भौतिकी

अध्याय-3: सरल रेखा में गति


भौतिक शास्त्र

सरल रेखा में गति

सरल रेखा में गति संबंधित कुछ महत्वपूर्ण बिंदु -

विराम अवस्था

जब कोई वस्तु एक स्थान पर स्थिर पड़ी होती है तो वह विराम अवस्था में है। जैसे - सड़क पर पड़ा पत्थर, मेज पर रखी किताब आदि।

गति की अवस्था

जब कोई वस्तु किसी दिशा में समान चाल से चल रही है तो वह वस्तु गति की अवस्था में है।

वैज्ञानिक अरस्तु का मत है - कि यह ब्रहमांड तथा इसमें स्थित प्रत्येक वस्तु गतिशील है न कि विरामावस्था।

निर्देश तंत्र

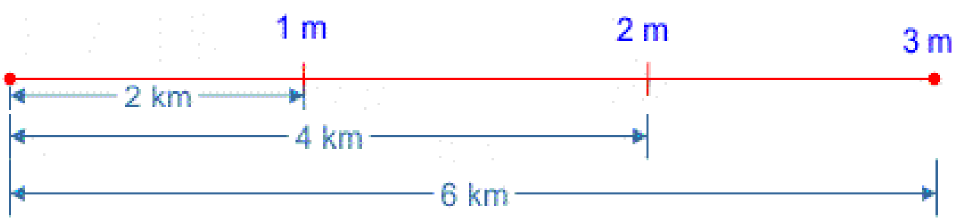
यह एक ऐसा निकाल होता है जिसके सापेक्ष वस्तु की स्थिति तथा उसकी गति का निर्धारण किया जाता है।

एकसमान और असमान गति

एकसमान गति

जब कोई गतिशील वस्तु निश्चित समय अंतराल में समान दूरी तय करती है तो उसकी गति को एकसमान गति (uniform motion) कहते हैं।

जैसे - कोई गतिशील वस्तु 1 मिनट में 2 किलोमीटर तथा 2 मिनट में 4 किलोमीटर एवं 3 मिनट में 6 किलोमीटर दूरी तय करती है तो उसकी यह गति एकसमान गति है क्योंकि वह प्रति मिनट में 2 किलोमीटर की दूरी तय कर रही है।



असमान गति

जब कोई गतिशील वस्तु निश्चित समय अंतराल में असमान दूरी तय करती है तो उसकी गति को असमान गति (non-uniform motion) कहते हैं।

जैसे - कोई वस्तु 1 मिनट में 2 किलोमीटर, 2 मिनट में 5 किलोमीटर एवं 3 मिनट में 8 किलोमीटर की दूरी तय करती है तो उसकी यह गति असमान गति है।

दूरी और विस्थापन

कुछ छात्र दूरी और विस्थापन को एक ही जैसा ही मान लेते हैं क्योंकि इनका मात्रक भी समान होता है एवं विमीय सूत्र भी, लेकिन यह दोनों राशियां एक-दूसरे से भिन्न हैं दूरी का केवल परिमाण होता है दिशा नहीं होती है। इसलिए यह एक अदिश राशि है जबकि विस्थापन का परिमाण के साथ-साथ दिशा भी ज्ञात होती है इसलिए यह एक सदिश राशि है।

दूरी

किसी गतिशील वस्तु द्वारा एक बिंदु से दूसरे बिंदु तक तय की गई कुल लंबाई को उस वस्तु की दूरी कहते हैं। अर्थात किसी वस्तु या व्यक्ति द्वारा चली गई कुल मार्ग की लंबाई को दूरी (distance) कहते हैं।

जैसे - कोई वस्तु किसी बिंदु से पूरब की ओर 3 किलोमीटर चलती है एवं फिर उत्तर की ओर 4 किलोमीटर चलती है तो वस्तु द्वारा तय की गई कुल दूरी 7 किलोमीटर होगी। दूरी में केवल परिमाण ही होता है दिशा का कोई महत्व नहीं है इसलिए दूरी एक अदिश राशि है।

