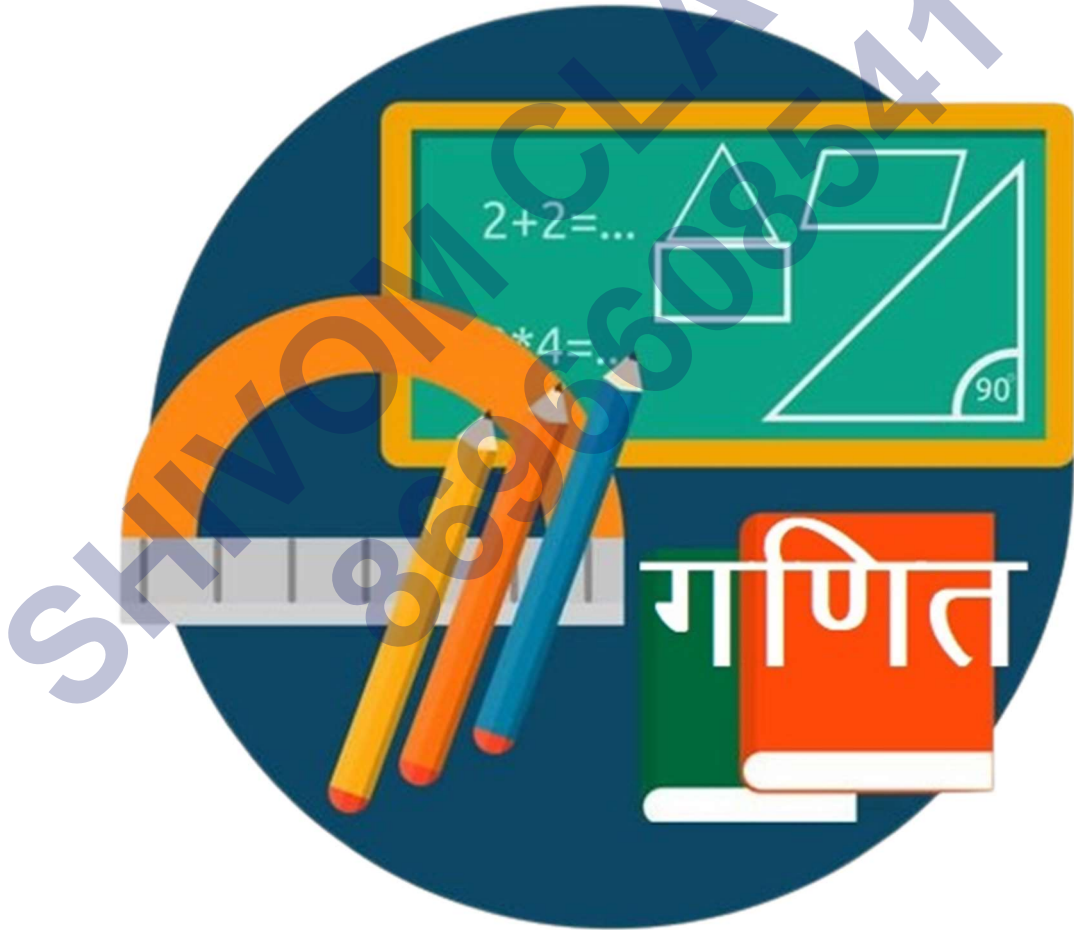


# गणित

## अध्याय-5: आँकड़ों का प्रबंधन



## आँकड़ों का प्रबंधन

आँकड़ों का प्रबंधन गणित की एक शाखा के अंतर्गत आता है जिसे सांख्यिकी कहा जाता है। सांख्यिकी कुछ आँकड़ों से उपयोगी तथ्यों को खींचने का विज्ञान है। इसमें आँकड़ों से संबंधित कुछ विशिष्ट प्रश्नों के उत्तर खोजने के लिए एक दृश्य के साथ आँकड़ों का व्यवस्थित संग्रह, प्रस्तुति और व्याख्या शामिल है।

### उद्देश्य-

इस पाठ के अंत में आप निम्न करने में सक्षम हो जाएंगे:

- आँकड़ों को परिभाषित करना।
- आँकड़ों को संगठित करना।
- चित्रालेख की व्याख्या करना।
- आँकड़ों को प्रस्तुत करने के लिए चित्रालेख खींचना।
- दण्ड आलेख की व्याख्या करना।
- आँकड़ों को प्रस्तुत करने के लिए दण्ड आलेख खींचना।

आँकड़ों का संग्रहण मुख्य रूप से आँकड़ों दो प्रकार के होते हैं: (i) प्राथमिक आँकड़े (ii) माध्यमिक आँकड़े

**प्राथमिक आँकड़े:** किसी व्यक्ति या उसके प्रतिनिधि द्वारा एकत्र किए गए आँकड़े को प्राथमिक आँकड़ा कहा जाता है। उदाहरण के लिए, यदि कोई व्यक्ति किसी स्कूल जाने वाले बच्चों की संख्या या किसी फर्म के कर्मचारियों के परिवार के सदस्यों की संख्या के बारे में जानकारी चाहता है, तो या तो वह स्वयं या उसके प्रतिनिधि को फर्म के प्रत्येक व्यक्ति से जानकारी प्राप्त करता है। इस मामले में, संग्रहीत आँकड़े को प्राथमिक आँकड़ा कहा जाता है।

**माध्यमिक आँकड़े:** वह आँकड़ा जो किसी अन्य व्यक्ति द्वारा एकत्र किया जाता है और उसकी आवश्यकताओं के लिए अन्वेषक द्वारा उपयोग किया जाता है, माध्यमिक आँकड़ा कहलाता है। माध्यमिक आँकड़ा प्राप्त करने के मुख्य स्रोत हैं:

1. राज्य एजेंसियों या केंद्र सरकार की एजेंसियों द्वारा प्रकाशित आँकड़े।

2. कुछ अंतरराष्ट्रीय संगठनों द्वारा प्रकाशित रिपोर्ट आदि।

आंकड़ों का प्रतिनिधित्व सारणीबद्ध रूप में आंकड़ों के संग्रह और संगठन के बाद, अगला चरण आंकड़ों का प्रतिनिधित्व है। आंकड़ों का प्रतिनिधित्व करने के कई तरीके हैं। उनमें से कुछ इस प्रकार हैं:

**चित्रलेख:** चित्रलेख में, संख्यात्मक आंकड़ों को चित्रों के माध्यम से दर्शाया जाता है।

आंकड़ों को एक चित्र के रूप में निम्नानुसार दर्शाया जा सकता है स्केल:

0 = 10 व्यक्ति

पुरुष	😊😊😊😊
महिलाएं	😊😊😊
बच्चे	😊😊😊😊😊😊

**रेखा ग्राफ:** एक रेखा ग्राफ में, संख्यात्मक आंकड़ों को विभिन्न बिंदुओं से जुड़कर, रेखाओं के माध्यम से दर्शाया जाता है। रेखा ग्राफ का उदाहरण:

बार ग्राफ एक प्रकार का चार्ट होता है जो विभिन्न बार की ऊंचाई या लंबाई के आधार पर संख्यात्मक डेटा दिखाता है। इनका उपयोग डेटा के समूहों की तुलना करने या समय के साथ परिवर्तनों को ट्रैक करने के लिए किया जाता है।

सलाखों को क्षैतिज या लंबवत रूप से प्लॉट किया जा सकता है।

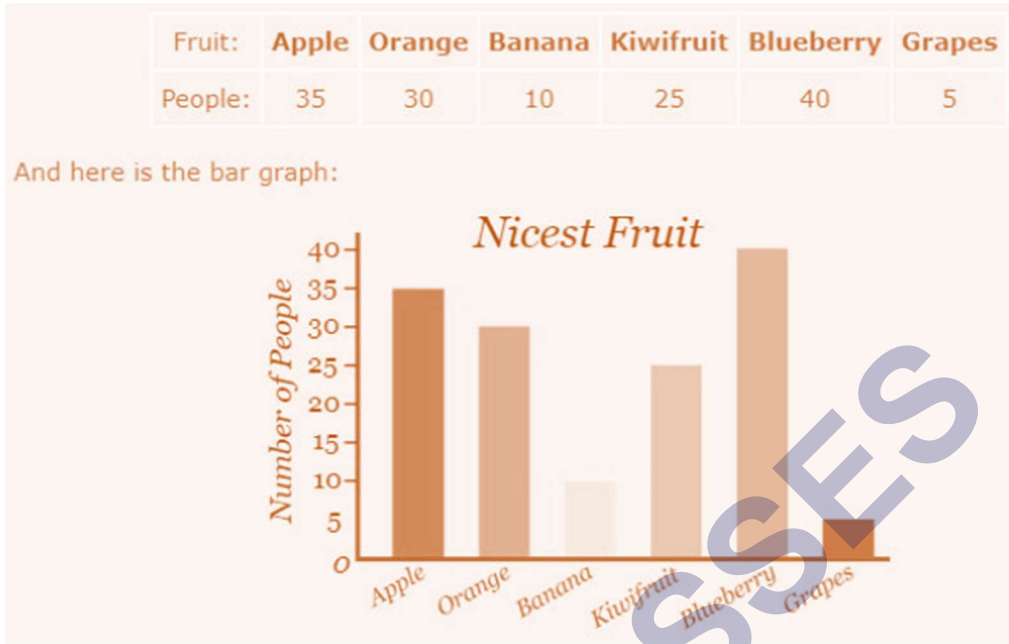
एक कॉलम चार्ट एक लंबवत बार चार्ट का दूसरा नाम है।

**उदाहरण:**

145 लोगों के एक सर्वेक्षण ने उनसे पूछा "सबसे अच्छा फल कौन सा है?":

दस्तावेज़ में बार चार्ट संलग्न है।

उस विशेष समूह का मानना है कि ब्लूबेरी सबसे अच्छे हैं।



### आँकड़ों का संगठन-

आवास क्रमांक	नाम	वाहन संख्या
4	एस. के. शर्मा	2
7	पी. आर. कश्यप	2
8	आर. एन. पाण्डेय	1
9	डी. पी. वर्मा	2
10	एस. आर. अरोरा	3
2	वी. के. सिंह	1
3	बी. पी. चोपड़ा	1
1	ए. के. वासुदेव	3
6	आर. डी. शर्मा	2
5	सी. के. प्रसाद	2

