाभिकीय ऊर्जा द्रव्यमान क्षति के कारण ही उत्पन्न होती है।

ऊर्जा संरक्षण का सिद्धांत (नियम)

इस सिद्धांत के अनुसार, ऊर्जा को न तो नष्ट किया जा सकता है और न ही इसे उत्पन्न किया जा सकता है। ऊर्जा का केवल एक रूप से दूसरे रूप में रूपांतरण किया जा सकता है। आसान भाषा में कहें तो जब ऊर्जा का एक रूप विलुप्त होता है तो वहीं ऊर्जा उतने ही परिमाण में किसी ओर रूप में प्रकट हो जाती है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उदाहरण - जब कोई पिंड पृथ्वी के गुरुत्व के अंतर्गत मुक्त रूप से गिरता है तब उस पिंड के पथ के हर एक बिंदु पर पिंड की कुल ऊर्जा नियत रहती है।

संघट्टय

जब दो या दो से अधिक वस्तुएं आपस में टकराती हैं तो वस्तुओं में टक्कर के पश्चात अल्प समय के लिए अन्योन्य क्रिया होती है जिससे वस्तुओं में उनकी ऊर्जा एवं संवेग में परिवर्तन हो जाता है। इसे संघट्टय (collision) कहते हैं।
अथवा दो गतिशील पिंडों के बीच होने वाली टक्करो को संघट्टय कहते हैं। संघट्टय में निकाय का संवेग संरक्षित रहता है। चूंकि आंतरिक बल में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

संघट्टय के प्रकार

संघट्टय दो प्रकार के होते हैं।
(1) प्रत्यास्थ संघट्टय
(2) अप्रत्यास्थ संघट्टय

1. प्रत्यास्थ संघट्टय (elastic collision)

वह संघट्टय जिसमें वस्तुओं की टक्कर के पश्चात, उसमें कार्य करने वाला बल संरक्षी हो तो वस्तुओं का संवेग और गतिज ऊर्जा दोनों संरक्षित रहते हैं। इस प्रकार के संघट्टय को प्रत्यास्थ संघट्ट कहते हैं। प्रत्यास्थ संघट्ट में वस्तुएं टक्कर के पश्चात अलग अलग हो जाती हैं।
उदाहरण
(1) क्रिकेट में बल्ले और गेंद के बीच की टक्करें।
(2) आदर्श गैस के अणुओं की बर्तन की दीवारों से टक्करें।
(3) एल्फा कण प्रकीर्णन एल्फा कण और स्वर्ण पत्र के बीच टक्करें।

यदि u_1 व u_2 टक्कर से पहले दो वस्तुओं के वेग हैं तथा v_1 व v_2 टक्कर के बाद वस्तुओं के वेग हैं तो प्रत्यास्थ संघट्टय का सूत्र

$$\boxed{u_1 - u_2 = v_2 - v_1}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

2. अप्रत्यास्थ संघट्टय (inelastic collision)

जब दो पिंडों के बीच टक्कर होती है और वह पिंड टक्कर के पश्चात भी सटे (जुड़े) रहते हैं तो इस प्रकार की टक्कर को अप्रत्यास्थ संघट्टय कहते हैं।
इसमें पिंड का संवेग टक्कर से पहले एवं टक्कर के बाद भी संरक्षित रहता है। एवं इसमें गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती, क्योंकि पिंड टक्कर के बाद भी जुड़े रहते हैं।

उदाहरण

(1) दो कारों की आपस में टक्करें।
(2) लकड़ी पर मारी गई बंदूक की गोली तथा लकड़ी के बीच टक्करें।
(3) रेत पर गिराया गया पत्थर तथा रेत के बीच टक्करें।

माना दो पिंड जिनके द्रव्यमान m_1 व m_2 हैं पिंड u_1 व u_2 वेग से गति करते हैं। जब इन पिंडों में टक्कर होती है तो संघट्टय के बाद पिंड का संयुक्त वेग v हो जाता है। तो संवेग संरक्षण के नियम से

$m_1u_1 + m_2u_2 = (m_1 + m_2)v$

या $$\boxed{v = \frac{m_1u_1+m_2u_2}{m_1+m_2}}$$

यांत्रिक ऊर्जा संरक्षण का नियम (conservation of mechanical energy)

जब बल संरक्षी होता है तो कण की यांत्रिक ऊर्जा नियत रहती है। अतः
कुल ऊर्जा = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा = नियत

$$\boxed{E = K + U = \text{नियत}}$$

माना m द्रव्यमान का कोई पिंड है जो पृथ्वी से h ऊंचाई पर बिंदु A पर स्थित है। जब पिंड गुरुत्व के आधीन मुक्त रूप से गिरना प्रारंभ करता है तो बिंदु A पर पिंड का वेग शून्य होता है तो पिंड की-

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

बिंदु A पर

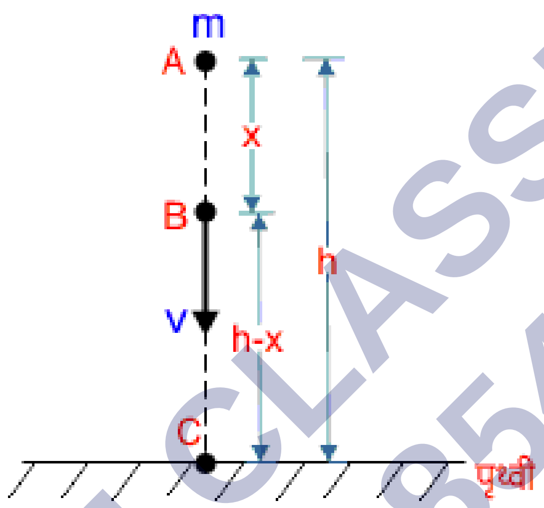
गतिज ऊर्जा K = 0

स्थितिज ऊर्जा U = mgh

तब पिंड की कुल ऊर्जा = गतिज ऊर्जा + स्थितिज ऊर्जा

पिंड की कुल ऊर्जा = 0 + mgh

पिंड की कुल ऊर्जा = mgh समी.①



बिंदु B पर

चित्र में बिंदु B बिंदु A से x मीटर नीचे की ओर है यदि पिंड का वेग v है तब गति के तृतीय समीकरण से

$v^2 = u^2 + 2gx$

चूंकि प्रारंभिक वेग u शून्य है तो

$v^2 = 0 + 2gx$

$v^2 = 2gx$

पिंड की गतिज ऊर्जा $K = \frac{1}{2} mv^2$

v^2 का मान रखने पर पिंड की गतिज ऊर्जा

$K = \frac{1}{2} m \times 2gx$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$K = mgx$

पिंड की स्थितिज ऊर्जा $U = mg(h - x)$

$U = mgh - mgx$

अतः बिंदु B पर संपूर्ण ऊर्जा $E = K + U$

$E = mgx + mgh - mgx$

$E = mgh$ समी.②

बिंदु C पर

पृथ्वी के निकट बिंदु C पर यदि वेग v' है तो

$v'^2 = u^2 + 2gh$

$v'^2 = 0 + 2gh$

$v'^2 = 2gh$

पिंड की गतिज ऊर्जा $K = \frac{1}{2} mv'^2$

$K = \frac{1}{2} m \times 2gh$

$K = mgh$

पिंड की स्थितिज ऊर्जा $U = mgh$

$U = mg \times 0$

$U = 0$

अतः बिंदु C पर संपूर्ण ऊर्जा $E = K + U$

$E = mgh + 0$

$E = mgh$ समी.③

अर्थात् समीकरण ①, ② तथा ③ से स्पष्ट है कि वस्तु के प्रत्येक बिंदु पर गतिज ऊर्जा एवं स्थितिज ऊर्जा का योग सदैव नियत रहता है। अतः गुरुत्वीय बल के अंतर्गत वस्तु की कुल यांत्रिक ऊर्जा नियत रहती है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

SHIVOM CLASSES
8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 137-140)

प्रश्न 1 किसी वस्तु पर किसी बल द्वारा किए गए कार्य का चिह्न समझना महत्वपूर्ण है। सावधानीपूर्वक बताइए कि निम्नलिखित राशियाँ धनात्मक हैं या ऋणात्मक:

a. किसी व्यक्ति द्वारा किसी कुएँ में से रस्सी से बँधी बाल्टी को रस्सी द्वारा बाहर निकालने में किया गया कार्य।
b. उपर्युक्त स्थिति में गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य।
c. किसी आनत तल पर फिसलती हुई किसी वस्तु पर घर्षण द्वारा किया गया कार्य।
d. किसी खुरदरे क्षैतिज तल पर एकसमान वेग से गतिमान किसी वस्तु पर लगाए गए बल द्वारा किया गया कार्य।
e. किसी दोलायमान लोलक को विरामावस्था में लाने के लिए वायु के प्रतिरोधी बल द्वारा किया गया कार्य।

उत्तर-

a. चूँकि रस्सी का विस्थापन तथा मनुष्य द्वारा लगाया गया बल दोनों ऊर्ध्वाधर ऊपर की ओर दिष्ट हैं। अत: कार्य धनात्मक होगा।
b. चूँकि गुरुत्वीय बल व बाल्टी का विस्थापन विपरीत दिशा में है। अतः गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होगा।
c. चूँकि घर्षण बल व बाल्टी का विस्थापन विपरीत दिशा में है। अतः घर्षण बल द्वारा किया गया कार्य ऋणात्मक होगा।
d. चूँकि वस्तु पर लगाया गया बल, वस्तु की गति की दिशा में है। अतः कृतं कार्य धनात्मक होगा।
e. चूँकि वायु का प्रतिरोधी बल सदैव गति के विपरीत दिशा में है अतः कार्य ऋणात्मक होगा।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 2 2 kg द्रव्यमान की कोई वस्तु जो आरंभ में विरामावस्था में है,7N के किसी क्षैतिज बल के प्रभाव से एक मेज पर गति करती है। मेज का गतिज – घर्षण गुणांक 0.1 है। निम्नलिखित का परिकलन कीजिए और अपने परिणामों की व्याख्या कीजिए।

a. लगाए गए बल द्वारा 10s में किया गया कार्य।
b. घर्षण द्वारा 10 s में किया गया कार्य।
c. वस्तु पर कुल बल द्वारा 10 s में किया गया कार्य।
d. वस्तु की गतिज ऊर्जा में 10s में परिवर्तन।