दूरी का मात्रक

दूरी का SI या MKS पद्धति में मात्रक मीटर है। इसके अलावा इसे किलोमीटर, सेंटीमीटर तथा मिलीमीटर आदि में भी मापते हैं।

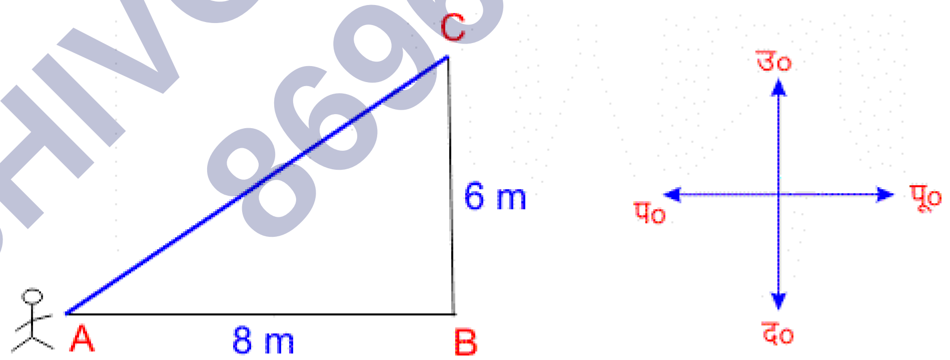
दूरी के विभिन्न पैमाने

- 1 प्रकाश वर्ष = 9.46 × 10^{15} मीटर
- 1 किलोमीटर = 1000 मीटर
- 1 सेमी = 10^{-2} मीटर
- 1 मिली मीटर = 10^{-3} मीटर
- 1 माइक्रोमीटर = 10^{-6} मीटर
- 1 एंग्स्ट्रांग = 10^{-10} मीटर
- 1 फर्मी = 10^{-15} मीटर

विस्थापन

किसी गतिशील वस्तु या व्यक्ति की प्रारंभिक तथा अंतिम स्थितियों के बीच की न्यूनतम दूरी को विस्थापन कहते हैं। विस्थापन एक सदिश राशि है।

आइयें विस्थापन (displacement) को उदाहरण द्वारा समझते हैं।
जैसा चित्र में दिखाया गया है कि कोई व्यक्ति बिंदु A से पूर्व की ओर चलना प्रारंभ करता है और 8 मीटर चलकर बिंदु B से वह उत्तर की ओर 6मीटर चलकर बिंदु C पर पहुंच जाता है। व्यक्ति द्वारा चली गई दूरी में विस्थापन क्या है।



व्यक्ति द्वारा चली गई कुल दूरी = 8 + 6 = 14 मीटर है। लेकिन यह विस्थापन नहीं है। विस्थापन पाइथागोरस प्रमेय से ज्ञात करते हैं क्योंकि व्यक्ति द्वारा चली गई दूरी एक त्रिभुज की आकृति है तब

(विस्थापन)^2 = 8^2 + 6^2

(विस्थापन)^2 = 64 + 36

(विस्थापन)^2 = 100 या $(10)^2$

दोनों और वर्गमूल लेने पर

विस्थापन = 10 मीटर

अतः विस्थापन 10 मीटर है यह विस्थापन पूर्व-उत्तर दिशा में होगा। चूंकि विस्थापन में परिमाण के साथ दिशा भी होती है इसलिए यह सदिश राशि है इसका मात्रक भी मीटर ही होता है।

अतः प्रश्न द्वारा स्पष्ट होता है कि विस्थापन का मान पथ पर निर्भर नहीं करता है प्रारंभिक और अंतिम बिंदुओं पर निर्भर करता है।

दूरी और विस्थापन में अंतर

क्रमांक	दूरी	विस्थापन
1	इसका मान पथ पर निर्भर करता है।	इसका मान वस्तु के प्रारंभिक और अंतिम बिंदुओं पर निर्भर करता है।
2	यह एक अदिश राशि है।	यह सदिश राशि है।
3	दूरी सदैव अशून्य संख्या ही होती है।	विस्थापन धनात्मक, ऋणात्मक व शून्य भी हो सकता है।
4	यदि वस्तु का विस्थापन शून्य होगा तो दूरी शून्य हो भी सकती है न भी हो सकती।	दूरी शून्य होने पर उसका विस्थापन शून्य ही होता है।
5	इसका मान विस्थापन के बराबर या उससे बड़ा होता है।	इसका मान दूरी के बराबर या उससे छोटा होता है।