वाहन	मिलान चिन्ह	परिवारों की संख्या
एक	III	3
दो	II	5
तीन	II	2

### आत्म मूल्यांकन-

नीचे दी गई तालिका एक विद्यालय में विभिन्न आयु वर्ग के विवरण को दर्शाती है। विद्यार्थियों की संख्या वाले कॉलम में सही विकल्पों को उठाकर रखिए।

आयु वर्ग	मिलान चिन्ह	विद्यार्थियों की संख्या
4 - 7	≡	
7 - 10	≡ ≡	
10 - 15	≡	
15 - 18	≡ ≡	

उत्तर-

- क) 11
- ख) 6
- ग) 12
- घ) 7

### आंकड़ों का चित्रीय निरूपण

तस्वीर के रूप में व्यक्त आंकड़े जल्दी समझ में आ जाते हैं और लंबे समय तक स्मृति में रहते हैं।

आंकड़ों के दो सरल चित्रीय निरूपण

- चित्रालेख
- दण्डालेख












एक मोहल्ले में लोगों के द्वारा घयनित खेल

टेनिस	⚽ ⚽ ⚽ ⚽ ⚽
बॉस्केट बॉल	⚽ ⚽ ⚽
क्रिकेट	⚽ ⚽ ⚽ ⚽ ⚽ ⚽
हॉकी	⚽ ⚽
कबड्डी	⚽ ⚽ ⚽ ⚽
	घाड़ी ⚽ = 10 लोग

दण्डालेख

## चित्रालेख की व्याख्या-

एक चित्रालेख सुचित्रित रूप से चित्रों की सहायता से आँकड़ों का प्रस्तुतीकरण है। ये तस्वीरें फलों और सब्जियों से लेकर वाहनों और फर्नीचरों तक, यहां तक की कभी-कभी मनुष्यों की भी हो सकती हैं।

एक  6 पेड़ों को प्रदर्शित कर रहा है।	
नाम	पेड़ों की संख्या
सेब (  )	
आड़ू (  )	
संतरा (  )	
नाशपाती (  )	

चित्रालेख से यह स्पष्ट है कि

- अस्तबल 1 और अस्तबल 3 में 4-4 घोड़े हैं।
- अस्तबल 4 में घोड़ों की संख्या सर्वाधिक है।
- अस्तबल 2 में घोड़ों की संख्या न्यूनतम है।

अस्तबल	घोड़ों की संख्या
अस्तबल 1	
अस्तबल 2	
अस्तबल 3	
अस्तबल 4	
अस्तबल 5	
प्रत्येक  1 को प्रदर्शित कर रहा है।	

चित्रालेख से यह स्पष्ट है कि

- आस्ट्रेलिया में हरफनमौला खिलाड़ियों की संख्या सर्वाधिक है।
- वेस्ट इंडीज में पाकिस्तान से अधिक हरफनमौला हैं।
- पाकिस्तान में हरफनमौला खिलाड़ियों की संख्या न्यूनतम है।
- भारत में हरफनमौला खिलाड़ियों की दूसरी सबसे बड़ी संख्या है।

टीम	हरफनमौला खिलाड़ियों की संख्या
भारत	
पाकिस्तान	
इंग्लैण्ड	
ऑस्ट्रेलिया	
वेस्ट इंडीज	
प्रत्येक  1 हरफनमौला को दिखलाती है।	

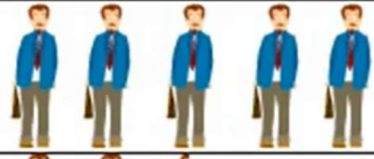



### चित्रालेख खींचना

एक विशेष दिन पर लाल, हरे और नारंगी बसों से यात्रा करने वाले यात्रियों के विवरण नीचे दिए गए हैं।

बस	यात्रियों की संख्या
लाल	100
हरी	50
नारंगी	70

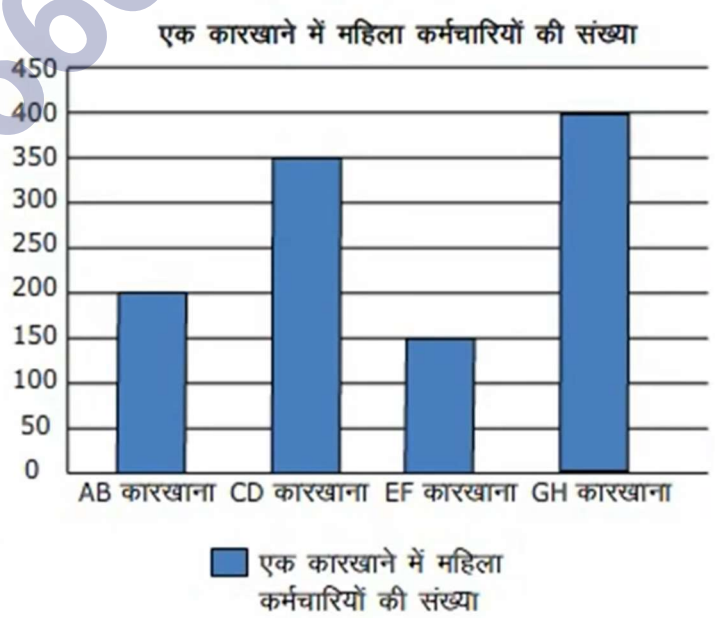
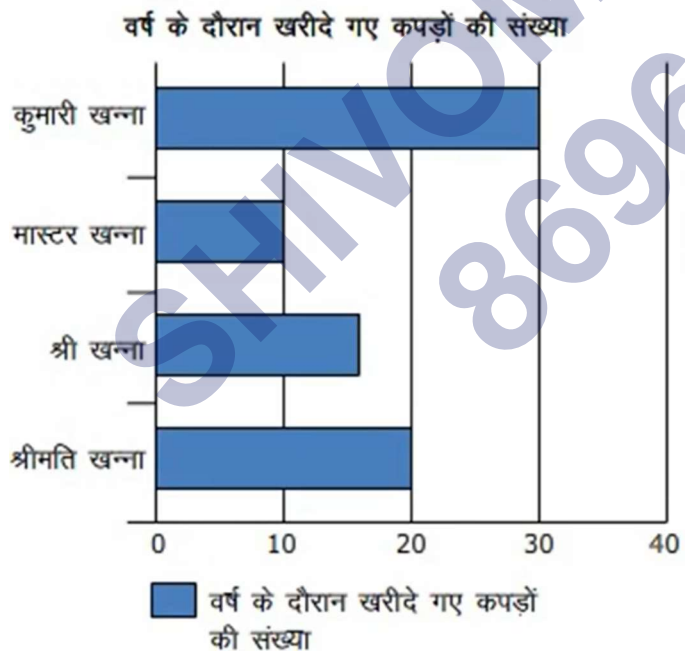


बस	यात्रियों की संख्या
लाल	100
हरी	50
नारंगी	70

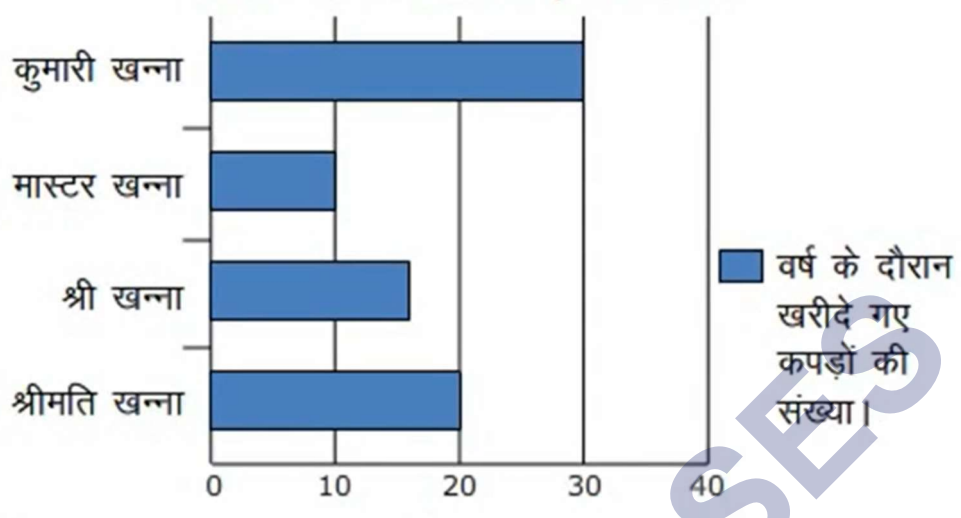
बस	यात्रियों की संख्या
लाल	
हरी	
नारंगी	
प्रत्येक  20 यात्रियों को दिखलाती है।	

### दण्ड आलेख की व्याख्या

एक दण्ड आलेख सुचित्रित रूप से क्षितिज अथवा उर्ध्वाधर दण्डों वाला आँकड़ों का एक प्रस्तुतीकरण है।