उत्तर-

दिया है: $F = 7N, m = 2kg, u = 0, \mu_k = 0.1$

$\because$ गतिज क्षैतिज मेज पर रही हो।

$\therefore$ गतिज घर्षण बल $\mu_k N = \mu_k mg$

$= 0.1 \times 2kg \times 10ms^{-2} = 2N$

$\therefore$ पिण्ड पर गति की दिशा में नेट बल

$F_1 = F - \mu_k N = 7N - 2N = 5N$

सूत्र $F = m\,a$ से,

वास्तु का त्वरण $a = \frac{F_1}{m} = \frac{5N}{2kg} = 2.5ms^{-2}$

$\therefore$ 10s में तय दुरी, $s = u\,t + \frac{1}{2} a\, t^2$

$= 0 \times 10s + \frac{1}{2}(2.5m\,s^{-2}) \times (10)^2$

$= 125m$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

a. लगाए गए बल द्वारा 10s में कृत कार्य

$$W_1 = F.s\cos 0^\circ$$

$$= 7N \times 125m = +875J$$

∵ विस्थापन बाह्य बल की दिशा में है, अतः यह कार्य धनात्मक है।

b. घर्षण बल द्वारा 10s में कृत कार्य

$$W_2 = -(\mu_k N).s$$

$$= -2N \times 125m = -250J$$

∵ विस्थापन घर्षण बल के विरुद्ध है, अतः यह कार्य ऋणात्मक है।

c. कुल बल द्वारा किया गया कार्य

W = कुल बल × विथापन

= +5N × 125m = +625J

∵ विस्थापन घर्षण बल के विरुद्ध है, अतः यह कार्य ऋणात्मक है।

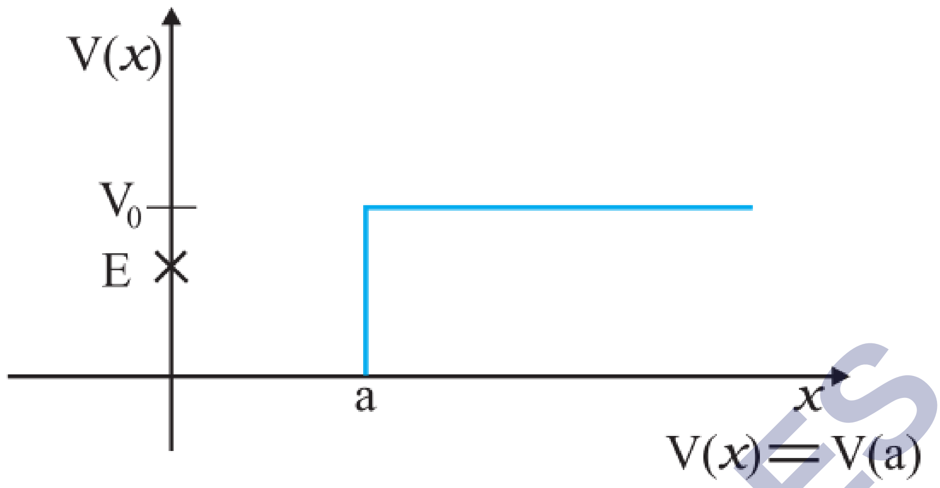
d. कार्य-ऊर्जा प्रमेय से,

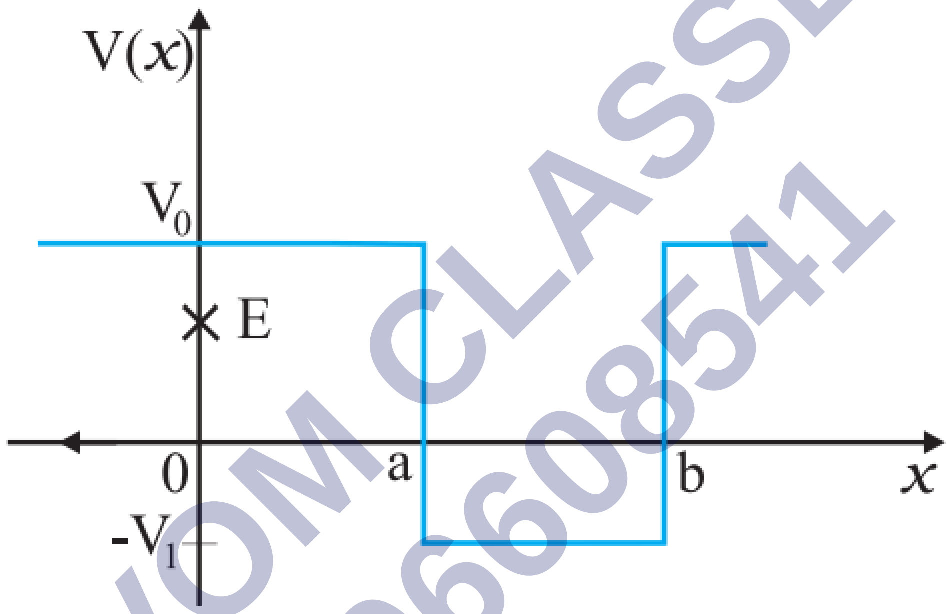
गतिज ऊर्जा में परिवर्तन $\Delta K =$ कुल बल द्वारा कृत कार्य = +625J

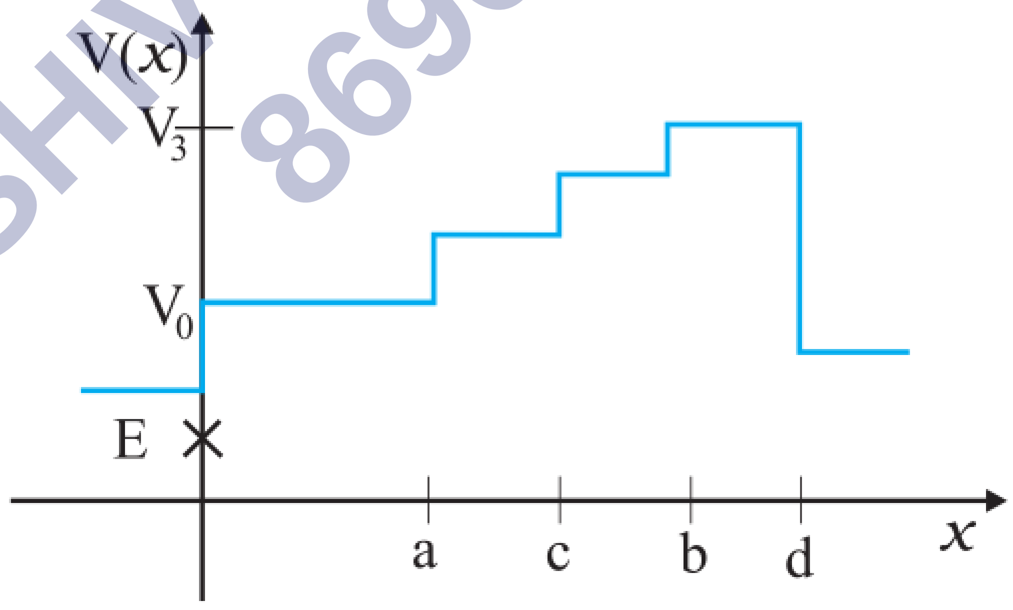
प्रश्न 3 चित्र में कुछ एकविमीय स्थितिज ऊर्जा-फलनों के उदाहरण दिए गए हैं। कण की कुल ऊर्जा कोटि-अक्ष पर क्रॉस द्वारा निर्देशित की गई है। प्रत्येक स्थिति में, कोई ऐसे क्षेत्र बंताइए, यदि कोई हैं तो जिनमें दी गई ऊर्जा के लिए, कण को नहीं पाया जा सकता। इसके अतिरिक्त, कण की कुल न्यूनतम ऊर्जा भी निर्देशित कीजिए। कुछ ऐसे भौतिक सन्दर्भों के विषय में सोचिए जिनके लिए ये स्थितिज ऊर्जा आकृतियाँ प्रासंगिक हों।

SHIVOM CLASSES 8696608541

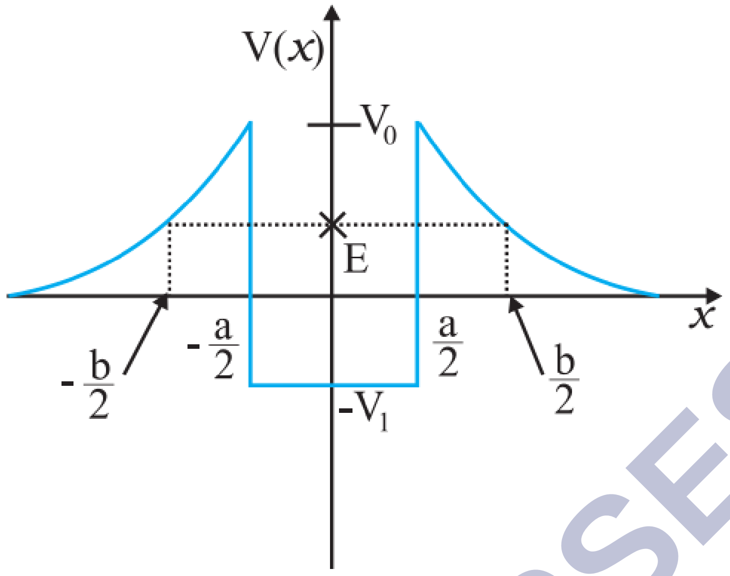
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)







SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



उत्तर-

a. इस ग्राफ में $x < a$ के लिए स्थितिज ऊर्जा वक्र, दूरी अक्ष के साथ सम्पाती है (P.E. = O) जबकि $x > a$ के लिए स्थितिज ऊर्जा कुल ऊर्जा से अधिक है, अतः गतिज ऊर्जा ऋणात्मक हो जाएगी जो कि असम्भव है।

   अतः कण $x > a$ क्षेत्र में नहीं पाया जा सकता।

b. इस ग्राफ से स्पष्ट है कि प्रत्येक स्थान पर P.E. > E

   अतः गतिज ऊर्जा ऋणात्मक होगी जो कि असंभव है, अतः कण को कहीं भी नहीं पाया जा सकता।

c. $0 < x < a$ तथा $b < x$ क्षेत्रों में

   P.E. > E

   अतः गतिज ऊर्जा ऋणात्मक होगी, आठ कण को इन क्षेत्रों ने नहीं पाया जाता सकता।

d.