चाल और वेग

कुछ छात्रों को यह भ्रम रहता है कि चाल और वेग दोनों एक समान ही राशियां हैं क्योंकि दोनों का मात्रक भी मीटर/सेकंड ही होता है। लेकिन यह दोनों राशियां एक-दूसरे से अलग हैं चाल का केवल परिमाण होता है जिस कारण यह अदिश राशि है। जबकि वेग में परिमाण के साथ दिशा भी होती है इसलिए यह एक सदिश राशि है। चाल और वेग को दूरी और विस्थापन के समान ही परिभाषित कर सकते हैं।

चाल

एकांक समय में किसी गतिशील वस्तु द्वारा तय की गई दूरी को चाल (speed) कहते हैं। जैसे हम कहें कि कोई वस्तु 50 किलोमीटर/घंटे की चाल से चल रही है तो इसका अर्थ है कि वह वस्तु 50 किलोमीटर की दूरी को 1 घंटे में तय कर रही है।
चाल को v द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। तब चाल का सूत्र निम्न होगा।

$$\boxed{\text{चाल} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}}$$

चाल का एस आई मात्रक मीटर/सेकंड होता है।यह एक अदिश राशि है। क्योंकि इसमें केवल परिमाण होता है दिशा नहीं होती। इसका विमीय सूत्र $[M^0LT^{-1}]$ होता है।

Note - गतिशील वस्तु की चाल धनात्मक व शून्य हो सकती है। लेकिन कभी भी ऋणात्मक नहीं होती है।

चाल के प्रकार

सामान्यतः चाल दो प्रकार की होती है लेकिन इसके दो अन्य प्रकार भी और हैं।
(1) औसत चाल
(2) तात्क्षणिक चाल
(3) एकसमान चाल
(4) असमान चाल

1. औसत चाल

किसी गतिशील वस्तु द्वारा तय की गई दूरी एवं इसमें लगे कुल समय के अनुपात को औसत चाल कहते हैं।

$$\boxed{\text{औसतचाल} = \frac{\text{कुल दूरी}}{\text{कुल समय}}}$$

यदि Δt $(t_2 - t_1)$ समय अंतराल में तय की गई कुल दूरी Δs $(s_2 - s_1)$ हो तो

$$\boxed{\text{औसतचाल} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}}$$

2. तात्क्षणिक चाल

किसी क्षण पर गतिशील वस्तु की चाल को तात्क्षणिक चाल कहते हैं। यह चाल के समान ही होती है परंतु इसके लिए समय अंतराल बहुत कम होना चाहिए।

3. एकसमान चाल

जब किसी गतिशील वस्तु द्वारा समान समय अंतराल में समान दूरी तय की जाती है तो वस्तु की चाल को एकसमान चाल कहते हैं।
जैसे कोई वस्तु 1 सेकंड में 10 मीटर तथा 2 सेकंड में 20 मीटर एवं 3 सेकंड में 30 मीटर चलती है। तो वस्तु की चाल एक समान चाल है क्योंकि प्रति सेकंड में वह 10 मीटर की दूरी तय कर रही है।

4. असमान चाल

जब किसी गतिशील वस्तु द्वारा समान समय अंतराल में भिन्न-भिन्न दूरीयां तय की जाती है तो वस्तु की चाल को असमान चाल कहते हैं।
जैसे कोई कार 1 मिनट में 1 किलोमीटर तथा 2 मिनट में 15 किलोमीटर एवं 3 मिनट में 25 किलोमीटर चलती है तो यह चाल असमान चाल है।

वेग

किसी वस्तु द्वारा एकांक समय में निश्चित दिशा में हुए विस्थापन को वस्तु का वेग (velocity) कहते हैं। अर्थात एकांक समय में वस्तु द्वारा तय की गई दूरी को उसका वेग कहते हैं।