वर्ष के दौरान खरीदे गए कपड़ों की संख्या।

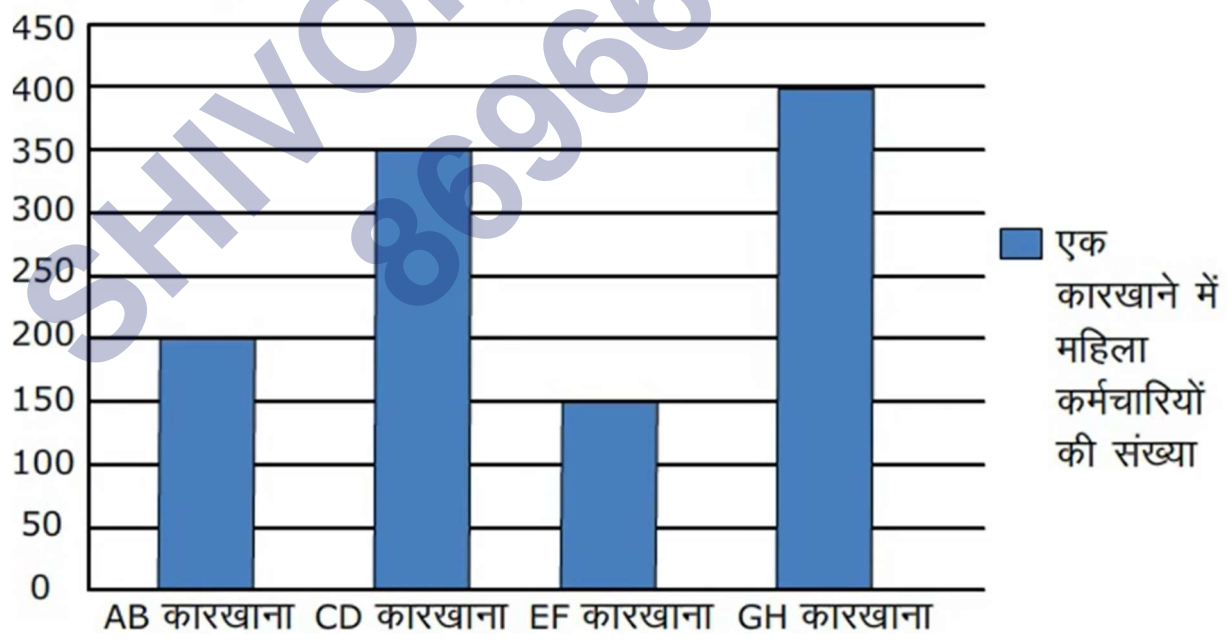


पैमाना: एक इकाई लंबाई = 10 खरीदे गए कपड़े

दण्ड आलेख से यह स्पष्ट है कि

- कुमारी खन्ना ने वर्ष के दौरान अधिकतम संख्या में कपड़ों को खरीदा है।
- वर्ष के दौरान मास्टर खन्ना की कपडे की खरीदारी सबसे कम है।
- श्रीमति खन्ना की खरीदारी श्री खन्ना से 5 कपड़े अधिक है।

एक कारखाने में महिला कर्मचारियों की संख्या



दण्ड आलेख द्वारा उपलब्ध जानकारी

- प्रयुक्त पैमाने में 1 इकाई लंबाई = 50 महिला कर्मचारी ।

- GH कारखाना अधिकतम संख्या में कर्मचारियों को रोजगार उपलब्ध कराता है।
- महिलाओं की अधिकतम और न्यूनतम संख्या के मध्य अंतर 250 है।
- यदि CD कारखाने में 50 और महिला कर्मचारियों को रोजगार दिया जाए, तो यह GH कारखाने की महिला कर्मचारियों की संख्या के बराबर हो जाएगी।

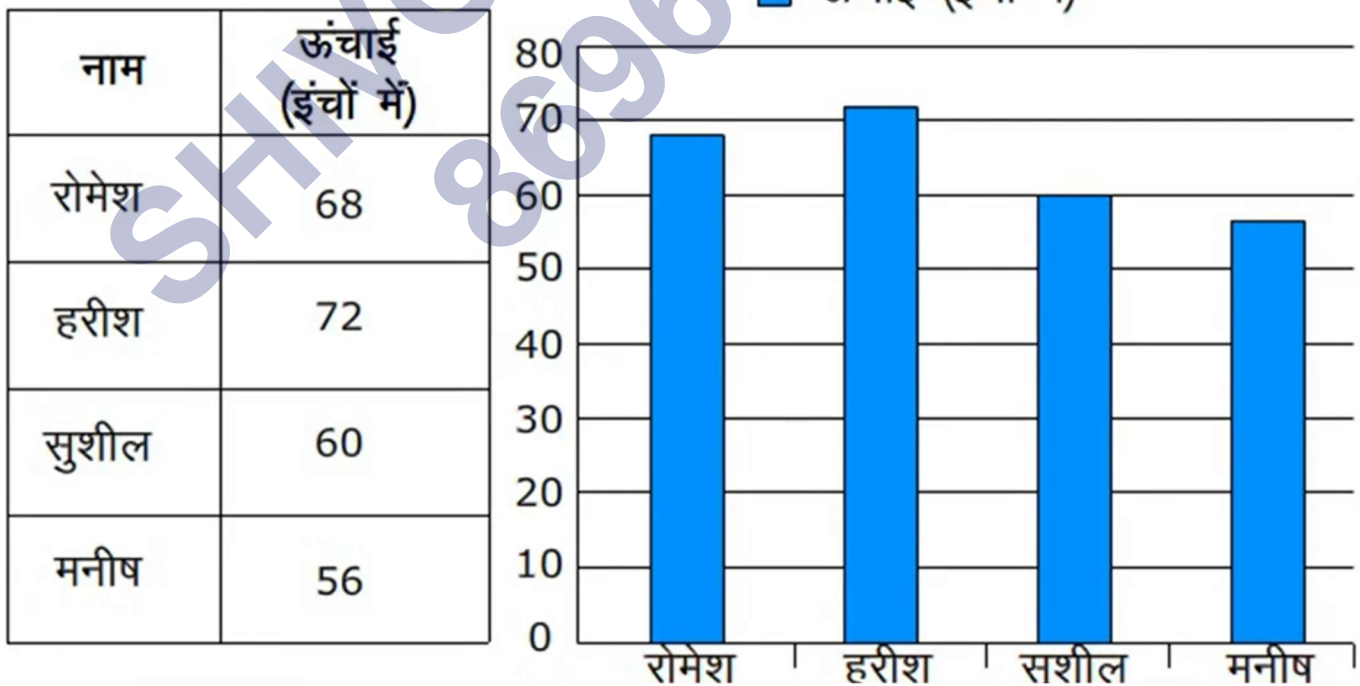
## दण्ड आलेखों को खींचना

नीचे चार दोस्तों की ऊंचाई इंच में दी गई है।

नाम	ऊंचाई (इंचों में)
रोमेश	68
हरीश	72
सुशील	60
मनीष	56

**पैमाना:** एक इकाई लंबाई = 10 इंच

■ ऊंचाई (इंचों में)



## आँकड़ों का संगठन:-

आँकड़ों के संग्रह से संबंधित मुख्य अवधारणाएं क्या हैं?

- संख्याओं के रूप में एकत्रित की गई जानकारी को आँकड़ा कहा जाता है।
- आँकड़ों को व्यवस्थित और ग्राफिक रूप से दर्शाया जाता है जिससे कि वह समझने और व्याख्या करने में आसानी होती है।
- उच्चतम और निम्नतम प्रेक्षणों के बीच का अंतर को दिए गए डेटा की परास (range) कहा जाता है।
- किसी दिए गए डेटा का औसत या अंकगणितीय माध्य या माध्य है को निम्न रूप में परिभाषित किया जा सकता है: माध्य = (सभी अवलोकनों का योग) / अवलोकनों की संख्या
- बहुलक (mode) वह अवलोकन है जो डेटा में सबसे अधिक बार होता है।
- यदि डेटा में प्रत्येक मान एक बार (या बराबर संख्या) में आ रहा है, तो सभी मोड हैं। कभी-कभी, हम यह भी कहते हैं कि यह डेटा में कोई बहुलक नहीं है क्योंकि उनमें से कोई भी बार-बार नहीं आ रहा है। जब दिए गए डेटा को आरोही (या अवरोही) क्रम में व्यवस्थित किया जाता है, तो बीच में सबसे अधिक अवलोकन डेटा को माध्यिका कहते हैं।

## केंद्रीय प्रवृत्ति की माप तथा प्रायिकता

- माध्य, माध्यिका और बहुलक अवलोकन समूह के प्रतिनिधि मान हैं इन्हें केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप भी कहते हैं।
- आयतों (बार) के रूप में डेटा का प्रतिनिधित्व एकसमान चौड़ाई को बार ग्राफ कहा जाता है।
- दो आँकड़ों से संबंधित सूचनाओं की तुलना करने के लिए एक डबल बार ग्राफ का उपयोग किया जा सकता है।
- कोई घटना हो सकती है या नहीं हो सकती है, उसके घटित होने की संभावना है कितनी है।
- एक निश्चित घटना के घटित होने की प्रायिकता '1' है।
- जिस घटना का घटित होना असंभव है उसकी प्रायिकता '0' है।
- किसी घटना के घटित होने की संभावना = (घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या) / (प्रयोग में कुल परिणामों की संख्या)

### वृत्त आलेख या पाई (π) चार्ट:-

वृत्त आलेख या पाई चार्ट पाई (π) एक गणितीय नियतांक है जिसका संख्यात्मक मान किसी वृत्त की परिधि और उसके व्यास के अनुपात के बराबर होता है। इस अनुपात के लिये π संकेत का प्रयोग सर्वप्रथम सन् १७०६ में आया। इसका मान लगभग 3.14159 के बराबर होता है। यह एक अपरिमेय राशि है।