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

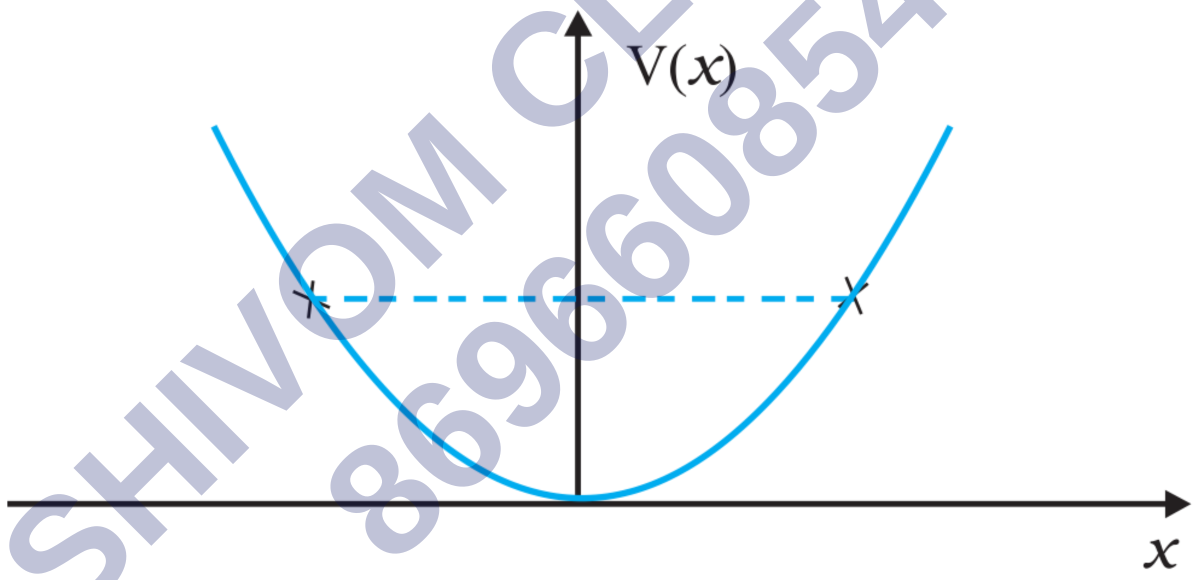
$$-\frac{b}{2} < x < -\frac{a}{2}$$

तथा $\frac{a}{2} < x < \frac{b}{2}$ क्षेत्रों में $P.E. > E,$

अतः गतिज ऊर्जा ऋणात्मक होगी इसलिए कण इन क्षेत्रों में नहीं पाया जा सकता।

प्रश्न 4 रेखीय सरल आवर्त गति कर रहे किसी कण का (d) स्थितिज ऊर्जा फलन v (x) = kx2/ 2 है, जहाँ k दोलक का बल नियतांक है। k = 0.5N m-1 के लिए v(x) व x के मध्य ग्राफ चित्र में दिखाया गया है। यह दिखाइए कि इस विभव के अन्तर्गत गतिमान कुल 1J ऊर्जा वाले कण को अवश्य ही 'वापस आना चाहिए जब यह x = ±2 m पर पहुँचता है।

उत्तर-



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

सरल आवर्त गति करने कण की कुल ऊर्जा

$$E = K.E. + P.E.$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\,x^2$$

$\left(\because\right.$ दिया है, x विस्थापन पर $\left.P.E. = V(x) = \frac{1}{2}k\,x^2\right)$

कण उस स्थिति $x = x_m$ से लौटना प्रारम्भ करेगा जबकि उसकी गतिज ऊर्जा शून्य होगी।

अतः $\frac{1}{2}m\,v^2 = 0$ व $x = x_m$

$$E = \frac{1}{2}k\,x_m^2$$

दिया है: $E = 1J$ तथा $E = 0.5N\,m^{-1}$

$$\therefore 1 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times x_m^2 \Rightarrow x_m^2 = \frac{2}{0.5} = 4$$

$$\therefore x_m = \pm 2m$$

अतः कण जब $\therefore x_m = \pm 2m$ पर पहुँचता है तो वहीं से वापस लोटना प्रारम्भ करता है।

प्रश्न 5 निम्नलिखित का उत्तर दीजिए-

a. किसी रॉकटे का बाह्य आवरण उड़ान के दौरान घर्षण के कारण जल जाता है। जलने के लिए आवश्यक ऊष्मीय ऊर्जा किसके व्यय पर प्राप्त की गई रॉकेट या वातावरण?

b. धूमकेतु सूर्य के चारों ओर बहुत ही दीर्घवृत्तीय कक्षाओं में घूमते हैं। साधारणतया धूमकेतु पर सूर्य का गुरुत्वीय बल धूमकेतु के लम्बवत नहीं होता है। फिर भी धूमकेतु की सम्पूर्ण कक्षा में गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य शून्य होता है। क्यों?

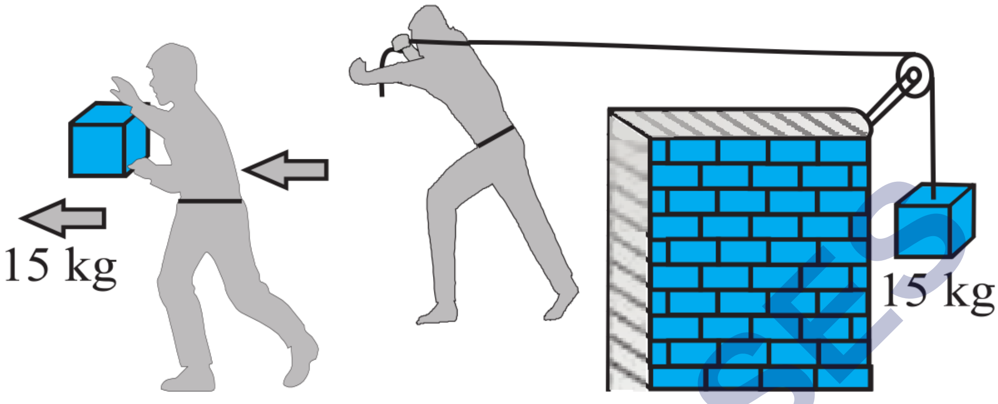
c. पृथ्वी के चारों ओर बहुत ही क्षीण वायुमण्डल में घूमते हुए किसी कृत्रिम उपग्रह की ऊर्जा धीरे-धीरे वायुमण्डलीय प्रतिरोध (चाहे यह कितना ही कम क्यों न हो) के विरुद्ध क्षय के कारण कम होती जाती है फिर भी जैसे-जैसे कृत्रिम उपग्रह पृथ्वी के समीप आता है तो उसकी चाल में लगातार वृद्धि क्यों होती है?

d. चित्र (i) में एक व्यक्ति अपने हाथों में 15kg का कोई द्रव्यमान लेकर 2m चलता है। चित्र (ii) में वह उतनी ही दूरी अपने पीछे रस्सी को खींचते हुए चलता है। रस्सी घिरनी पर चढ़ी

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

हुई है और उसके दूसरे सिरे पर 15kg का द्रव्यमान लटका हुआ है। परिकलन कीजिए कि किस स्थिति में किया गया कार्य अधिक है?



(i) (ii)

उत्तर-

a. बाह्य आवरण के जलने के लिए आवश्यक ऊष्मीय ऊर्जा रॉकेट की यान्त्रिक ऊर्जा (K.E. + P.E.) से प्राप्त की गई।

b. धूमकेतु पर सूर्य द्वारा आरोपित गुरुत्वाकर्षण बल एक संरक्षी बल है। संरक्षी बल के द्वारा बन्द पथ में गति करने वाले पिण्ड पर किया गया नेट कार्य शून्य होता है; अत: धूमकेतु की सम्पूर्ण कक्षा में सूर्य 'क' गुरुत्वाकर्षण बल द्वारा कृत कार्य शून्य होगा।

c. जैसे-जैसे उपग्रह पृथ्वी के समीप आता है वैसे-वैसे उसकी गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा घटती है, ऊर्जा संरक्षण के अनुसार गतिज ऊर्जा बढ़ती जाती है; अत: उसकी चाल बढ़ती जाती है। कुल ऊर्जा का कुछ भाग घर्षण बल के विरुद्ध कार्य करने में खर्च हो जाती है।

d. इस दशा में व्यक्तिद्रव्यमान को उठाए रखने के लिए भार के विरुद्ध ऊपर की ओर बल लगाता है जबकि उसका विस्थापन क्षैतिज दिशा में है ($\theta = 90^\circ$)

∴ मनुष्य द्वारा कृत कार्य $W = F\,d\cos 90^\circ = 0$

इस दशा में पुली मनुष्य द्वारा लगाए गए क्षैतिज बल की दिशा को ऊर्ध्वाधर कर देती है तथा द्रव्यमान का विस्थापन भी ऊपर की ओर है ($\theta = 0^\circ$)

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

∴ मनुष्य द्वारा कृत कार्य $W = m\, g\, h \cos 0^\circ = 15kg \times 10ms^{-2} \times 2m = 300J$

अतः दशा (ii) में अधिक कार्य किया जाएगा।

प्रश्न 6 सही विकल्प को रेखांकित कीजिए-

a. जब कोई संरक्षी बल किसी वस्तु पर धनात्मक कार्य करता है तो वस्तु की स्थितिज ऊर्जा बढ़ती है घटती/अपरिवर्ती रहती है।
b. किसी वस्तु द्वारा घर्षण के विरुद्ध किए गए कार्यका परिणाम हमेशा इसकी गतिज/स्थितिज ऊर्जा में क्षय होता है
c. किसी बहुकण निकाय के कुल संवेग-परिवर्तन की दर निकाय के बाह्य बल/ आन्तरिक बलों के जोड़ के अनुक्रमानुपाती होती है।
d. किन्हीं दो पिण्डों के अप्रत्यास्थ संघट्ट में वे राशियाँ, जो संघट्ट के बाद नहीं बदलती हैं; निकाय की कुल गतिज ऊर्जा/कुल रेखीय संवेग/कुल ऊर्जा हैं।

उत्तर-

a. घटती है, क्योंकि संरक्षी बल के विरुद्ध किया गया कार्य (बाह्य बल द्वारा धनात्मक कार्य) ही स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित होता है।
b. गतिज ऊर्जा, क्योंकि घर्षण के विरुद्ध कार्य तभी होता है जबकि गति हो रही हो।
c. बाह्य बल, क्योंकि बहुकण निकाय में आन्तरिक बलों का परिणामी शून्य होता है तथा आन्तरिक बल संवेग परिवर्तन के लिए उत्तरदायी नहीं होते।
d. कुल रेखीय संवेग।

प्रश्न 7 बताइए कि निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य। अपने उत्तर के लिए कारण भी दीजिए-

a. किन्हीं दो पिण्डों के प्रत्यास्थ संघट्ट में, प्रत्येक पिण्ड का संवेग व ऊर्जा संरक्षित रहती है।
b. प्रकृति में प्रत्येक बल के लिए किसी बन्द लूप में, किसी पिण्ड की गति में किया गया कार्य शून्य होता है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

c. किसी अप्रत्यास्थ संघट्ट में, किसी निकाय की अन्तिम गतिज ऊर्जा, आरम्भिक गतिज ऊर्जा से हमेशा कम होती है।

उत्तर-

a. असत्य,

स्पष्टीकरण: पूर्ण निकाय का संवेग व गतिज ऊर्जा संरक्षित रहते हैं।

b. सत्य,

स्पष्टीकरण: निकाय की कुल ऊर्जा सदैव संरक्षित रहती है।

c. असत्य,

स्पष्टीकरण: केवल संरक्षी बलों के लिए, बन्द लूप में गति के दौरान पिण्ड पर किया गया कार्य शून्य होता है।

प्रश्न 8 निम्नलिखित का उत्तर ध्यानपूर्वक, कारण सहित दीजिए-

a. किन्हीं दो बिलियर्ड-गेंदों के प्रत्यास्थ संघट्ट में, क्या गेंदों के संघट्ट की अल्पावधि में (जब वे सम्पर्क में होती हैं) कुल गतिज ऊर्जा संरक्षित रहती है?
b. दो गेंदों के किसी प्रत्यास्थ संघट्ट की लघु अवधि में क्या कुल रेखीय संवेग संरक्षित रहता।
c. किसी अप्रत्यास्थ संघट्ट के लिए प्रश्न (a) व (b) के लिए आपके उत्तर क्या हैं?
d. यदि दो बिलियर्ड-गेंदों की स्थितिज ऊर्जा केवल उनके केन्द्रों के मध्य, पृथक्करण-दूरी पर निर्भर करती है तो संघट्ट प्रत्यास्थ होगा या अप्रत्यास्थ? (ध्यान दीजिए कि यहाँ हम संघट्ट के दौरान बल के संगत स्थितिज ऊर्जा की बात कर रहे हैं, न कि गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा की)