तब वेग का सूत्र

$$\boxed{\text{वेग} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}}}$$

अतः कोई गतिशील वस्तु 1 सेकंड में 1 मीटर विस्थापित होती है तो वस्तु का वेग 1 मीटर/सेकंड होगा।

वेग एक सदिश राशि है। क्योंकि इसमें परिमाण के साथ वस्तु की दिशा भी ज्ञात होती है वेग का मात्रक मीटर/सेकंड होता है एवं विमीय सूत्र $[M^0LT^{-1}]$ होता है।

वेग के प्रकार

वेग अनेक प्रकार के होते हैं लेकिन यहां चार प्रकार के वेग का वर्णन किया गया है।

(1) एकसमान वेग
(2) परिवर्ती या असमान वेग
(3) औसत वेग
(4) तात्क्षणिक वेग

1. एकसमान वेग

जब किसी गतिशील वस्तु का समान समय अंतराल में समान विस्थापन होता है तो वस्तु का वेग एकसमान वेग होता है।

2. असमान वेग

जब किसी गतिशील वस्तु द्वारा समान समयांतराल में विस्थापन भिन्न-भिन्न होता है तो वस्तु का वेग असमान वेग या परिवर्ती वेग कहते हैं।

3. औसत वेग

किसी गतिशील वस्तु का कुल विस्थापन एवं इसमें लगे कुल समय के अनुपात को औसत वेग कहते हैं।

$$\boxed{\text{औसतवेग} = \frac{\text{कुल विस्थापन}}{\text{कुल समय}}}$$

4. तात्क्षणिक वेग

किसी क्षण पर गतिशील वस्तु के वेग को उसका तात्क्षणिक वेग कहते हैं।

$$\boxed{\text{तात्क्षणिक वेग} = \frac{ds}{dt}}$$

चाल और वेग में अंतर

क्रमांक	चाल	वेग
1	किसी वस्तु की चाल धनात्मक या शून्य हो सकती है ऋणात्मक नहीं होती है।	किसी वस्तु का वेग धनात्मक ऋणात्मक तथा शून्य कुछ भी हो सकता है।
2	यह एक अदिश राशि है चूंकि इसमें दिशा नहीं होती है।	यह एक सदिश राशि है इसमें वस्तु के परिमाण के साथ दिशा भी होती है।
3	इसका SI मात्रक मीटर/सेकंड होता है।	इसका भी SI मात्रक मीटर/सेकंड ही होता है।

4	इसका मान वेग के बराबर या उससे अधिक होता है।	वेग का मान चाल के बराबर या उससे कम होता है।
5	किसी समयांतराल के लिए चाल के मान अनेक हो सकते हैं।	किसी समयांतराल के लिए वेग का मान केवल एक ही दिशा में होता है।

गति के समीकरण

गति के समीकरण (equation of motion) को ज्ञात करने की दो विधियों है-

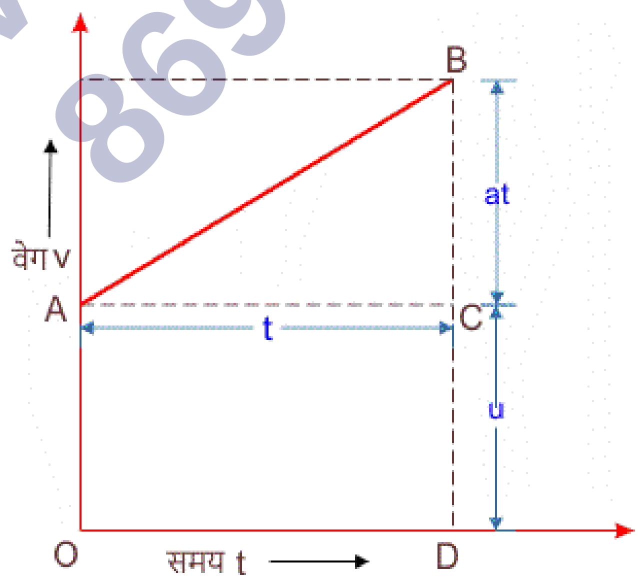
(1) ग्राफीय विधि

(2) कलन विधि

कलन विधि में समाकलन किया जाता है समाकलन के नियमों का प्रयोग करके निगमन करते हैं।

जबकि ग्राफीय विधि में ग्राफ बनाकर ज्यामिति के नियमों का प्रयोग करके गति के तीनो समीकरण का निगमन करते हैं।