### संयोग और प्रायिकता:-

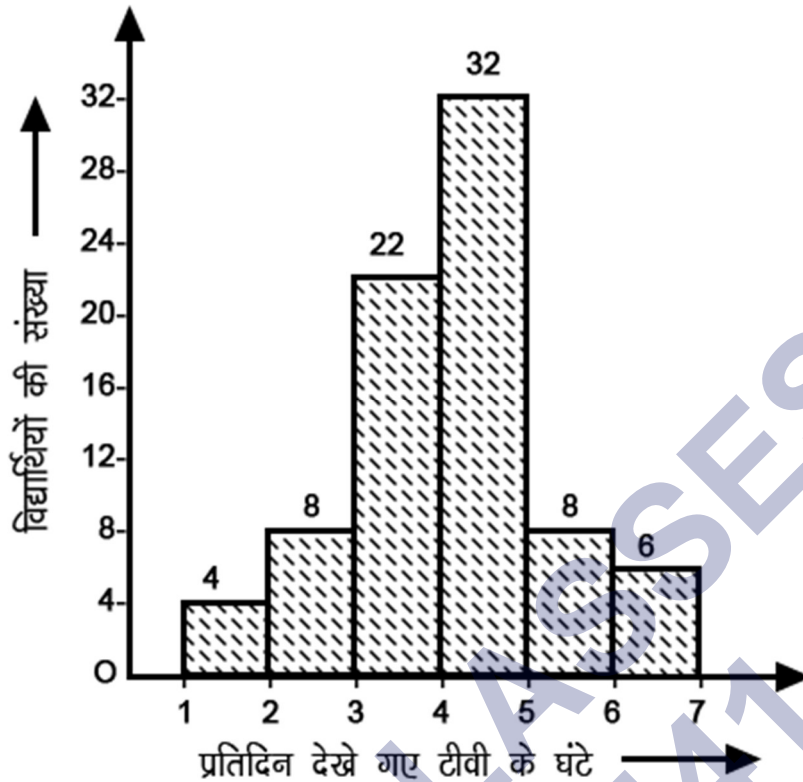
यदि दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तो निम्नलिखित को प्राप्त करने की क्या प्रायिकता होगी:

#### Example:

अवकाश के दिनों में एक विशिष्ट कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा प्रतिदिन टेलीविज़न (टी०वी०) देखने के समय (घंटों में), दिए हुए आलेख में दर्शाए गए हैं

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए

- अधिकतम विद्यार्थियों ने कितने घंटों तक टी०वी० देखा ?
- 4 घंटों से कम समय तक कितने विद्यार्थियों ने टी०वी० देखा ?



(iii) कितने विद्यार्थियों ने टी०वी० देखने में 5 घंटे से अधिक का समय व्यतीत किया?

हल : (i) अधिकतम विद्यार्थियों ने जितने घंटे टी०वी० देखा = 4 से 5 घंटे

(ii) 4 घंटे से कम समय तक टी०वी० देखने वाले विद्यार्थियों की संख्या =  $4 + 8 + 22 = 34$

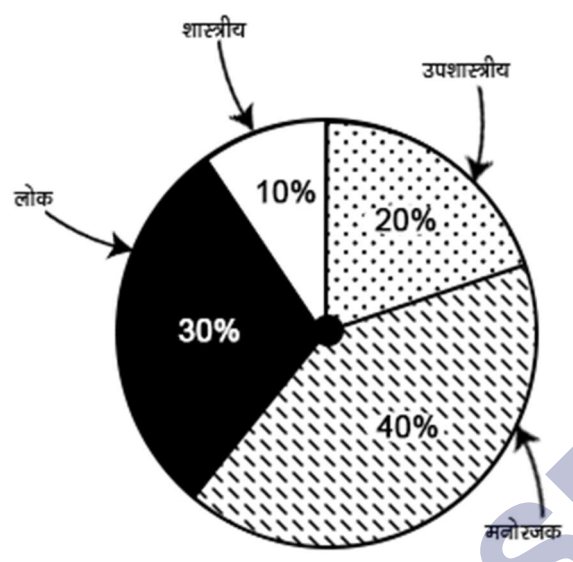
(iii) 5 घंटे से अधिक समय तक टी०वी० देखने वाले विद्यार्थियों की संख्या =  $8 + 6 = 14$

### Example

किसी शहर के युवा व्यक्तियों के एक समूह का यह जानने के लिए एक सर्वे किया गया कि वे किस प्रकार का

संगीत पसंद करते हैं। इनसे प्राप्त आँकड़ों को संलग्न पाई चार्ट में दर्शाया गया है। इस पाई चार्ट से निम्नलिखित प्रश्नों के

उत्तर दीजिए -



- (i) यदि 20 व्यक्ति शास्त्रीय संगीत पसंद करते हैं, तो कुल कितने युवा . व्यक्तियों का सर्वे किया गया था?
- (ii) किस प्रकार का संगीत सबसे अधिक व्यक्तियों द्वारा पसंद किया जाता है?
- (iii) यदि कोई कैसेट कंपनी 1000 सीडी (C.D.) बनाए, तो वह प्रत्येक प्रकार की कितनी सीडी बनाएगी?

हल : (i) माना जितने युवा व्यक्तियों का सर्वे किया गया = x

प्रश्नानुसार, x का 10% = 20

या

$$x \times \frac{10}{100} = 20$$

या

$$x = \frac{20 \times 100}{10} = 200$$

अतः जितने युवा व्यक्तियों का सर्वे किया गया = 200

(ii) पाई चार्ट के अनुसार मनोरंजक संगीत सबसे अधिक व्यक्तियों द्वारा पसंद किया जाता है।

(iii) 1000 सीडी बनाने वाली कंपनी द्वारा प्रत्येक प्रकार की बनाई जाने वाली सीडी की संख्या

-

शास्त्रीय संगीत वाली सी०डी०

$$= 1000 \times \frac{10}{100} = 100$$

उपशास्त्रीय संगीत वाली सी०डी०

$$= 1000 \times \frac{20}{100} = 200$$

मनोरंजक संगीत वाली सी०डी०

$$= 1000 \times \frac{40}{100} = 400$$

लोक संगीत वाली सी०डी०

$$= 1000 \times \frac{30}{100} = 300$$

360 व्यक्तियों के एक समूह से तीन ऋतुओं – वर्षा, सर्दी और गर्मी में से अपनी मनपसंद ऋतु के लिए मतदान करने को कहा गया। इनसे प्राप्त ऑकड़ों को संलग्न चित्र में दर्शाया गया है

- (i) किस ऋतु को सबसे अधिक मत मिले?
- (ii) प्रत्येक त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण ज्ञात कीजिए।
- (iii) इस सूचना को दर्शाने के लिए एक पाई चार्ट खींचिए।

ऋतु	मतों की संख्या
ग्रीष्म	90
वर्षा	120
शीत	150

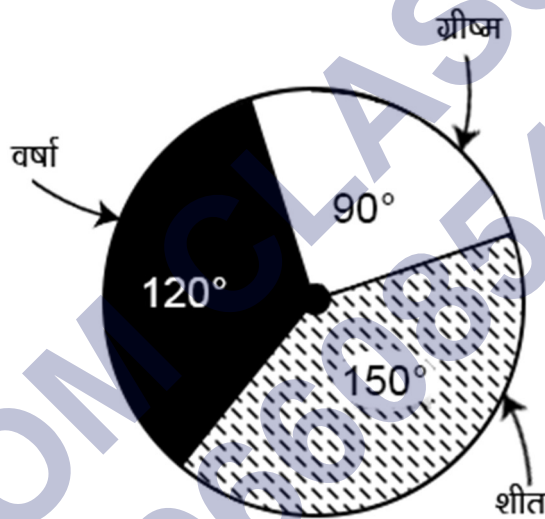
हल : (i) शीत ऋतु को सबसे अधिक मत मिले।

(ii) त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण ज्ञात करने के लिए



ऋतु	मतों की संख्या	संपूर्ण का भाग	केंद्रीय कोण की माप
ग्रीष्म	90	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$
वर्षा	120	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} \times 360^\circ = 120^\circ$
शीत	150	$\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$	$\frac{5}{12} \times 360^\circ = 150^\circ$
योग	360		

(iii) उपर्युक्त सूचना का पाई चार्ट निम्न है



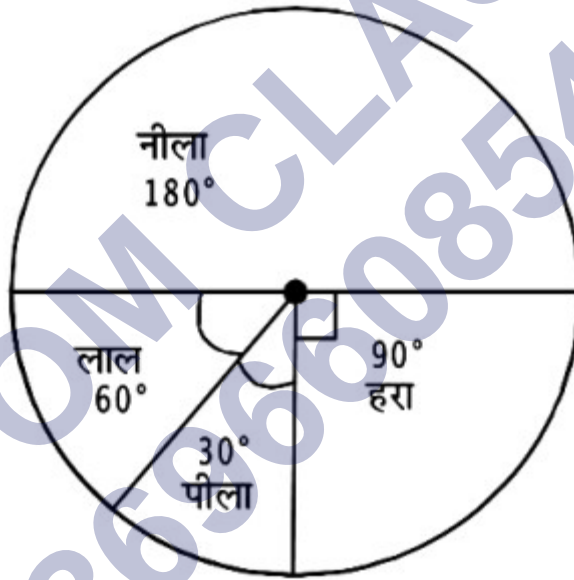
निम्नलिखित सूचना को दर्शाने वाला एक पाई चार्ट खींचिए। यह सारणी व्यक्तियों के एक समूह द्वारा पसंद किए जाने वाले रंगों को दर्शाती है।

रंग	व्यक्तियों की संख्या
नीला	18
हरा	9
लाल	6
पीला	3
योग	36

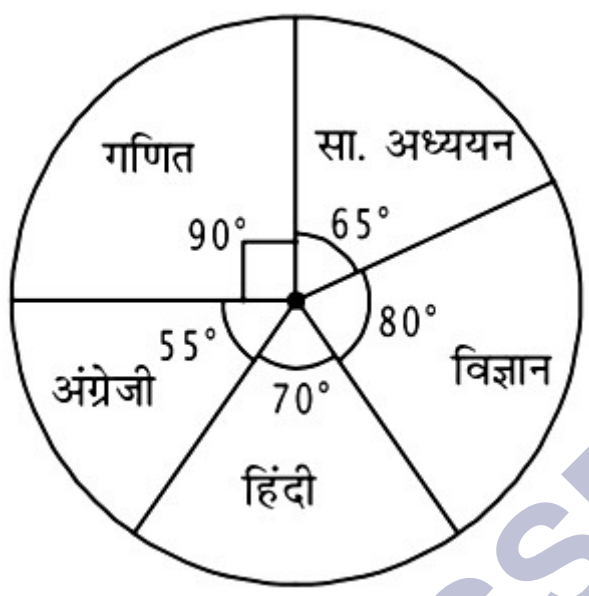
हल : त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण ज्ञात करने के लिए सारणी -

रंग	व्यक्तियों की संख्या	संपूर्ण का भाग	केंद्रीय कोण की माप
नीला	18	$\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \times 360^\circ = 180^\circ$
हरा	9	$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$
लाल	6	$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
पीला	3	$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} \times 360^\circ = 30^\circ$
योग	36		

पाई चार्ट



संलग्न पाई चार्ट एक विद्यार्थी द्वारा किसी परीक्षा में हिंदी, अंग्रेजी, गणित, सामाजिक विज्ञान और विज्ञान में प्राप्त किए गए अंकों को दर्शाता है। यदि उस विद्यार्थी द्वारा प्राप्त किए गए कुल अंक 540 थे, तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए



(i) किस विषय में उस विद्यार्थी ने 105 अंक प्राप्त किए ?