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

SHIVOM CLASSES 8696608541

उत्तर-

a. नहीं, संघट्ट काल के दौरान गेंदें संपीडित हो जाती हैं; अत: गतिज ऊर्जा, गेंदों की स्थितिज ऊर्जा में बदल जाती है।
b. हाँ, संवेग संरक्षित रहता है।
c. (a) किन्हीं दो बिलियर्ड-गेंदों के प्रत्यास्थ संघट्ट में, क्या गेंदों के संघट्ट की अल्पावधि में (जब वे सम्पर्क में होती हैं) कुल गतिज ऊर्जा संरक्षित रहती है? (b) दो गेंदों के किसी प्रत्यास्थ संघट्ट की लघु अवधि में क्या कुल रेखीय संवेग संरक्षित रहता।
d. चूंकि स्थितिज ऊर्जा केन्द्रों की पृथक्करण दूरी पर निर्भर करती है, इसका यह अर्थ हुआ कि संघट्ट काल में पिण्डों के बीच लगने वाला संरक्षी बल है; अत: ऊर्जा संरक्षित रहेगी। इसलिए संघट्ट प्रत्यास्थ होगा।

प्रश्न 9 कोई पिण्ड जो विरामावस्था में है, अचर त्वरण से एकविमीय गति करता है। इसको किसी समय पर दी गई शक्ति अनुक्रमानुपाती है-

a. $t^{\frac{1}{2}}$

b. t

c. $t^{\frac{3}{2}}$

d. t^2

उत्तर-

b. t

स्पष्टीकरण:

∵ त्वरण a अचर है तथा u = 0

∴ बल F = m a (अचर है) तथा t समय पर वेग v = at

∴ t समय पर दी गई शक्ति

$$P = F v = (m a) a t = (m a^2) t$$

$$\Rightarrow P \propto t$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 10 एक पिण्ड अचर शक्ति के स्रोत के प्रभाव में एक ही दिशा में गतिमान है। इसका t समय में विस्थापन, अनुक्रमानुपाती है-

a. $t^{\frac{1}{2}}$

b. t

c. $t^{\frac{3}{2}}$

d. t^2

उत्तर-

c. $t^{\frac{3}{2}}$

स्पष्टीकरण:

दिया है: शक्ति P = F v अचर है

$$\Rightarrow P = m\,a\,v = m\frac{dv}{dt}.v\left(\because a = \frac{dv}{dt}\right)$$

$$\Rightarrow v\frac{dv}{dt} = \frac{P}{m}$$

$$\Rightarrow v\,dv = \frac{P}{m}dt$$

समाकलन करने पर, $\frac{v^2}{2} = \frac{Pt}{m} + c_1$

माना $t = 0$ पर $v = 0$ तो $c_1 = 0$

$\therefore v^2 = \frac{2P}{m}t$ या $\frac{ds}{dt} = \sqrt{\frac{2P}{m}}t\left(\because v = \frac{ds}{dt}\right)$

$$\therefore s = \sqrt{\frac{2P}{m}}\int t^{\frac{1}{2}}dt$$

$$s = \sqrt{\frac{2P}{m}}.\frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c_2$$

माना जब $t = 0$ तो $s = 0$ तब $c_2 = 0$

$$\therefore s = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2P}{m}t^{\frac{3}{2}}} \Rightarrow s \propto t^{\frac{3}{2}}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 11 किसी पिण्ड पर नियत बल लगाकर उसे किसी निर्देशांक प्रणाली के अनुसार z-अक्ष के अनुदिश गति करने के लिए बाध्य किया गया है, जो इस प्रकार है-

$\vec{F} = (-\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})N$

जहाँ $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ क्रमशः x-, y- एवं z-अक्षों के अनुदिश एकांक सदिश हैं। इस वस्तु को 2-अक्ष के अनुदिश 4 मी की दूरी तक गति कराने के लिए आरोपित बल द्वारा किया गया कार्य कितना होगा?

उत्तर-

यहाँ बल, $\vec{F} = (-\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k})$ न्यूटन

बल का विस्थापन, $\vec{d} = Z-$ अक्ष के अनुदिश 4 मीटर अर्थात् $4\hat{k}$ मीटर $= (0\hat{i} + 0\hat{j} + 4\hat{k})$

अतः आरोपित बल दवरा किया गया कार्य,

$$W = \vec{F}.\vec{d} = (-\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) \text{ न्यूटन} \cdot (0\hat{i} + 0\hat{j} + 4\hat{k}) \text{ मीटर}$$

$$= (-1) \times 0 + 2 \times 0 + 3 \times 4 = 12 \text{ जूल}$$

प्रश्न 12 किसी अन्तरिक्ष किरण प्रयोग में एक इलेक्ट्रॉन और एक प्रोटॉन का संसूचन होता है जिसमें पहले कण की गतिज ऊर्जा 10keV है और दूसरे कण की गतिज ऊर्जा 100keV है। इनमें कौन-सा तीव्रगामी है, इलेक्ट्रॉन या प्रोटॉन? इनकी चालों को अनुपात ज्ञात कीजिए। (इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान = 9.11×10^{-31}kg, प्रोटॉन का द्रव्यमान = 1.67×10^{-27}kg, 1eV = 1.60×10^{-19}J)

उत्तर- यहाँ इलेक्ट्रान की गतिज ऊर्जा Ke = 10 keV,

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान me = 9.11×10^{-31}kg तथा

प्रोटॉन की गतिज ऊर्जा Kp = 100keV,

प्रोटॉन का द्रव्यमान mp = 1.67×10^{-27}kg

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$\because$ गतिज ऊर्जा, $K = \frac{1}{2}mv^2$

$\therefore$ वेग, $v = \sqrt{\left(\frac{2K}{m}\right)} \Rightarrow v \propto \sqrt{K}$ तथा $v \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$

अतः $\frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{2\times K_e/m_e}{2\times K_p/m_p}} = \sqrt{\frac{K_e}{K_p} \times \frac{m_p}{m_e}}$

$$= \sqrt{\left(\frac{10keV}{100keV}\right)\left(\frac{1.67\times10^{-27}N}{9.11\times10^{-31}kg}\right)} = 13.5$$

इसलिए इलेक्ट्रॉन की चाल प्रोटॉन की चल से अधिक है।

प्रश्न 13 2 मिमी त्रिज्या की वर्षा की कोई बूंद 500 मी की ऊँचाई से पृथ्वी पर गिरती है। यह अपनी आरम्भिक ऊँचाई के आधे हिस्से तक (वायु के श्यान प्रतिरोध के कारण) घटते त्वरण के साथ गिरती है और अपनी अधिकतम (सीमान्त) चाल प्राप्त कर लेती है, और उसके बाद एकसमान चाल से गति करती है। वर्षा की बूंद पर उसकी यात्रा के पहले व दूसरे अर्द्ध भागों में गुरुत्वीय बल द्वारा किया गया कार्य कितना होगा? यदि बूंद की चाल पृथ्वी तक पहुँचने पर 10 मी/ से$^{-1}$ हो तो सम्पूर्ण यात्रा में प्रतिरोधी बल द्वारा किया गया कार्य कितना होगा?

उत्तर-

वर्षा की बून्द की त्रिज्या r = 2 मिमी = 2 × 10^{-3} मी, बून्द घनत्व $\rho = 10^3$ किग्रा/ मीटर^3

$\therefore$ बून्द का द्रवमान m = आयतन × घनत्व $= \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\rho$

$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times (2 \times 10^{-3})^3 \times 10^3$ किग्रा

$= 3.35 \times 10^{-5}$ किग्रा

वर्षा की बूँद पर उसकी यात्रा के पहले व दूसरे अर्द्ध भागों पर (प्रत्येक के लिए h = 500 मीटर/2 = 250 मीटर) गुरुत्वीय बल दवरा कृत कार्य बराबर होगा जिसका परिणाम

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

W = गुरुत्वीय स्तिथिज ऊर्जा में कमी = mgh

= 3.35×10^{-5} किग्रा × 9.8 मी/सेकंड2 × 250 मी

= 0.082 जूल

ऊर्जा संरक्षण के नियम के आधार प् पृथ्वी पर पहुँचने पर-

गतिज ऊर्जा में वृद्धि = प्रतिरोधी बल द्वारा कृत कार्य + गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा में कमी (अर्थात् गुरुत्व बल द्वारा कृत कार्य)

$\therefore \frac{1}{2}mv^2 = W_{प्रतिरोधी} + mgh$

अतः $W_{प्रतिरोधी} = \frac{1}{2}mv^2 - mgH$

यहाँ H = 500 मीटर

तथा v = 10 मीटर-सेकंड$^{-1}$

$\therefore W_{प्रतिरोधी} = \frac{1}{2}(3.35 \times 10^{-5})(10)^2$ जूल $-3.35 \times 10^{-5} \times 9.8 \times 500$ जूल

= (0.002 - 0.164) = - 0.162 जूल

W प्रतिरोधी ऋणात्मक है, क्योंकि वर्षा की बूँद पर प्रतिरोधी बल उर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर तथा बूँद का विस्थापन निचे की ओर है।

प्रश्न 14 किसी गैस-पात्र में कोई अणु 200m s^{-1} की चाल से अभिलम्ब के साथ 30° का कोण बनाता हुआ क्षैतिज दीवार से टकराकर पुनः उसी चाल से वापस लौट जाता है। क्या इस संघट्ट में संवेग संरक्षित है? यह संघट्ट प्रत्यास्थ है या अप्रत्यास्थ?

उत्तर- दिया है: अनु की चाल u = 200ms^{-1}, θ = 30◦

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

दिवार से संघट्ट के बाद चाल v = 200ms^{-1}

∵ प्रत्येक प्रकार के संघट्ट में संवेग संरक्षित रहता है।

अतः इस संघट्ट में भी संवेग संरक्षित होगा।

माना अनु का द्रव्यमान = m kg

तब दिवार से टकराते समय निकाय की गतिज ऊर्जा $k_1 \frac{1}{2} m\, u^2 = \frac{1}{2} m(200)^{2J}$

तथा संघट्ट के बाद गतिज ऊर्जा $K_2 = \frac{1}{2} m\, v^2 = \frac{1}{2} m(200)^{2J}$

∵ गतिज ऊर्जा संरक्षित है, अतः यह एक प्रत्यास्थ संघट्ट है।

प्रश्न 15 किसी भवन के भूतल पर लगा कोई पम्प 30m3 आयतन की पानी की टंकी को 15 मिनट में भर देता है। यदि टंकी पृथ्वी तल से 40m ऊपर हो और पम्प की दक्षता 30% हो तो पम्प द्वारा कितनी विद्युत शक्ति का उपयोग किया गया?