1. ग्राफीय विधि द्वारा गति के समीकरण का निगमन



गति के समीकरण का निगमन ग्राफीय विधि से

माना कोई वस्तु प्रारंभिक वेग u तथा त्वरण a से चलना शुरु करती है t समय पश्चात वस्तु का वेग v हो जाता है।

गति का प्रथम समीकरण

माना वस्तु का समय t = 0 पर प्रारंभिक वेग u है जो चित्र में CD = AO से दर्शाया गया है। t समय पश्चात वस्तु का वेग v हो जाता है। तो

हम जानते हैं कि वेग समय ग्राफ की ढाल से वस्तु का त्वरण ज्ञात होता है तो वस्तु का त्वरण

a = सरल रेखा AB की ढाल

$$a = \frac{CB}{AC}$$

$$a = \frac{BD-CD}{AC}$$

$$a = \frac{v-u}{t}$$

at = v - u

$$\boxed{v = u + at}$$

गति का द्वितीय समीकरण

गतिशील वस्तु द्वारा चली गई दूरी

s = समलंब चतुर्भुज BDOA का क्षेत्रफल

s = (त्रिभुज ABC + चतुर्भुज BDOA) का क्षेत्रफल

$$s = \frac{1}{2}(AC \times CB) + CD \times AC$$

$$s = \frac{1}{2}(t \times at) + u \times t$$

$s = \frac{1}{2} at^2 + ut$

$$\boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2}$$

गति का तृतीय समीकरण

प्रथम समीकरण $v = u + at$ से

$t = \frac{v-u}{a}$

गतिशील वस्तु द्वारा t समय में चली गई दूरी

$s = \frac{1}{2} \times$ (समांतर भुजाओं का योग × लंबवत दूरी)

$s = \frac{1}{2} \times (OA \times BD) \times AC$

$s = \frac{1}{2} \times (u \times v) \times t$

t का मान रखने पर

$s = \frac{1}{2} \times (u \times v) \times \left(\frac{v-u}{a}\right)$

$2as = (v + u)(v - u)$

सूत्र $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ से

$2as = v^2 - u^2$

या $\boxed{v^2 = u^2 + 2as}$

2. कलन विधि से गति के समीकरण

माना एक गतिशील वस्तु एकसमान त्वरण a से एक सरल रेखा में गति कर रही है t = 0 समय पर वस्तु का प्रारंभिक वेग u है एवं t समय पश्चात इसका वेग v हो जाता है। यदि t समय के में वस्तु का विस्थापन s है। तब गति के समीकरण -

➢ गति का प्रथम समीकरण

गतिशील वस्तु का त्वरण a = $\frac{dv}{dt}$

या dv = adt

समाकलन करने पर

$$\int_u^v dv = a\int_0^t dt$$

$$[v]_u^v = a[t]_0^t$$

v - u = a(t - 0)

v - u = at

$$\boxed{v = u + at}$$

➢ गति का द्वितीय समीकरण

वेग v = $\frac{ds}{dt}$

या ds = vdt

समाकलन करने पर

$$\int_0^s ds = \int_0^t vdt$$

$$\int_0^s ds = (u + at)\int_0^t dt$$ (प्रथम समीकरण से)

$$\int_0^s ds = u\int_0^t dt + a\int_0^t tdt$$

समाकलन सूत्र $x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ से

$$[s]_0^s = u[t]_0^t + a\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^t$$