(संकेत : 540 अंकों के लिए केंद्रीय कोण 360° है। अतः 105

अंग्रेजी गणित अंकों के लिए केंद्रीय कोण क्या होगा?)

(ii) उस विद्यार्थी ने गणित में हिंदी से कितने अधिक अंक प्राप्त किए?

(iii) जाँच कीजिए कि क्या सामाजिक विज्ञान और गणित में प्राप्त किए गए अंकों का योग विज्ञान और हिंदी में प्राप्त किए गए अंकों के योग विज्ञान से अधिक है।

(संकेत : केवल केंद्रीय कोणों पर ध्यान दीजिए)

हल : (i) 540 अंकों के लिए केंद्रीय कोण = 360°

1 अंक के लिए केंद्रीय कोण

$$= \frac{360^\circ}{540}$$

105 अंकों के लिए केंद्रीय कोण

$$= \frac{360^\circ}{540} \times 105$$

$$= \frac{2}{3} \times 105 = 70^\circ$$

दिए गए पाई चार्ट अनुसार  $70^\circ$  का केंद्रीय कोण हिंदी के लिए है। इसलिए विद्यार्थी ने हिंदी में 105 अंक प्राप्त किए।

(ii) विद्यार्थी द्वारा गणित में प्राप्त अंक

$$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 540 = 105$$

विद्यार्थी द्वारा हिंदी में प्राप्त अंक

$$= \frac{70^\circ}{360^\circ} \times 540 = 105$$

अतः विद्यार्थी ने गणित में हिंदी से जितने

$$\text{अधिक अंक प्राप्त किए} = 135 - 105 = 30$$

(iii) यहाँ पर, सामाजिक विज्ञान तथा गणित में प्राप्त अंकों के लिए केंद्रीय कोण =  $65^\circ + 90^\circ = 155^\circ$

जबकि विज्ञान तथा हिंदी में प्राप्त अंकों के लिए केंद्रीय कोण =  $80^\circ + 70^\circ = 150^\circ$

$$\therefore 155^\circ > 150^\circ$$

$\therefore$  सामाजिक विज्ञान तथा गणित में प्राप्त किए गए अंकों का योग विज्ञान और हिंदी में प्राप्त किए गए अंकों के योग से अधिक है।

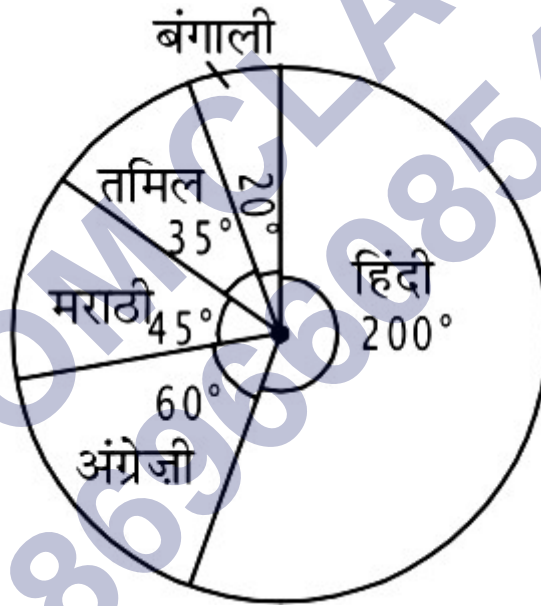
### Example:

किसी छात्रावास में विभिन्न भाषाएँ बोलने वाले विद्यार्थियों की संख्या नीचे दी गई है। इन ऑकड़ों को एक पाई चार्ट द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

भाषा	हिंदी	अंग्रेज़ी	मराठी	तमिल	बंगाली	योग
विद्यार्थियों की संख्या	40	12	9	7	4	72

हल :

भाषा	विद्यार्थियों के संख्या	संपूर्ण का भाग	केंद्रीय कोण की माप
हिंदी	40	$\frac{40}{72} = \frac{5}{9}$	$\frac{5}{9} \times 360^\circ = 200^\circ$
अंग्रेज़ी	12	$\frac{12}{72} = \frac{1}{6}$	$\frac{1}{6} \times 360^\circ = 60^\circ$
मराठी	9	$\frac{9}{72} = \frac{1}{8}$	$\frac{1}{8} \times 360^\circ = 45^\circ$
तमिल	7	$\frac{7}{72} = \frac{7}{72}$	$\frac{7}{72} \times 360^\circ = 35^\circ$
बंगाली	4	$\frac{4}{72} = \frac{1}{18}$	$\frac{1}{18} \times 360^\circ = 20^\circ$
योग	72		360°

**Example:**

इन प्रयोगों में आप जो परिणाम देख सकते हैं उन्हें लिखिए -

- (a) पहिए को घुमाना
- (b) दो सिक्कों को एक साथ उछालना

हल : (a) पहिए को घुमाने पर प्राप्त होने वाले परिणाम = A, B, C तथा D

(b) सिक्के के एक ओर चित (Head) = H होता है तथा दूसरी ओर पट (Tail) = T होता है।

∴ दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर प्राप्त होने वाले परिणाम = HH, HT, TH, TT

**Example:**

जब एक पासे को फेंका जाता है, तब निम्नलिखित प्रत्येक घटना से प्राप्त होने वाले परिणामों को लिखिए

(i) (a) एक अभाज्य संख्या (b) एक अभाज्य संख्या नहीं

(ii) (a) 5 से बड़ी एक संख्या (b) 5 से बड़ी संख्या नहीं

हल : एक पासे को फेंकने पर घटना से प्राप्त होने वाले परिणाम

(i) (a) एक अभाज्य संख्या = 2, 3 व 5 (b) एक अभाज्य संख्या नहीं = 1, 4, 6

(ii) (a) 5 से बड़ी एक संख्या = 6

(b) 5 से बड़ी संख्या नहीं = 1, 2, 3, 4, 5

**Example:**

जब एक पासे को फेंका जाता है, तो निम्नलिखित प्रत्येक घटना की प्रायिकता ज्ञात कीजिए –

(i) (a) एक अभाज्य संख्या (b) एक अभाज्य संख्या नहीं

(ii) (a) 5 से बड़ी एक संख्या (b) 5 से बड़ी संख्या नहीं

हल : यहाँ पर घटना के कुल परिणाम = 1, 2, 3, 4, 5, 6

= 6

(i) (a) एक अभाज्य संख्या प्राप्त होने के परिणाम = 2, 3 व 5

= 3

∴ एक अभाज्य संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(b) एक अभाज्य संख्या न होने के परिणाम = 1, 4, 6

$$= 3$$

∴ एक अभाज्य संख्या न होने की प्रायिकता =

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(ii) (a) 5 से बड़ी संख्या होने के परिणाम = 6 = 1

∴ 5 से बड़ी संख्या होने की प्रायिकता

$$= \frac{1}{6}$$

(b) 5 से बड़ी संख्या न होने के परिणाम = 1, 2, 3, 4, 5 = 5

∴ 5 से बड़ी संख्या न होने की प्रायिकता

$$= \frac{5}{6}$$

SHIVOM CLASSES  
8696608541

## NCERT SOLUTIONS

## प्रश्नावली 5.1 (पृष्ठ संख्या 80)

प्रश्न 1 निम्नलिखित में से किन आंकड़ों को दशनि के लिए आप एक आयतचित्र का प्रयोग करेंगे ? प्रत्येक के लिए, कारण भी दीजिए।

a. एक डाकिए के थैले में विभिन्न क्षेत्र के पत्रों की संख्या।

उत्तर : नहीं , इसे आयात चित्र में नहीं दर्शा सकते परन्तु एक दंड आरेख में प्रदर्शित कर सकते हैं जिससे प्रत्येक क्षेत्र के पत्रों की संख्या को सरलतापूर्वक जाना जा सकता है।

b. किसी खेलकूद प्रतियोगिता में प्रत्याशियों की ऊंचाइयां।

उत्तर: हाँ, इसे वर्ग अंतराल का प्रयोग करके एक आयतचित्र में प्रदर्शित कर सकते हैं जिससे सरलतापूर्वक प्रत्येक ऊंचाई वर्ग के प्रतियोगियों की संख्या को आसानी से जान सकते हैं।

c. 5 कंपनियों द्वारा निर्मित कैसेटों की संख्या।

उत्तर : नहीं , इसे आयात चित्र में नहीं दर्शा सकते परन्तु एक दंड आरेख में प्रदर्शित कर सकते हैं जिससे प्रत्येक कंपनी के कैसेटों की संख्या को आसानी से जान सकते हैं।

d. किसी स्टेशन पर प्रातः 7:00 से सायं 7:00 बजे तक रेलगाड़ियों से जाने वाली यात्रियों की संख्या

उत्तर: हाँ, इसे वर्ग अंतराल का प्रयोग करके एक आयतचित्र में प्रदर्शित कर सकते हैं जिससे किसी समय अंतराल में यात्रियों की संख्या जान सकते हैं।

प्रश्न 2 किसी विभागीय स्तर पर खरीदारी करने आए व्यक्तियों को इस प्रकार अंकित किया जाता है पुरुष (M), महिला (W) लड़का (B) या लड़की (G)। निम्नलिखित सूची उन खरीददारों को दर्शाती है जो प्रातः काल पहले घंटे में आए हैं:

W W W G B W W M G G M M W W W W G B M W B G G M M W G W M G W M  
M B G G W



मिलान चिन्ह का प्रयोग करते हुए एक बारंबारता बटन सारणी बनाइए। इसे प्रदर्शित करने के लिए एक दंड आलेख खींचिए।

उत्तर: बारंबारता बटन सारणी

||||

खरीददार	मिलान चिन्ह	खरीददारों की संख्या
W	,    ,    ,        ,	28
M	,    ,	15
B		5
G	,    ,	12
	कुल योग	60

दंड आलेख



प्रश्न 3 किसी फैक्ट्री के 30 श्रमिकों की साप्ताहिक मजदूरी (रुपयों में) निम्नलिखित है :

830, 835, 890, 810, 835, 836, 869, 845, 898, 890, 820, 860, 832, 833, 855, 845, 804, 808, 812, 840, 885, 835, 835, 836, 878, 840, 868, 890, 806, 840 मिलान चिन्ह का प्रयोग करते हुए अंतरालो 800-810, 810-820 इत्यादि वाली एक बारंबारता सारणी बनाइए।

उत्तर:

अन्तराल	मिलान चिन्ह	बारंबारता
800-810		3
810-820		2
820-830		1
830-840	,	9
840-850		5
850-860		1
860-870		3
870-880		1
880-890		1
890-900		4
	कुल योग	30

प्रश्न 4 प्रश्न 3 में दिए आंकड़ों से प्राप्त सारणी के लिए एक आयत चित्र बनाइए और निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

a. किस समूह में श्रमिकों की संख्या सबसे अधिक है ?