उत्तर- पम्प दवरा टंकी को भरने के लिए भूतल से h = 40 मीटर ऊँचाई पर उठाये गए जल का द्रव्यमान

m = आयतन × घनत्व

= 30 मीटर^3 × 10^3 किग्रा/मीटर^3

∴ टंकी भरने में पम्प द्वारा किया गया कार्य

W = mgh

अर्थात् W = 3 × 10^4 किग्रा × 9.8 मीटर/सेकण्ड^2 × 40 मीटर

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

= 1.176 × 10^7 जूल

इस कार्य के करने में पम्प दवरा लिया गया समय t = 15 मिनट

अर्थात् t = 15 × 60 सेकण्ड = 900 सेकण्ड

∴ पम्प की आवश्यकता सामर्थ्य, $P = \frac{W}{t} = \frac{1.176 \times 10^{7} J}{900 s} = 1.306 \times 10^{4} W$

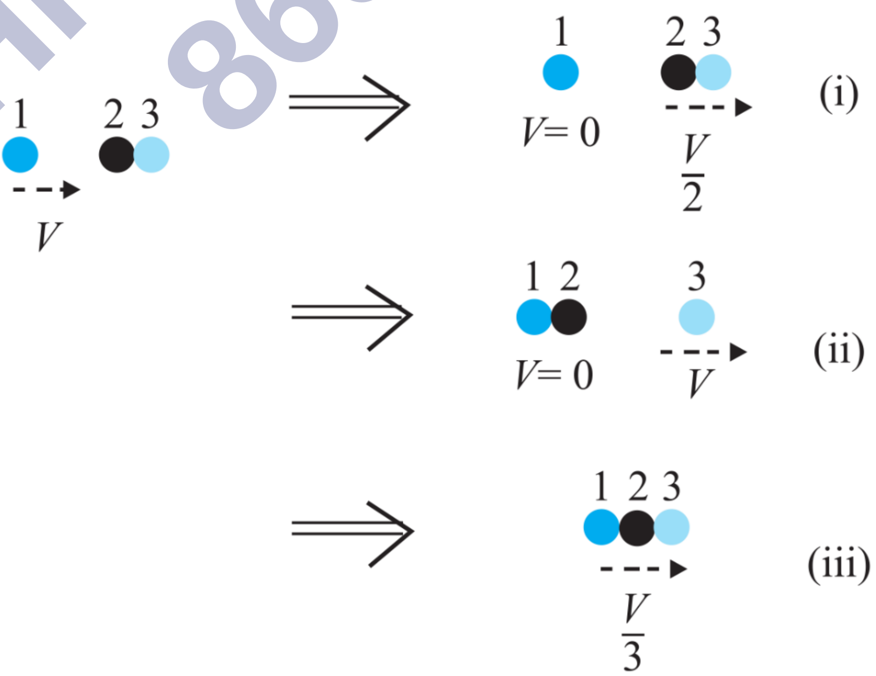
$$\text{पम्प की क्षमता} = \frac{\text{निर्गत शक्ति}}{\text{निवेशी शक्ति}} = \frac{\text{आवश्यक सामर्थ्य}}{\text{उपयोग की गई विद्युत शक्ति}}$$

$$\therefore \text{ उपयोग की गई विद्युत शक्ति} = \frac{\text{आवश्यक सामर्थ्य}}{\text{पम्प की क्षमता}} = \frac{1.306 \times 10^{4}}{\text{वाट } 30\%}$$

$$= \left(\frac{1.306 \times 10^{4} \times 100}{30}\right) W = 4.36 \times 10^{4} W$$

= 43.6 किलोवॉट

प्रश्न 16 दो समरूपी बॉल-बियरिंग एक-दूसरे के सम्पर्क में हैं और किसी घर्षणरहित मेज। पर विरामावस्था में हैं। इनके साथ समान द्रव्यमान का कोई दूसरा बॉल-बियरिंग, जो आरम्भ में y चाल से गतिमान है। सम्मुख संघट्ट करता है। यदि संघट्ट प्रत्यास्थ है तो संघट्ट के पश्चात् निम्नलिखित चित्र में से कौन-सा परिणाम सम्भव है?



SHIVOM CLASSES 8696608541

उत्तर-माना प्रत्येक बॉल-बियरिंग का द्रव्यमान m है।

संघट्ट से पूर्व निकाय की गतिज ऊर्जा,

$$K_1 = \frac{1}{2} m V^2 + 0 + 0 = \frac{1}{2} m V^2$$

दशा (i) में संघट्ट के बाद निकाय की गतिज ऊर्जा

$$K_2 = 0 + \frac{1}{2}(m + m)\left(\frac{V}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} mV^2$$

स्पष्ट है कि $K_2 < K_1$

दशा (ii) में संघट्ट के बाद मिकाय की कुल ऊर्जा,

$$K_2 = 0 + 0 + \frac{1}{2} mV^2 = \frac{1}{2} mV^2$$

स्पष्ट है कि $K_2 = K_1$

दशा (iii) में संघट्ट के बाद निकाय की गतिज ऊर्जा,

$$K_2 = \frac{1}{2}(m + m + m)\left(\frac{V}{3}\right)^2 = \frac{1}{6} mV^2$$

स्पष्ट है कि $K_2 < K_1$

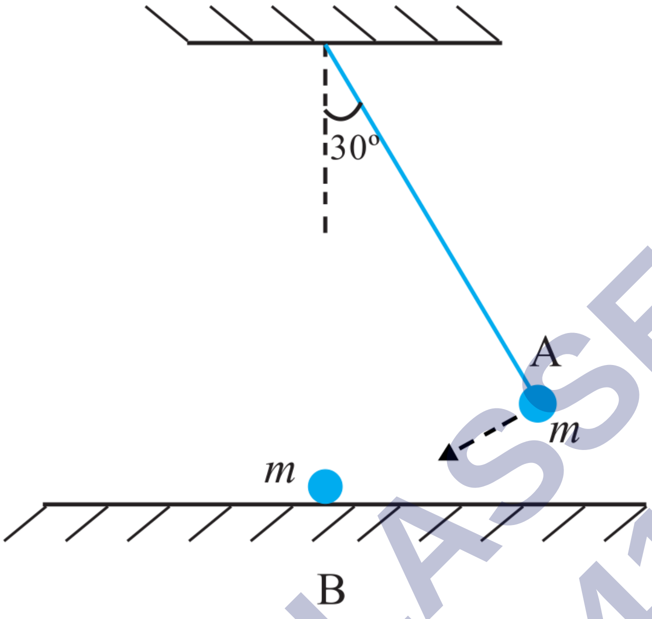
यह दिया गया है कि संघट्ट प्रत्यास्थ है, अतः निकाय की गतिज ऊर्जा संरक्षित रहेगी।

∴ केवल दशा (ii) में ही गतिज ऊर्जा संरक्षित रही है। अतः केवल यही परिणाम सम्भव है।

प्रश्न 17 किसी लोलक के गोलक A को, जो ऊधर से 30° का कोण बनाता है, छोड़े जाने पर मेज पर, विरामावस्था में रखे दूसरे गोलक B से टकराता है जैसा कि चित्र में प्रदर्शित है। ज्ञात कीजिए

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

कि संघट्ट के पश्चात् गोलक A कितना ऊँचा उठता है? गोलकों के आकारों की उपेक्षा कीजिए और मान लीजिए कि संघट्ट प्रत्यास्थ है।



उत्तर- दोनों गोलक समरूप हैं तथा संघट्ट प्रत्यास्थ है; अतः संघट्ट के दौरान लटका हुआ गोलक अपना सम्पूर्ण संवेग नीचे रखे गोलक को दे देता है और जरा भी ऊपर नहीं उठता।

प्रश्न 18 किसी लोलक के गोलक को क्षैतिज अवस्था से छोड़ा गया है। यदि लोलक की लम्बाई 1.5m है तो निम्नतम बिन्दु पर आने पर गोलक की चाल क्या होगी? यह दिया गया है कि इसकी प्रारम्भिक ऊर्जा का 5% अंश वायु प्रतिरोध के विरुद्ध क्षय हो जाता है।

उत्तर-

प्रारम्भिक स्तिथि A में गोलक की गतिज ऊर्जा $K_A = 0$

स्थितिज ऊर्जा $U_A = mgl$

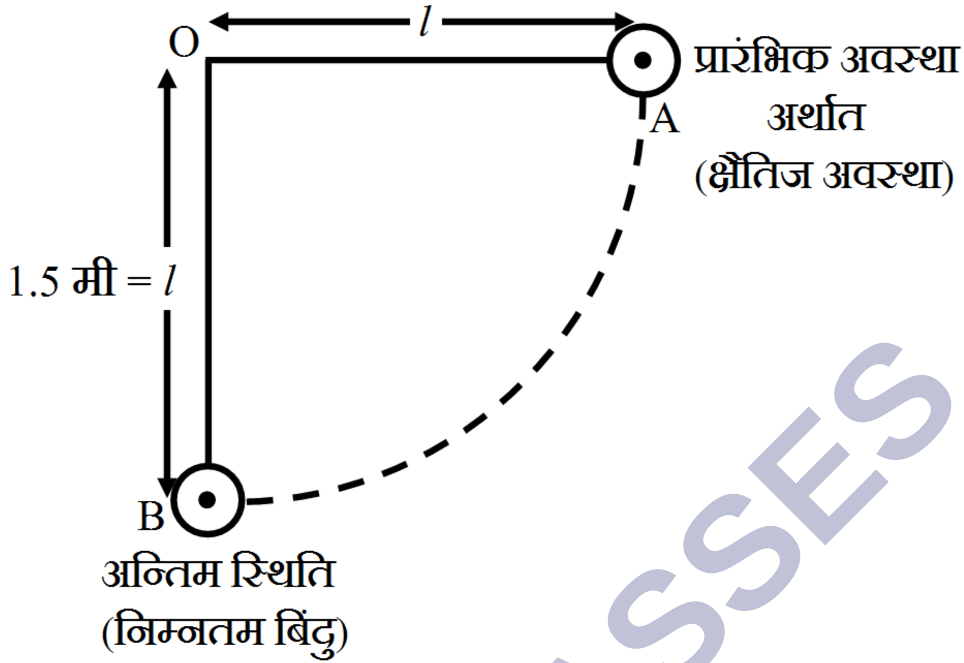
$\therefore$ A गोलक की कुल ऊर्जा

$$E_A = K_A + U_A = 0 + mgl = mgl$$

निम्नतम बिंदु B पर गोलक की गतिज ऊर्जा $K_B = \frac{1}{2}mv_B^2$

तथा स्थितिज ऊर्जा $U_B = 0$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



$\therefore$ कुल ऊर्जा $E_b = K_B + U_b = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_B^2$

चूँकि आरम्भिक ऊर्जा का 5% अंश वायु प्रतिरोध के विरुद्ध क्षय हो जाता है, इसलिए प्रारम्भिक ऊर्जा E_A का 95% अंतिम ऊर्जा E_B में बदलता है।

$\therefore E_B = E_A$ का 95%

अतः $\frac{1}{2}mv_B^2 = mgl$ का $95\% = 0.95mgl$

$\therefore v_B = \sqrt{\frac{2\times0.95mgl}{m}} = \sqrt{1.90gl}$

$= \sqrt{1.90 \times 9.8 \times 1.5}\ m/s$

$= 5.285 m/s \approx 5.3 m/s$

प्रश्न 19 300kg द्रव्यमान की कोई ट्रॉली, 25kg रेत का बोरा लिए हुए किसी घर्षणरहित पथ पर 27km h^{-1} की एकसमान चाल से गतिमान है। कुछ समय पश्चात बोरे में किसी छिद्र से रेत 0.05kg s^{-1} की दर से निकलकर ट्रॉली के फर्श पर रिसने लगती है। रेत का बोरा खाली होने के पश्चात् ट्रॉली की चाल क्या होगी?