(s - 0) = u(t - 0) + a[t^2/2 - 0/2]

$$\boxed{s = ut + \frac{1}{2}at^2}$$

➢ गति का तृतीय समीकरण

त्वरण a = $\frac{dv}{dt}$

ds से गुणा-भाग करने पर

a = $\frac{ds}{ds} \times \frac{dv}{dt}$

a = $\frac{ds}{dt} \times \frac{dv}{ds}$

a = v $\frac{dv}{ds}$ $\left(\text{चूंकि } v=\frac{ds}{dt}\right)$

vdv = ads

समाकलन करने पर

$$\int_u^v vdv = a\int_0^s ds$$

समाकलन सूत्र $x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ से

$$\left[\frac{v}{2}\right]_u^v = a[s]_0^s$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{u^2}{2} = a(s-0)$$

$$\frac{v^2 - u^2}{2} = as$$

$$\boxed{v^2 = u^2 + 2as}$$

त्वरण

किसी गतिशील वस्तु का वेग किसी समय अधिक होता है एवं किसी समय कम होता है। अर्थात वस्तु का वेग स्थिर नहीं रहता है। अतः वस्तु के वेग में परिवर्तन होता रहता है।

लेकिन वेग में परिवर्तन को समय के सापेक्ष या दूरी के सापेक्ष व्यक्त करें, यह समस्या बहुत पुरानी है। वैज्ञानिक गैलीलियो ने अध्ययन किया कि मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तुओं के लिए वेग परिवर्तन की दर का मान समय के सापेक्ष स्थिर रहता है। जबकि दूरी के सापेक्ष में परिवर्तन नहीं रहता है। तब त्वरण की इस प्रकार परिभाषा दी गई कि

”किसी गतिशील वस्तु के समय के सापेक्ष वेग परिवर्तन को त्वरण (acceleration) कहते हैं।“ अर्थात जब किसी वस्तु का वेग समय के साथ बदलता है तो उसमें त्वरण हो रहा है।

कहीं-कहीं त्वरण यह short परिभाषा भी दी जाती है-
‘किसी वस्तु के वेग परिवर्तन की दर को त्वरण कहती हैं।‘

अतः $\boxed{\text{त्वरण} = \frac{\text{वेग परिवर्तन}}{\text{समयांतराल}}}$

त्वरण में परिमाण के साथ दिशा भी होती है इसलिए यह एक सदिश राशि है। इसकी दिशा वही होती है जो वस्तु के वेग परिवर्तन की होती है।

तोरण का S.I. पद्धति में मात्रक मीटर/सेकंड^2 तथा C.G.S. पद्धति में मात्रक सेमी/सेकंड^2 होता है एवं त्वरण का विमीय सूत्र $[M^0LT^{-2}]$ होता है।

त्वरण के प्रकार

त्वरण गतिशील वस्तुओं में अनेक प्रकार से होता है जो निम्न प्रकार है -

(1) एकसमान त्वरण
(2) असमान या परिवर्ती त्वरण
(3) औसत त्वरण
(4) तात्क्षणिक त्वरण

1. *एकसमान त्वरण*

यदि किसी गतिशील वस्तु का वेग, समान समय अंतरालों में समान होता है तो वस्तु में उत्पन्न त्वरण को एकसमान त्वरण कहते हैं।

2. *परिवर्ती अथवा असमान त्वरण*

यदि किसी गतिशील वस्तु का वेग समान समयांतरालों में भिन्न-भिन्न होता है तो वस्तु में उत्पन्न त्वरण को असमान अथवा परिवर्ती त्वरण कहते हैं।

3. *औसत त्वरण*

किसी गतिशील वस्तु के वेग में हुए कुल परिवर्तन एवं इसमें लगे कुल समय के अनुपात को औसत त्वरण कहते हैं।

$$\text{औसत त्वरण} = \frac{\text{कुल वेग परिवर्तन}}{\text{कुल समय}}$$

यदि t_1 व t_2 क्षणों पर गतिशील वस्तु का वेग v_1 व v_2 है तो

$$\boxed{\text{औसत त्वरण} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

4. तात्क्षणिक त्वरण

किसी क्षण पर गतिशील वस्तु के त्वरण को उसका तात्क्षणिक त्वरण कहते हैं।

धनात्मक तथा ऋणात्मक त्वरण

यदि किसी गतिशील वस्तु का वेग समय के साथ बढ़ता है तो उत्पन्न त्वरण को धनात्मक त्वरण कहते हैं। इसके विपरीत यदि वेग समय के साथ घटता है तो उत्पन्न त्वरण को ऋणात्मक या मन्दन त्वरणकहते हैं।