उत्तर: 830-840 वाले समूह में श्रमिकों की संख्या सबसे अधिक है।

b. कितने श्रमिक 850 रुपए या उससे अधिक अर्जित करते हैं ?

उत्तर: 10 श्रमिक ऐसे हैं जो 850 रुपए या उससे अधिक अर्जित करते हैं।

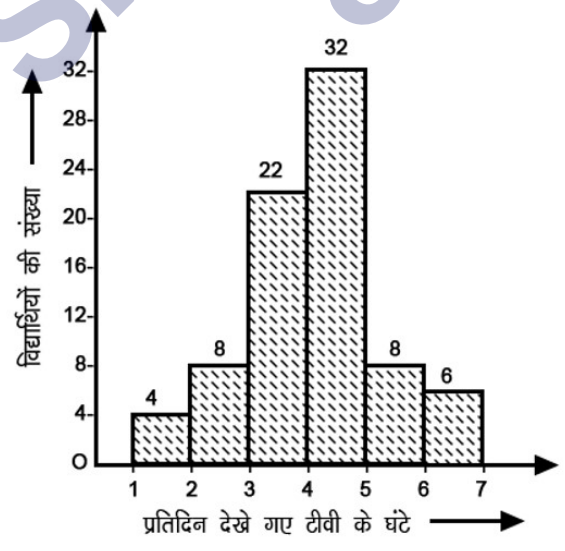
c. कितने श्रमिक 850 रुपए से कम अर्जित करते हैं?

उत्तर: 20 श्रमिक ऐसे हैं जो 850 रुपए से कम अर्जित करते हैं।

उत्तर:



प्रश्न 5 अवकाश के दिनों में एक विशिष्ट कक्षा के विद्यार्थियों द्वारा प्रतिदिन टेलीविज़न (टीवी) देखने का समय (घंटों में) दिए हुए आलेख में दर्शाए गए हैं:



निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

a. अधिकतम विद्यार्थियों ने कितने घंटे तक टीवी देखा ?

उत्तर: अधिकतम विद्यार्थियों जिनकी संख्या 32 है उन्होंने 4 से 5 घंटे तक टीवी देखा ।

b. 4 घंटे से कम समय तक कितने विद्यार्थियों ने टीवी देखा ?

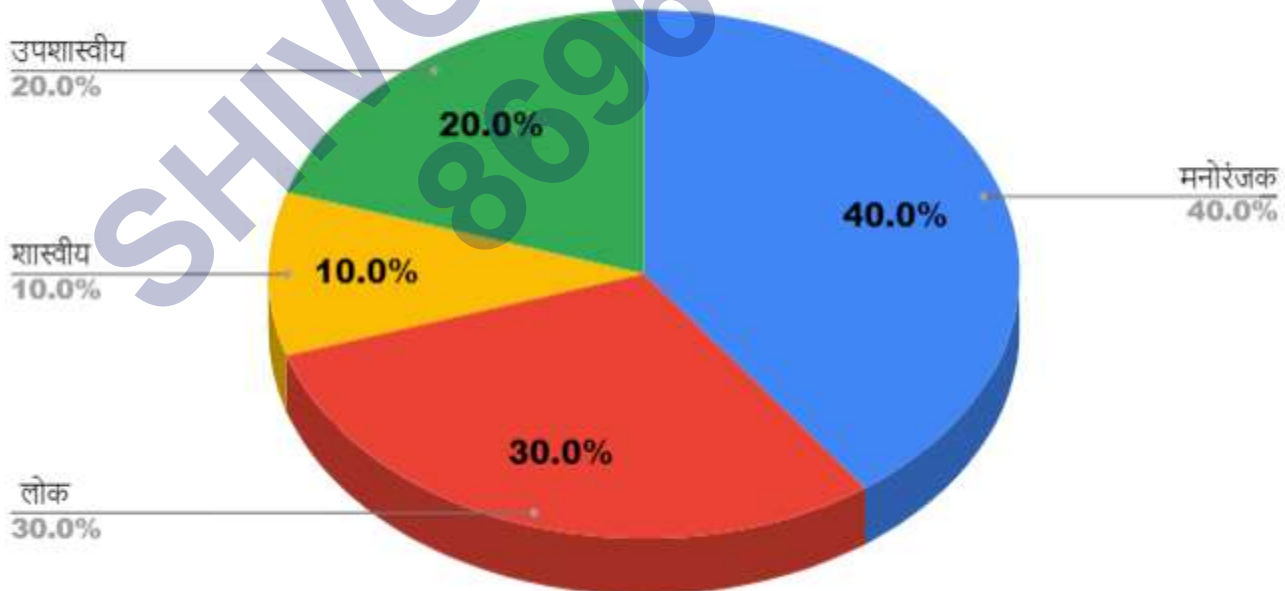
उत्तर: 34 विद्यार्थियों ने 4 घंटे से कम समय तक टीवी देखा ।

c. कितना विद्यार्थियों ने टीवी देखने में 5 घंटे से अधिक का समय व्यतीत किया ?

उत्तर: कुल 14 विद्यार्थियों ने टीवी देखने में 5 घंटे से अधिक का समय व्यतीत किया।

### प्रश्नावली 5.2 (पृष्ठ संख्या 86)

प्रश्न 1 किसी शहर के युवा व्यक्तियों के एक समूह का यह जानने के लिए एक सर्वे किया गया कि वह किस प्रकार का संगीत पसंद करते हैं। इनसे प्राप्त आँकड़ों को संग्रहन पाई चार्ट में दर्शाया गया है।



इस पाई चार्ट से निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

a. यदि 20 व्यक्ति शास्त्रीय संगीत पसंद करते हैं, तो कुल कितने युवा व्यक्तियों का सर्वे किया गया था ?

उत्तर: माना ऐसे व्यक्तियों की कुल संख्या =  $x$

दिया गया है शास्त्रीय संगीत प्रतिशत = 10%

अब शास्त्रीय संगीत पसंद करने वाले व्यक्तियों की संख्या =  $x$  का 10% = 20

$$\text{या } X \left( \frac{10}{100} \right) = 20$$

$$\text{या } X = 200$$

अतः सर्वे के कुल युवा व्यक्तियों की संख्या = 200

b. किस प्रकार का संगीत सबसे अधिक व्यक्तियों द्वारा पसंद किया जाता है ?

उत्तर: मनोरंजक संगीत का प्रतिशत मान अधिक है इसलिए इसे सबसे अधिक व्यक्तियों द्वारा पसंद किया जाता है।

c. यदि कोई कैसेट कंपनी 1000 सीडी बनाए, तो वह प्रत्येक प्रकार की कितनी सीडी बनाएगी ?




$$\text{उत्तर: शास्त्रीय संगीत की CD की संख्या} = \frac{10 \times 1000}{100} = 100$$

$$\text{उसी प्रकार उप शास्त्रीय संगीत की CD की संख्या} = \frac{20 \times 1000}{100} = 200$$

$$\text{उसी प्रकार मनोरंजक संगीत की CD की संख्या} = \frac{40 \times 1000}{100} = 400$$

$$\text{तथा लोक संगीत की CD की संख्या} = \frac{30 \times 1000}{100} = 300$$

प्रश्न 2 360 व्यक्तियों के एक समूह से तीन ऋतुओं वर्षा, सर्दी और गर्मी में से अपनी मनपसंद ऋतु के लिए मतदान करने को कहा गया। इनसे प्राप्त आंकड़ों का संलग्न चित्र में दर्शाया गया है:

ऋतु		मतों की संख्या
ग्रीष्म		90
वर्षा		120
शीत		150

a. किस ऋतु को सबसे अधिक मत मिले।

उत्तर: शीत ऋतु को सबसे अधिक मत मिले।

b. प्रत्येक त्रिज्यखंड का केंद्रीय कोण ज्ञात कीजिए।

उत्तर: चूंकि कुल केंद्रीय कोण =  $360^\circ$

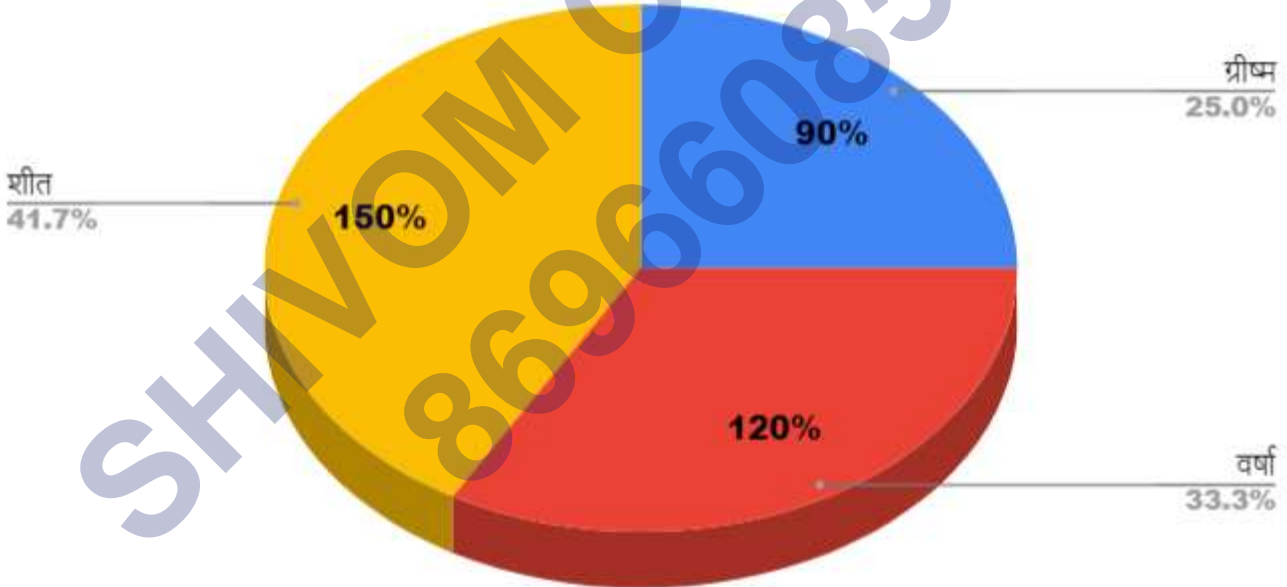
$$\text{ग्रीष्म ऋतु का केंद्रीय कोण} = \frac{90^\circ \times 360^\circ}{360^\circ} = 90^\circ$$

$$\text{उसी प्रकार वर्षा ऋतु का केंद्रीय कोण} = \frac{120^\circ \times 360^\circ}{360^\circ} = 120^\circ$$

$$\text{तथा शीत ऋतु का केंद्रीय कोण} = \frac{150^\circ \times 360^\circ}{360^\circ} = 150^\circ$$

c. इस सूचना को दर्शाने के लिए, एक पाई चार्ट खींचिए।

उत्तर:



प्रश्न 3 निम्नलिखित सूचना को दर्शाने वाला एक पाई चार्ट खींचिए। यह सारणी व्यक्तियों के एक समूह द्वारा पसंद किए जाने वाले रंगों को दर्शाती है।

रंग	व्यक्तियों की संख्या
-----	----------------------

नीला	18
हरा	9
लाल	6
पीला	3
योग	36

उत्तर: सर्वप्रथम प्रत्येक का त्रिज्यखंड का मान प्राप्त करते हैं

यहां केंद्रीय कोण =  $360^\circ$

व्यक्तियों की कुल संख्या = 36

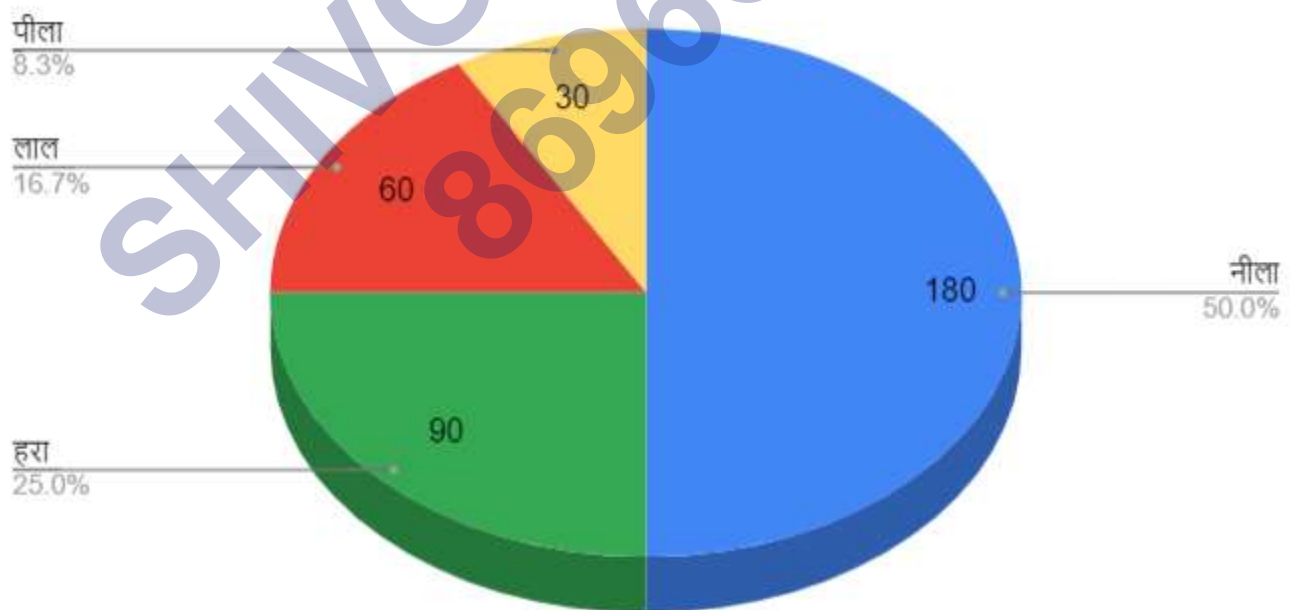
नीले रंग का केंद्रीय कोण =  $\frac{18 \times 360^\circ}{36} = 180^\circ$

हरे रंग का केंद्रीय कोण =  $\frac{9 \times 360^\circ}{36} = 90^\circ$

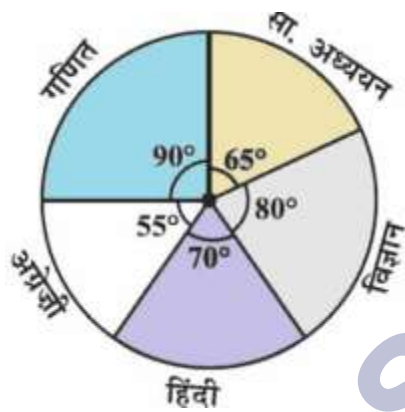
लाल रंग का केंद्रीय कोण =  $\frac{6 \times 360^\circ}{36} = 60^\circ$

पीले रंग का केंद्रीय कोण =  $\frac{3 \times 360^\circ}{36} = 30^\circ$

अतः पाई चार्ट



प्रश्न 4 संगम पाई चार्ट एक विद्यार्थी द्वारा किसी परीक्षा में हिंदी, अंग्रेजी, गणित, सामाजिक विज्ञान और विज्ञान में प्राप्त किए गए अंकों को दर्शाता है। यदि उस विद्यार्थी द्वारा प्राप्त किए गए कुल अंक 540 थे, तो निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:



उत्तर: सर्वप्रथम प्रत्येक का त्रिज्यखंड का मान प्राप्त करते हैं गणित विषय का केंद्रीय कोण

$$= \frac{90^\circ \times 540}{360^\circ} = 135$$

सामाजिक विज्ञान विषय का केंद्रीय कोण =

$$\frac{65^\circ \times 540}{360^\circ} = 97.5$$

विज्ञान विषय का केंद्रीय

$$\text{कोण} = \frac{80^\circ \times 540}{360^\circ} = 120$$

हिंदी विषय का केंद्रीय कोण =

$$\frac{70^\circ \times 540}{360^\circ} = 105$$

अंग्रेजी विषय का केंद्रीय कोण =

$$\frac{55^\circ \times 540}{360^\circ} = 82.5$$

a. किस विषय में उस विद्यार्थी ने 105 अंक प्राप्त किए ?



(संकेत: 540 अंकों के लिए केंद्र कोण  $360^\circ$  है अतः 105 अंकों के लिए केंद्रीय कोण क्या होगा ?)

उत्तर: विद्यार्थी ने हिन्दी विषय में 105 अंक प्राप्त किए।

b. उस विद्यार्थी ने गणित में हिन्दी से कितने अधिक अंक प्राप्त किए ?

उत्तर: विद्यार्थी द्वारा गणित में प्राप्त अंक = 135

हिन्दी में प्राप्त अंक = 105

दोनों विषयों का अंतर =  $135 - 105 = 30$

अतः, विद्यार्थी ने गणित में हिन्दी से 30 अंक ज्यादा प्राप्त किए।

c. जांच कीजिए कि क्या सामाजिक विज्ञान और गणित में प्राप्त किए गए अंकों का योग विज्ञान और हिन्दी में प्राप्त किए अंकों के योग से अधिक है। (संकेत: केवल केंद्रीय कोणों पर ध्यान दीजिए।)

उत्तर: सामाजिक विज्ञान और गणित में प्राप्त अंकों का योग =  $97.5 + 135 = 232.5$

उसी प्रकार विज्ञान और हिन्दी में प्राप्त अंकों का योग =  $120 + 105 = 225$

इससे स्पष्ट है कि सामाजिक विज्ञान और गणित में मिले कुल अंकों का योग, उसके विज्ञान और हिन्दी में मिले अंकों के योग से अधिक है। यह 7.5 अधिक है।