उत्तर- ट्रॉली तथा रेत का बोरा एक ही निकाय के अंग हैं जिस पर कोई बाह्य बल नहीं लगा है (एकसमान वेग के कारण) अत: निकाय का रैखिक संवेग नियत रहेगा भले ही निकाय में किसी भी प्रकार का आन्तरिक परिवर्तन (रेत ट्रॉली में ही गिर रहा है, बाहर नहीं) क्यों न हो जाए। अतः ट्रॉली की चाल 27km h^{-1} ही बनी रहेगी।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 20 0.5 kg द्रव्यमान का एक कण $= ax^{\frac{3}{2}}$ वेग से सरल रेखीय मति करता है, जहाँ = $a = 5\mathrm{m}^{-\frac{1}{2}}\mathrm{s}^{-1}$ है। x = 0 से x = 2m तक इसके विस्थापन में कुल बल द्वारा किया गया कार्य कितना होगा?

उत्तर-

कण का द्रव्यमान m = 0.5 किग्रा

$\mathrm{v} = \mathrm{ax}^{\frac{3}{2}}$ से (जहाँ a = 5 मी$^{-1/2}$ से$^{-1}$)

$\mathrm{x} = 0$ पर वेग v_0 = 5 मी$^{1/2}$ से$^{-1}$ × (2 मीटर)$^{3/2}$ $= 10\sqrt{2}$ मीटर/सेकण्ड

कार्य-ऊर्जा प्रमेय के अनुसार,

बल द्वारा किया गया कार्य, W = कण की गतिज ऊर्जा में वृद्धि

$$= \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 - \frac{1}{2}\mathrm{mv}_0^2$$

$$= \frac{1}{2}\mathrm{m}(\mathrm{v}^2 - \mathrm{v}_0^2) = \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 (\because \mathrm{v}_0 = 0)$$

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2} \times 0.5\mathrm{kg} \times (10\sqrt{2}\mathrm{m/s})^2 = 50\mathrm{J}$$

प्रश्न 21 किसी पवन चक्की के ब्लेड, क्षेत्रफल A के वृत्त जितना क्षेत्रफल प्रसर्प करते हैं।

a. यदि हवा υ वेग से वृत्त के लम्बवत दिशा में बहती है तो t समय में इससे गुजरने वाली वायु का द्रव्यमाने क्या होगा?
b. वायु की गतिज ऊर्जा क्या होगी?
c. मान लीजिए कि पवनचक्की हवा की 25% ऊर्जा को विद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित कर देती है। यदि A = 30 मी2 और υ = 36 किमी/ घण्टा-1 और वायु का घनत्व 1 : 2 किग्रा-मी-3 है। तो उत्पन्न विद्युत शक्ति का परिकलन कीजिए।

उत्तर-

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

ब्लेड का क्षेत्रफल A = 30 मीटर^2,

हवा का वेग v = 36 किमी/घण्टा $= 36 \times \left(\frac{5}{18}\right)$ मीटर/ सेकण्ड = 10 मीटर/ सेकण्ड

वायु का घनत्व $\rho = 1.2$ किग्रा-मी$^{-3}$

a. t समय गुजारने वाली वायु का आयतन (V = A(v × t)

$\therefore$ वायु का द्रवमान, $\mathrm{m = V \times \rho = A\ vt \times \rho}$

अर्थात् m = 30 मीटर^2 × 10 मीटर/ सेकण्ड × t × 1.2 किग्रा/ मी^{3} = 360t किग्रा

b. वायु की गतिज ऊर्जा

$$\mathrm{K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2}(Avt\rho) \times v^2 = \frac{1}{2} A\rho tv^3}$$

$$\therefore \mathrm{K = \frac{1}{2} \times 30 \times 1.2 \times t \times (10)^3 J = 18000t\ J}$$

c. t समय में उत्पन्न वैद्युत ऊर्जा, W = वायु की गतिज ऊर्जा का 25%

$$= \frac{25}{100} \times 18000\mathrm{t} = (45000)\mathrm{t\ J}$$

$\therefore$ उत्पन्न वैद्युत शक्ति $= \frac{W}{t} = (4500)\mathrm{J/s} = 4500\mathrm{W} = 4.5\mathrm{kW}$

प्रश्न 22 कोई व्यक्ति वजन कम करने के लिए 10 किग्रा द्रव्यमान को 0.5 मी की ऊँचाई तक 1000 बार उठाता है। मान लीजिए कि प्रत्येक बार द्रव्यमान को नीचे लाने में खोई हुई ऊर्जा क्षयित हो जाती है।

a. वह गुरुत्वाकर्षण बल के विरुद्ध कितना कार्य करता है?

b. यदि वसा 3.8 × 107 J ऊर्जा प्रति किलोग्राम आपूर्ति करता हो जो कि 20% दक्षता की दर से यान्त्रिक ऊर्जा में परिवर्तित हो जाती है तो वह कितनी वसा खर्च कर डालेगा

उत्तर-

a. गुरुत्वाकर्षण बल के विरुद्ध किया गया कार्य

W = स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

SHIVOM CLASSES 8696608541

अर्थात् W = 1000(mgh)

= 1000(10 kg × 9.8 मीटर/ सेकंड2 × 0.5 मीटर)

= 4.9 × 104 जूल

b. वासा दवरा प्रति किलोग्राम आपूर्तित यांत्रिक ऊर्जा

$$= \left(\frac{20}{100}\right) \times 3.8 \times 10^{7\text{J/kg}}$$

$$= 7.6 \times 10^{6\text{J/kg}}$$

$$\therefore \text{ व्यक्ति द्वारा खर्च की गयी वसा} = \frac{W}{\text{प्रति किग्रा आपूर्ति ऊर्जा}}$$

$$= \frac{4.9 \times 10^{4\text{J}}}{7.6 \times 10^{6\text{J/kg}}} = 6.45 \times 10^{-3\text{kg}}$$

प्रश्न 23 कोई परिवार 8kw विद्युत-शक्ति का उपभोग करता है।

a. किसी क्षैतिज सतह पर सीधे आपतित होने वाली सौर ऊर्जा की औसत दर 200w m^{-2} है। यदि इस ऊर्जा का 20% भाग लाभदायक विद्युत ऊर्जा में रूपान्तरित किया जा सकता है तो 8kw की विद्युत आपूर्ति के लिए कितने क्षेत्रफल की आवश्यकता होगी?

b. इस क्षेत्रफल की तुलना किसी विशिष्ट भवन की छत के क्षेत्रफल से कीजिए।

SHIVOM CLASSES 8696608541

उत्तर-

a. परिवार द्वारा प्रयुक्त विद्युत शक्ति P = 8 किलोवाट = 8 × 103 वॉट ...(i)

सौर ऊर्जा के आपतन की दर = 200 वॉट/मीटर2

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

आदिल आवश्यक क्षेत्रफल A मीटर2 हो तो क्षेत्रफल पर आपतित सौर शक्ति = 200A वॉट परन्तु आपतित ऊर्जा का 20% भाग लाभदायक ऊर्जा में बदलता है इसलिए लाभदायक विद्युत शक्ति

$$P = 200A \text{ का } 20\% = 200A \times \left(\frac{20}{100}\right) = 40AW \ldots (ii)$$

समी. (1) तथा समी. (2) से,

$$40A = 8 \times 10^3 W$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{8\times10^3}{40}\right) m^2 = 200m^2$$

b. माना विशिष्ट भवन वर्गाकार है जिसकी लम्बाई व चौड़ाई x मीटर है, तब

$x^2 = 200$ अथवा $x \cong 14$ मीटर

अतः भवन की विमाएँ 14 मीटर × 14 मीटर व क्षेत्रफल लगभग 196 मीटर^2 का होना चाहिए।

अतः 8kW विद्युत आपूर्ति के लिए आवश्यक क्षेत्रफल विशिष्ट भवन की छत के क्षेत्रफल के साथ तुलनीय है।

अतिरिक्त अभ्यास (पृष्ठ संख्या 140-142)

प्रश्न 24 0.012kg द्रव्यमान की कोई गोली $70ms^{-1}$ की क्षैतिज चाल से चलते हुए 0.4kg द्रव्यमान के लकड़ी के गुटके से टकराकर गुटके के सापेक्ष तुरन्त ही विरामावस्था में आ जाती है। गुटके को छत से पतली तारों द्वारा लटकाया गया है। परिकलन कीजिए कि गुटका किस ऊँचाई तक ऊपर उठता है? गुटके में पैदा हुई ऊष्मा की मात्रा का भी अनुमान लगाइए।

उत्तर- गोली का द्रव्यमान, m = 0.012 किग्रा गोली की प्रारम्भिक चाल μ = 70 मी से$^{-1}$ तथा गुटके का द्रव्यमान M = 0.4 किग्रा, जब गोली गुटके से टकराकर गुटके के सापेक्ष विरामावस्था

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

में आ जाती है तो इसका अर्थ है कि गोली गुटके में घुसकर रुक जाती है तथा (गोली + गुटका) निकाय (माना) एक साथ υ वेग से गति करके (माना) h ऊँचाई ऊपर उठ जाता है।

संवेग संरक्षण के सिद्धान्त से,

$$\mathrm{mu} + \mathrm{M} \times 0 = (\mathrm{M} + \mathrm{m})v$$

$$\Rightarrow v = \frac{\mathrm{mu}}{(\mathrm{M+m})}$$

$$\therefore \mathrm{v} = \left[\frac{0.012 \times 70}{(0.4+0.012)}\right]$$ मीटर/ सेकंड = 2.04 मीटर/ सेकण्ड

इस स्थिति में निकाय द्वारा प्राप्त गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2}(\mathrm{M} + \mathrm{m})\mathrm{v}^2$ तथा इसके h ऊँचाई उठने पर यह गतिज ऊर्जा गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा में बदल जाती है।

अतः $(\mathrm{M} + \mathrm{m})\mathrm{gh} = \frac{1}{2}(\mathrm{M} + \mathrm{m})\mathrm{v}^2$

$$\therefore \mathrm{h} = \frac{\mathrm{v}^2}{2\mathrm{g}} = \left[\frac{(2.04)^2}{2 \times 9.8}\right]\mathrm{m} = 0.212\mathrm{m}$$

चूँकि गुटके व गोले की टक्कर अप्रत्यास्थ है इसलिए गतिज ऊर्जा संरक्षित नहीं रहती तथा कुछ गतिज ऊर्जा ऊष्मा में बदल जाती है।