Note - किसी गतिशील वस्तु का त्वरण भी वेग के समान ही धनात्मक, ऋणात्मक तथा शून्य हो सकता है।

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 35-37)

प्रश्न 1 नीचे दिए गए गति के कौन-से उदाहरणों में वस्तु को लगभग बिन्दु वस्तु माना जा सकता है-

a. दो स्टेशनों के बीच बिना किसी झटके के चल रही कोई रेलगाड़ी।
b. किसी वृत्तीय पथ पर साइकिल चला रहे किसी व्यक्ति के ऊपर बैठा कोई बन्दर।
c. जमीन से टकराकर तेजी से मुड़ने वाली क्रिकेट की कोई फिरकती गेंद।
d. किसी मेज के किनारे से फिसलकर गिरा कोई बीकर।

उत्तर-

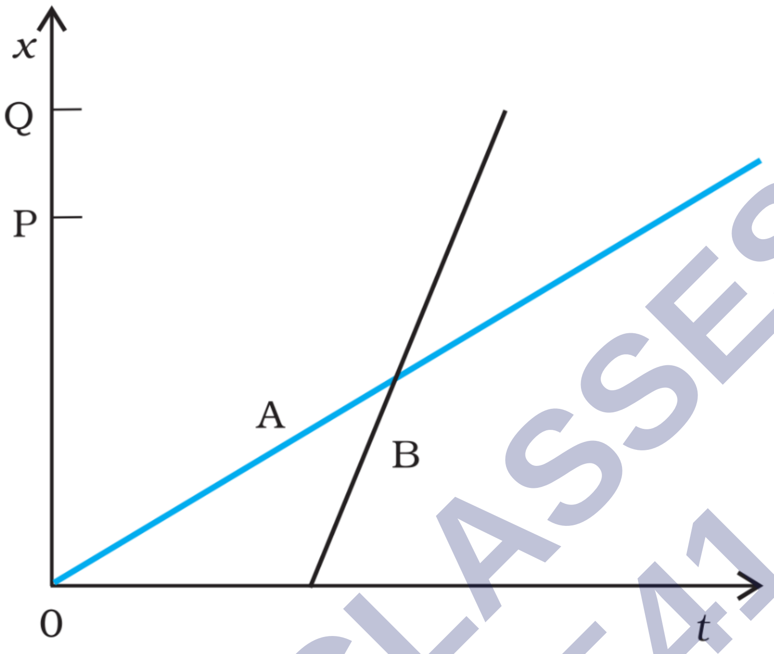
a. रेलगाड़ी दो स्टेशनों के बीच बिना झटके के चल रही है, अत: दोनों स्टेशनों के बीच की दूरी को रेलगाड़ी की लम्बाई की तुलना में अधिक माना जा सकता है। इसलिए रेलगाड़ी को बिन्दु वस्तु माना जाएगा।
b. चूंकि बन्दर द्वारा यथोचित समय में तय की गई दूरी अधिक है, अत: बन्दर को बिन्दु वस्तु माना जाएगा।
c. चूंकि गेंद का मुड़ना सरल नहीं है, अतः यथोचित समय में गेंद द्वारा तय की गई दूरी अधिक नहीं है। इसलिए गेंद को बिन्दु वस्तु नहीं माना जा सकता है।
d. चूंकि बीकर मेज के किनारे से फिसलकर गिरता है, अतः यथोचित समय में इसके द्वारा तय की गई दूरी अधिक नहीं है। इसलिए इसे बिन्दु वस्तु नहीं माना जा सकता।