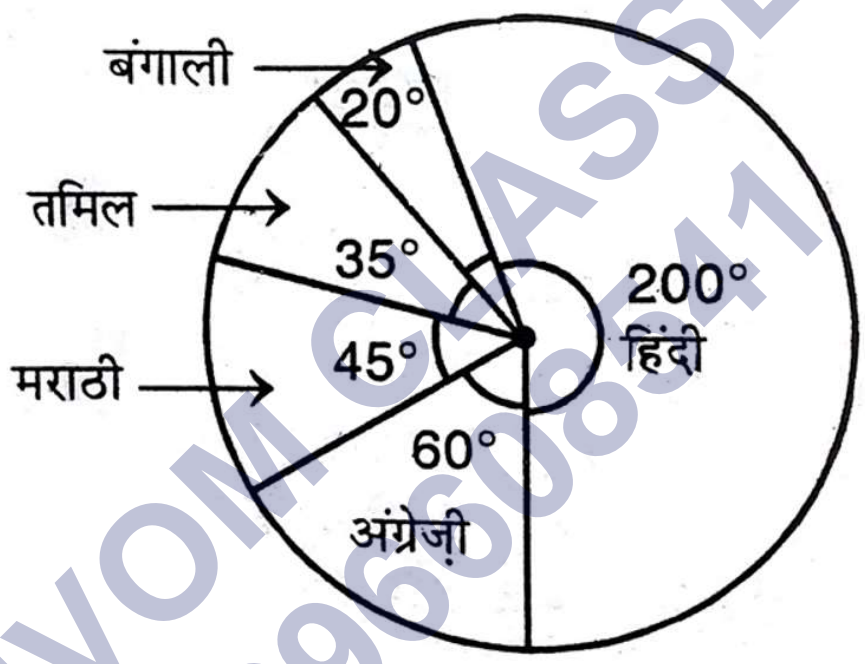
प्रश्न 5 किसी छात्रावास में विभिन्न भाषाएं बोलने वाले विद्यार्थियों की संख्या नीचे दी गई है। इन आंकड़ों को एक पाई चार्ट द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

भाषा	हिन्दी	अंग्रेजी	मराठी	तमिल	बंगाली	योग
विद्यार्थियों की संख्या	40	12	9	7	4	72

उत्तर: सर्वप्रथम प्रत्येक का त्रिज्यखंड का मान प्राप्त करते हैं

हिंदी का केंद्रीय कोण =  $\frac{40 \times 360^\circ}{72} = 200^\circ$   
 अंग्रेजी का केंद्रीय कोण =  $\frac{12 \times 360^\circ}{72} = 60^\circ$   
 मराठी का केंद्रीय कोण =  $\frac{9 \times 360^\circ}{72} = 45^\circ$   
 तमिल का केंद्रीय कोण =  $\frac{7 \times 360^\circ}{72} = 35^\circ$   
 बंगाली का केंद्रीय कोण =  $\frac{4 \times 360^\circ}{72} = 20^\circ$

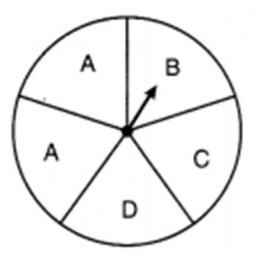
अतः पाई चार्ट



प्रश्नावली 5.3 (पृष्ठ संख्या 92)

प्रश्न 1 इन प्रयोगों में आप जो परिणाम देख सकते हैं उन्हें लिखिए -

1. पहिए को घुमाना
2. दो सिक्कों को एक साथ उछालना।



उत्तर:

1. पहिए को घुमाने पर परिणाम – A, B, C और D.
2. जब दो सिक्कों को एक साथ उछाला जाता है, तब प्रयोग के सम्भावित परिणाम

HH, HT, TH और TT

(यहाँ HT का अर्थ है कि पहले सिक्के पर चित (Head) और दूसरे सिक्के पर पट (Tail) इत्यादि) प्रश्न 2 जब एक पासे को फेंका जाता है, तब निम्नलिखित प्रत्येक घटना से प्राप्त होने वाले परिणामों को लिखिए –

(i)

- (a) एक अभाज्य संख्या
- (b) एक अभाज्य संख्या नहीं

(ii)

- (a) 5 से बड़ी एक संख्या
- (b) 5 से बड़ी संख्या नहीं।

उत्तर:

(i) एक पासे को फेंकने पर, प्राप्त परिणाम

(a) अभाज्य संख्याएँ: 2, 3 और 5

(b) अभाज्य संख्या नहीं हैं: 1, 4, 6

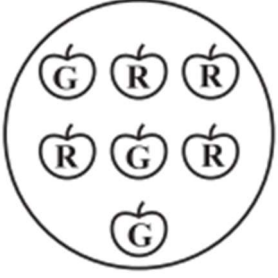
(ii)

(a) पाँच से बड़ी संख्या: 6

(b) पाँच से बड़ी संख्या नहीं: 1, 2, 3, 4, 5

प्रश्न 3 ज्ञात कीजिए –

- (a) (प्रश्न 1 (a) में) सूचक के D पर रुकने की प्रायिकता
- (b) अच्छी प्रकार से फेटी हुई 52 ताशों की एक गड्डी में से 1 इक्का प्राप्त करने की प्रायिकता।
- (c) एक लाल सेब प्राप्त करने की प्रायिकता (दी हुई आकृति से देखिए)।



उत्तर: a) 5 त्रिज्यखण्डों में से किसी एक त्रिज्यखण्ड पर रुकने के परिणाम = 5

∴ घटनाओं के होने की कुल संख्या = 5

∴ घूमने वाले पहिए में केवल एक D है।

∴ घटना के घटित होने के अनुकूल परिणाम = 1

∴ अभीष्ट प्रायिकता

= घटना के घटित होने के अनुकूल परिणाम / घटनाओं के होने की कुल संख्या

=  $\frac{1}{5}$

(b) 52 ताशों की एक गड्डी में से 1 ताश को 52 तरीकों से निकाल सकते हैं।

∴ परिणामों की कुल संख्या = 52

52 ताशों की एक गड्डी में 4 इक्के होते हैं जिनमें से 1 इक्के को 4 तरीकों से प्राप्त किया जा सकता है।

∴ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 4

अतः अभीष्ट प्रायिकता

=  $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

(c) 7 सेबों में से 1 सेब को 7 प्रकार से निकाला जा सकता है।

∴ कुल परिणामों की संख्या = 7

दिए गए 7 सेबों में से 4 लाल सेब हैं जिनमें से 1 सेब को 4 प्रकार से निकाल सकते हैं।

∴ अनुकूल घटनाओं की संख्या = 4

अतः अभीष्ट प्रायिकता =  $4/7$

प्रश्न 4 10 पृथक पर्चियों पर 1 से 10 तक संख्याएँ लिखी हुई हैं (एक पर्ची पर 10 संख्या), उन्हें एक बक्स में रखकर अच्छी प्रकार से मिला दिया जाता है। बक्स के अन्दर से बिना देखे एक पर्ची निकाली जाती है। निम्नलिखित की प्रायिकता क्या है?

1. संख्या 6 प्राप्त करना
2. 6 से छोटी एक संख्या प्राप्त करना
3. 6 से बड़ी एक संख्या प्राप्त करना
4. 1 अंक की एक संख्या प्राप्त करना।

उत्तर: 10 पर्चियों में से 1 पर्ची को 10 प्रकार से निकाल सकते हैं।

अतः परिणामों की कुल संख्या = 10

(i) संख्या 6 को प्राप्त करने की एक ही घटना है -

अतः, संख्या 6 को प्राप्त करने के अनुकूल परिणाम = 1.

∴ अभीष्ट प्रायिकता =  $1/10$

(ii) 6 से छोटी एक संख्या प्राप्त करना अर्थात् हम संख्या 1, 2, 3, 4, 5 संख्याओं की पर्चियाँ प्राप्त कर सकते हैं।

अतः अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

∴ अभीष्ट प्रायिकता

$$\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(iii) 6 से बड़ी संख्याओं में हम 7, 8, 9, 10 संख्याओं की पर्चियाँ प्राप्त कर सकते हैं।

अतः अनुकूल परिणामों की संख्या = 4

∴ अभीष्ट प्रायिकता =

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

(iv) 1 अंक की संख्याएँ: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

अतः अनुकूल परिणामों की संख्या = 9

∴ अभीष्ट प्रायिकता = 9/10

प्रश्न 5 यदि आपके पास 3 हरे त्रिज्यखण्ड, 1 नीला त्रिज्यखण्ड और 1 लाल त्रिज्यखण्ड वाला एक घूमने वाला पहिया है; तो एक हरा त्रिज्यखण्ड प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है? ऐसा त्रिज्यखण्ड प्राप्त करने की प्रायिकता क्या है, जो नीला न हो?

उत्तर: पहिए में कुल पाँच त्रिज्यखण्ड हैं। इनमें से किसी एक त्रिज्यखण्ड को 5 प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है।

∴ परिणामों की कुल संख्या = 5

घूमने वाले पहिए में 3 हरे त्रिज्यखण्ड हैं जिनमें से 1 त्रिज्यखण्ड को 3 प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

अतः अभीष्ट प्रायिकता = 3/5

पुनः पहिए में 4 त्रिज्यखण्ड ऐसे हैं जो नीले नहीं हैं। इनमें से 1 त्रिज्यखण्ड को 4 प्रकार से प्राप्त किया जा सकता है।

अतः, अभीष्ट प्रायिकता = 4/5

प्रश्न 6 प्रश्न 2 में दी हुई घटनाओं की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर: एक पासे को एक बार फेंकने से उस पर अंकित 1, 2, 3, 4, 5 और 6 अंकित फलकों में से कोई भी 1 फलक अपर आ सकता है।

अतः कुल परिणामों की संख्या = 6.

(i) माना कि 1 अभाज्य संख्या प्राप्त होने की घटना A है।

स्पष्ट है कि घटना A तब घटित होगी जबकि हम परिणाम - 2, 3, 5 प्राप्त करते हैं।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

अतः अभीष्ट प्रायिकता P (A)

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(ii) माना कि एक अभाज्य संख्या प्राप्त न होने की घटना A है।

स्पष्ट है कि घटना के घटित होने के परिणाम 1, 4, 6 हैं।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

अतः अभीष्ट प्रायिकता P (A)

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

(iii) 'पाँच से बड़ी एक संख्या' अर्थात् घटना के घटित होने का अर्थ है संख्या 6 प्राप्त होना।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 1.

अतः, अभीष्ट प्रायिकता = 1/6

(iv) 'पाँच' से बड़ी संख्या नहीं' का अर्थ है कि संख्या 1, 2, 3, 4, 5 में से कोई एक संख्या प्राप्त करना।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

अतः अभीष्ट प्रायिकता = 5/6

SHIVOM CLASSES  
8696608541