∴ गुटके में पैदा हुए ऊष्मा = गतिज ऊर्जा में कमी

= प्रारंभिक गतिज ऊर्जा - अंतिम गतिज ऊर्जा

$$= \frac{1}{2}\mathrm{mu}^2 - \frac{1}{2}(\mathrm{M} + \mathrm{m})\mathrm{u}^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 0.012 \times (70)^2\right]\mathrm{J} - \left[\frac{1}{2}(0.4 + 0.02)(2.04)^2\right)\mathrm{J}$$

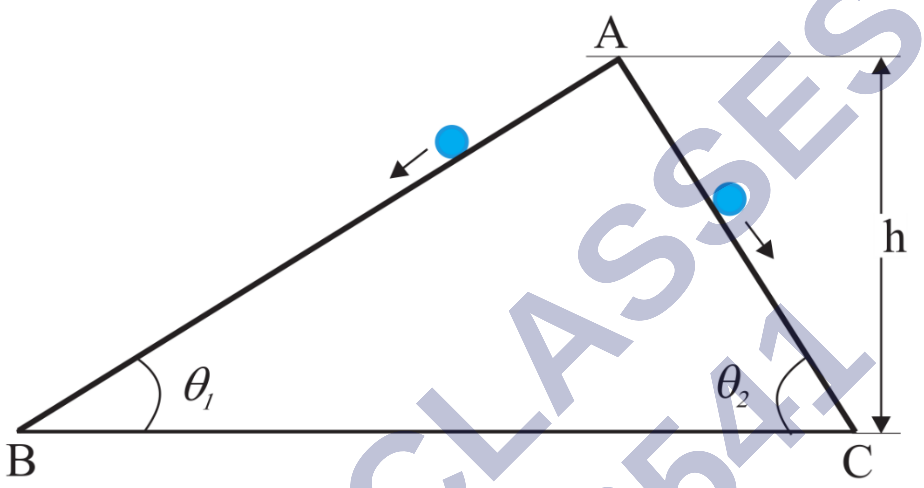
$$(29.4 - 0.86)\mathrm{J}$$

$$= 28.54\mathrm{J}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 25 दो घर्षणरहित आनत पथ, जिनमें से एक की ढाल अधिक है और दूसरे की ढाल कम है, बिन्दु A पर मिलते हैं। बिन्दु A से प्रत्येक पथ पर एक-एक पत्थर को विरामावस्था से नीचे सरकाया जाता है चित्र क्या ये पत्थर एक ही समय 40 पर नीचे पहुँचेंगे? क्या वे वहाँ एक ही चाल से पहुँचेंगे? व्याख्या कीजिए। यदि $\theta_1 = 30^\circ, \theta_2 = 60^\circ$ और h = 10m दिया है तो दोनों पत्थरों की चाल एवं उनके द्वारा नीचे पहुँचने में लिए गए समय क्या हैं?



उत्तर-

SHIVOM CLASSES 8696608541

चित्र से तल AB, की लम्बाई, $l_1 = \frac{h}{\sin\theta}$

इस तल पर निचे की ओर पत्थर का त्वरण, $a_1 = g\sin\theta_1$

यदि इस तल पर निचे पहुँचने में पत्थर द्वारा लिया गया समय t_1 सेकंड हो तो,

$s = ut + \frac{1}{2}at^2$ से,

$$\frac{h}{\sin\theta_1} = 0 \times t_1 + \frac{1}{2}g\sin\theta_1 \times t_1^2$$

सरल करने पर, $t_1 = \frac{1}{\sin\theta_1}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{1}{\sin 30^\circ}\sqrt{\frac{2\times10}{10}} = 2\sqrt{2}s$

इसी प्रकार तल AC के लिए इस पर पत्थर के निचे आने का समय

$$t_2 = \frac{1}{\sin\theta_2}\sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{1}{\sin 60^\circ}\sqrt{\frac{2\times10}{10}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}s$$

अतः गति की समीकरण $v^2 = u^2 + 2as$ से,

$$v^2 = 0 + 2(g\sin\theta_1) \times \frac{h}{\sin\theta_1} = 2gh$$

अथवा पत्थर की B पर पहुँचने की चाल, $v = \sqrt{2gh}$

चूँकि यह θ पर निर्भर नहीं करती, अतः AB तथा AC पर निचे आने वाले पत्थर निचे एक ही चाल से पहुँचेंगे जिसका मान

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 10}$$

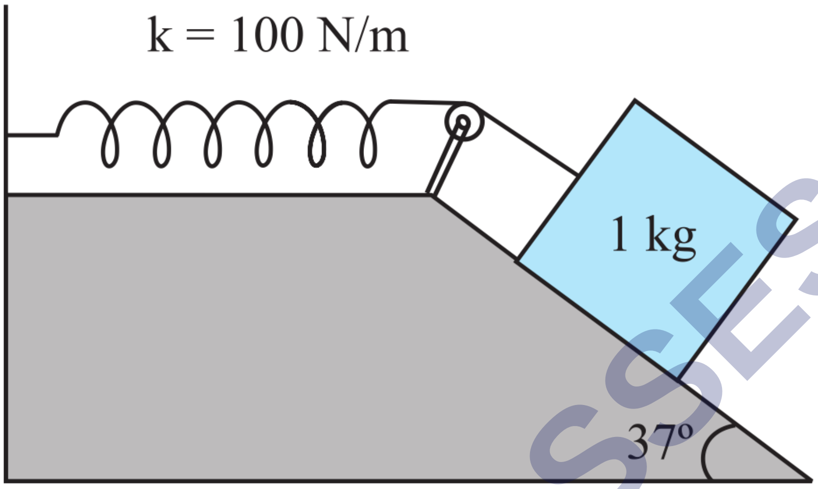
$$= 10\sqrt{2} = 10 \times 1.14 m/s = 14.1 m/s$$

प्रश्न 26 किसी रूक्ष आनत तल पर रखा हुआ 1kg द्रव्यमान का गुटका किसी 100N m^{-1} स्प्रिंग नियतांक वाले स्प्रिंग से दिए गए चित्र 6.8 के अनुसार जुड़ा है। गुटके को सिंप्रग की बिना खिंची। स्थिति में, विरामावस्था से छोड़ा जाता है। गुटका विरामावस्था में आने से पहले आनत तल पर

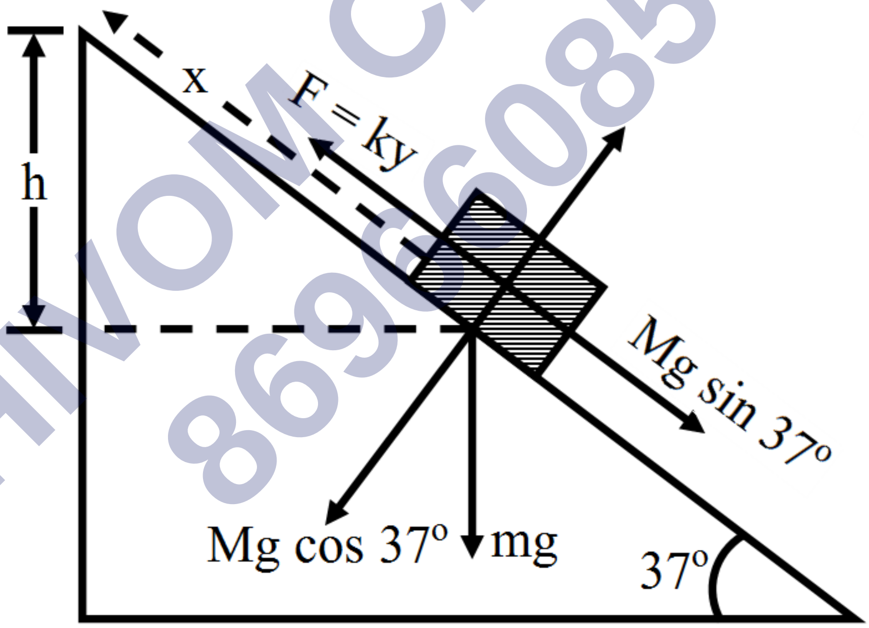
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

SHIVOM CLASSES 8696608541

10cm नीचे खिसक जाता है। गुटके और आनत तल चित्र के मध्य घर्षण गुणांक ज्ञात कीजिए। मान लीजिए कि स्प्रिंग का द्रव्यमान उपेक्षणीय है और घिरनी घर्षणरहित है।



उत्तर- यहाँ दिये गये गुटके पर कार्य करने वाले विभिन्न बल चित्र में प्रदर्शित किये गये हैं। नत समतल के लम्बवत् पिण्ड की साम्यावस्था के लिए तल की गुटके पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया



R=Mgcos37°

∴ गुटके तथा तल के बिच घर्षण बल

F = μ.R = μ mg cos 37°

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

यदि गुटके के तल पर निचे की ओर विस्थापन x हो तो स्प्रिंग का क्षैतिज तल पर खिंचाव (लम्बाई में वृद्धि) भी x होगी।

जहाँ x = 10 सेमी = 0.10 मीटर

माना ऊर्ध्वाधर विस्थापन h है जहाँ $h = x \sin 37^\circ$

इस प्रकार ऊर्जा संरक्षण नियम के आधार पर,

गुरुत्वीय स्थितिज ऊर्जा में कमी = स्प्रिंग की प्रत्यास्थ स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि + घर्षण के विरुद्ध कृत कार्य

$\therefore Mgh = 12kx^2 + fx$

$Mg\, x \sin 37^\circ = 12kx + \mu Mg \cos 37^\circ x$

अथवा $Mg \sin 37^\circ = 12kx + \mu Mg \cos 37^\circ$

ज्ञात मान रखने पर,

$$1.0 \times 10 \times \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{1}{2} \times 100 \times 0.1 + \mu \times 1.0 \times 10 \times \left(\frac{4}{5}\right)$$

सरल करने पर, u = 0.125

प्रश्न 27 0.3kg द्रव्यमान का कोई बोल्ट 7m s^{-1} की एकसमान चाल से नीचे आ रही किसी लिफ्ट की छत से गिरता है। यह लिफ्ट के फर्श से टकराता है (लिफ्ट की लम्बाई = 3m) और वापस नहीं लौटता है। टक्कर द्वारा कितनी ऊष्मा उत्पन्न हुई? यदि लिफ्ट स्थिर होती तो क्या आपको उत्तर इससे भिन्न होता?

SHIVOM CLASSES
8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उत्तर- जड़त्व के कारण बोल्ट की प्रारम्भिक चाल, लिफ्ट की चाल के बराबर है। अत: लिफ्ट के सापेक्ष बोल्ट की प्रारम्भिक चाल शून्य है। जब बोल्ट नीचे गिरता है, इसकी स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा में बदलती है, जो अन्त में ऊष्मा में बदल जाती है।

∴ उत्पन्न ऊष्मा = mgh = 3 × 9.8 × 3 जूल = 8.82 जूल।

यदि लिफ्ट स्थिर होती तो भी बोल्ट की लिफ्ट के सापेक्ष चाल शून्य होती; इसलिए उत्तर अब भी वही रहेगा अर्थात् अब भी इस दशा में उत्पन्न ऊष्मा = 8.82 जूल।

प्रश्न 28 200kg द्रव्यमान की कोई ट्रॉली किसी घर्षणरहित पथ पर 36km h^{-1} की एकसमान चल से गतिमान है। 20kg द्रव्यमान का कोई बच्चा ट्रॉली के एक सिरे से दूसरे सिरे तक (10m दूर) ट्रॉली के सापेक्ष 4m s^{-1} की चाल से ट्रॉली की गति की विपरीत दिशा में दौड़ता है। और ट्रॉली से बाहर कूद जाता है। ट्रॉली की अन्तिम चाल क्या है? बच्चे के दौड़ना आरम्भ करने के समय से ट्रॉली ने कितनी दूरी तय की?

उत्तर- निकाय (ट्राली + बच्चे) का द्रव्यमान,

M = (ट्राली + बच्चे) का द्रवमान,

= 200 किग्रा + 20 किग्रा = 220 किग्रा

निकाय का प्रारंभिक वेग v1=36 किमी/ घण्टा-1

$= 36 \times \left(\frac{5}{18}\right)$ मि/ सेकंड = 10 मी-सेकण्ड$^{-1}$

ट्राली पर बच्चे के दौड़ना प्रारम्भ करने से पूर्व निकाय का संवेग,

$$p_1 = (M)v_1$$
$$\therefore p_1 = (220\text{kg}) \times 10\text{m/s}^{-1} = 2200\text{kg-m-s}^{-1}$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

ट्राली पर बच्चे का दौड़ना आरम्भ करने पर यह ट्राली को कुछ संवेग प्रदान करता है तथा ट्राली के नए वेग के सापेक्ष 4 मीटर-सेकंड$^{-1}$ वेग से दोड़ता है।

माना ट्राली का नया वेग v मीटर/सेकण्ड है जबकि पृथ्वी के सापेक्ष बच्चे का वेग (v - 4) मीटर/सेकण्ड होगा।

अतः निकाय का अंतिम संवेग $p_2 = 200 \times v + 20 \times (v - 4)$

$= (220v - 80)\text{kg-m-s}^{-1}$

संवेग संरक्षण के सिद्धांत के अनुसार, $p_2 = p_1$

$\therefore 220v - 80 = 2200$

$\Rightarrow v = 10.36\text{m/s}$

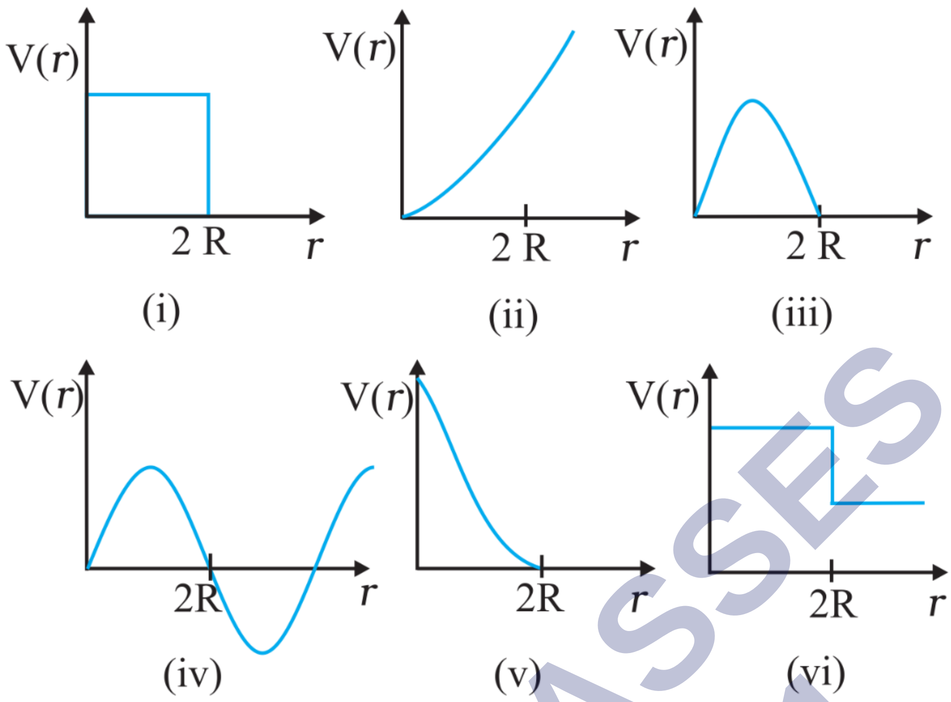
बच्चे द्वारा ट्राली के एक सिरे से दूसरे सिरे तक दौड़ने में लिया गया समय,

$$t = \frac{\text{दुरी}}{\text{चाल}} = \frac{10 \text{ मी}}{4 \text{ मी-से}^{-1}} = 2.5 \text{ सेकण्ड}$$

∴ इस समय में ट्राली द्वारा की गयी दुरी = v × t = 10.36 मीटर/ सेकण्ड × 2.5 सेकण्ड = 25.9 मीटर।

प्रश्न 29 चित्र में दिए गए स्थितिज ऊर्जा वक्रों में से कौन-सा वक्र सम्भवतः दो बिलियर्ड-गेंदों के प्रत्यास्थ संघट्ट का वर्णन नहीं करेगा? यहाँr गेंदों के केन्द्रों के मध्य की दूरी है और प्रत्येक गेंद का अर्धव्यास R है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



उत्तर- जब गेंदें संघट्ट करेंगी और एक-दूसरे को संपीडित करेंगी तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी r, 2R से घटती जाएगी और इनकी स्थितिज ऊर्जा बढ़ती जाएगी। प्रत्यानयन काल में गेंदें अपने आकार को वापस पाने की क्रिया में एक-दूसरे से दूर हटेंगी तो उनकी स्थितिज ऊर्जा घटेगी और प्रारम्भिक आकार पूर्णतः प्राप्त कर लेने पर (r = 2R) स्थितिज ऊर्जा शून्य हो जाएगी। केवल ग्राफ (V) की ही उपर्युक्त व्याख्या हो सकती है; अतः अन्य ग्राफों में से कोई भी बिलियर्ड गेंदों के प्रत्यास्थ संघट्ट को प्रदर्शित नहीं करता है।

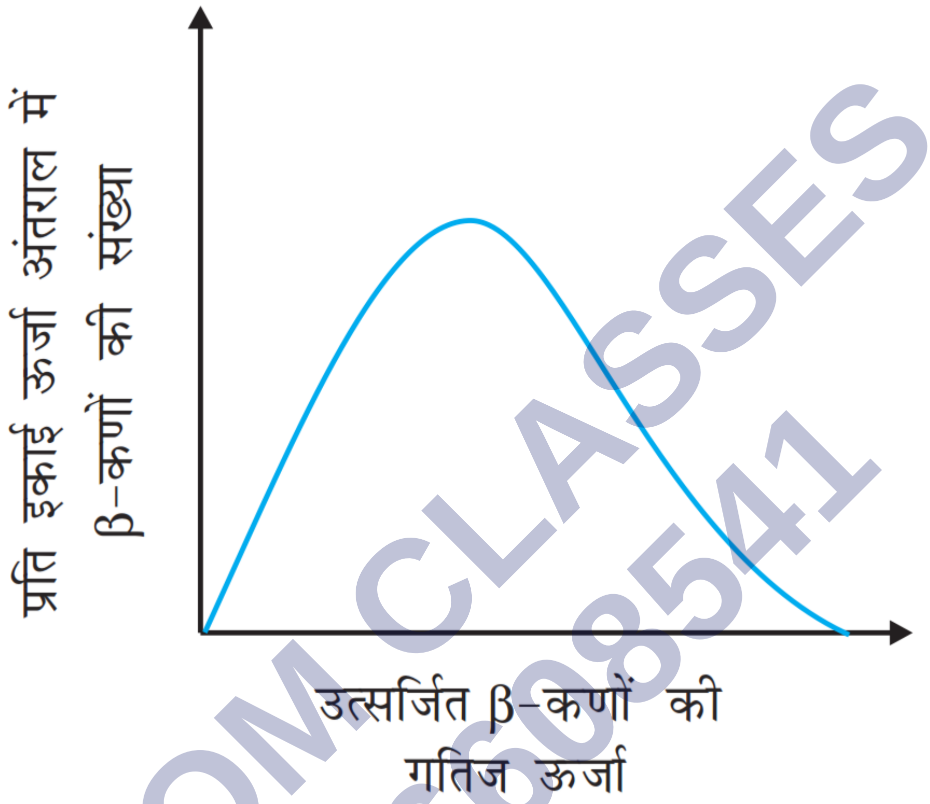
प्रश्न 30 विरामावस्था में किसी मुक्त न्यूट्रॉन के क्षय पर विचार कीजिए $n \rightarrow p + e^-$ प्रदर्शित कीजिए कि इस प्रकार के द्विपिण्ड क्षय से नियत ऊर्जा का कोई इलेक्ट्रॉन अवश्य उत्सर्जित होना चाहिए, और इसलिए यह किसी न्यूट्रॉन या किसी नाभिक के β^- क्षय में प्रेक्षित सतत ऊर्जा वितरण का स्पष्टीकरण नहीं दे सकता।

[नोट – इस अभ्यास का हल उन कई तर्कों में से एक है जिसे डब्ल्यु पॉली द्वारा β^- क्षय के क्षय उत्पादों में किसी तीसरे कण के अस्तित्व का पूर्वानुमान करने के लिए दिया गया था। यह कण न्यूट्रिनो के नाम से जाना जाता है। अब हम जानते हैं कि यह निजी प्रचक्रण $\frac{1}{2}$ (जैसे e^-, p या n) का कोई कण है। लेकिन यह उदासीन है या द्रव्यमानरहित या इसका द्रव्यमान (इलेक्ट्रॉन के

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

द्रव्यमान की तुलना में) अत्यधिक कम है और जो द्रव्य के साथ दुर्बलता से परस्पर क्रिया करता है। न्यूट्रॉन की उचित क्षय – प्रक्रिया इस प्रकार है: [n → p + e– + v]

उत्तर-



चूँकि न्यूट्रॉन विरामावस्था में है; अत: उक्त अभिक्रिया के अनुसार न्यूट्रॉन क्षय में एक नियत ऊर्जा मुक्त होनी चाहिए और β– कण को उस नियत ऊर्जा के साथ नाभिक से उत्सर्जित होना चाहिए। इस प्रकार नाभिक से उत्सर्जित β– कण की ऊर्जा नियत होनी चाहिए, जबकि दिया गया ग्राफ यह प्रदर्शित करता है कि उत्सर्जित β– कण शून्य से लेकर एक महत्तम मान के बीच कोई भी ऊर्जा लेकर बाहर आ सकता है; अतः न्यूट्रॉन क्षय की उक्त अभिक्रिया ग्राफ द्वारा प्रदर्शित हु-कणों के सतत ऊर्जा वितरण की व्याख्या नहीं कर सकता।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)