प्रश्न 2 दो बच्चे A व B अपने विद्यालय O से लौटकर अपने-अपने घर मे क्रमशः P तथा Q को जा रहे हैं। उनके स्थिति-समय (x-t) ग्राफ में दिखाए गए हैं। नीचे लिखे कोष्ठकों में सही प्रविष्टियों को चुनिए-

a. B/A की तुलना में A/B विद्यालय से निकट रहता है।
b. B/A की तुलना में A/B विद्यालय से पहले चलता है।
c. B/A की तुलना में A/B तेज चलता है।

d. A और B घर (एक ही/ भिन्न) समय पर पहुँचते हैं।

e. A/B सड़क पर B/A से (एक बार/ दो बार) आगे हो जाते हैं।



उत्तर-

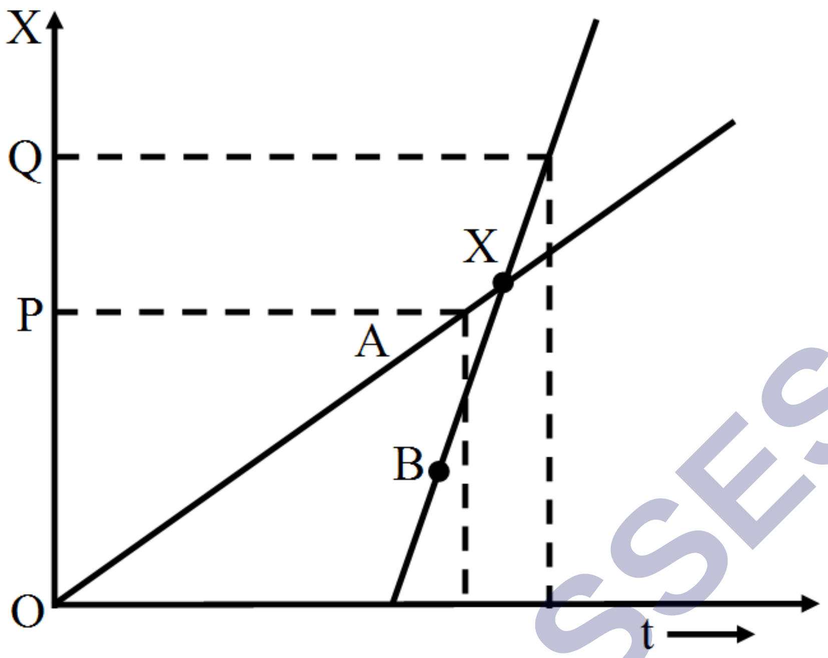
a. B की तुलना में A विद्यालय से निकट रहता है, क्योंकि B अधिक दूरी तय करता है [OP < OQ]

b. B की तुलना में A विद्यालय से पहले चलता है, क्योंकि A के लिए गति प्रारम्भ का समय t = 0 है परन्तु B के गति प्रारम्भ के लिए समय हैं का निश्चित धनात्मक मान है।

c. A की तुलना में B तेज चलता है, क्योंकि B के ग्राफ का ढाल A के ग्राफ के ढाल से अधिक है।

d. A और B घर भिन्न समय पर पहुँचते हैं।

e. B सड़क और A से एक बार आगे हो जाता है (प्रतिच्छेद बिन्दु X के बाद)।



प्रश्न 3 एक महिला अपने घर से प्रातः 9.00 बजे 2.5km दूर अपने कार्यालय के लिए सीधी सड़क पर $5km\text{-}h^{-1}$ चाल से चलती है। वहाँ वह सायं 5.00 बजे तक रहती है और $25km\text{-}h^{-1}$ की चाल से चल रही किसी ऑटो रिक्शा द्वारा अपने घर लौट आती है। उपयुक्त पैमाना चुनिए तथा उसकी गति का x-t ग्राफ खींचिए।

उत्तर- महिला द्वारा घर से कार्यालय तक पहुँचने में लिया गया समय,

$$t_1 = \frac{\text{दुरी}}{\text{चाल}} = \frac{2.5 \text{ किमी}}{5.0 \text{ किमी/घण्टा}} = \frac{1}{2} \text{ घण्टा} = 0.5 \text{ घण्टा} = 30 \text{ मिनट}$$

महिला के कार्यालय पहुँचने का समय = 9.00 + 0.30 = 9.30 प्रायः

कार्यालय में ठहरने का समय = 9.30 प्रायः से 5.00 सायं

महिला द्वारा कार्यालय से घर तक वापस लौटने में लिया गया समय,

$$t_2 = \frac{\text{दुरी}}{\text{ऑटो रिक्शा की चाल}}$$

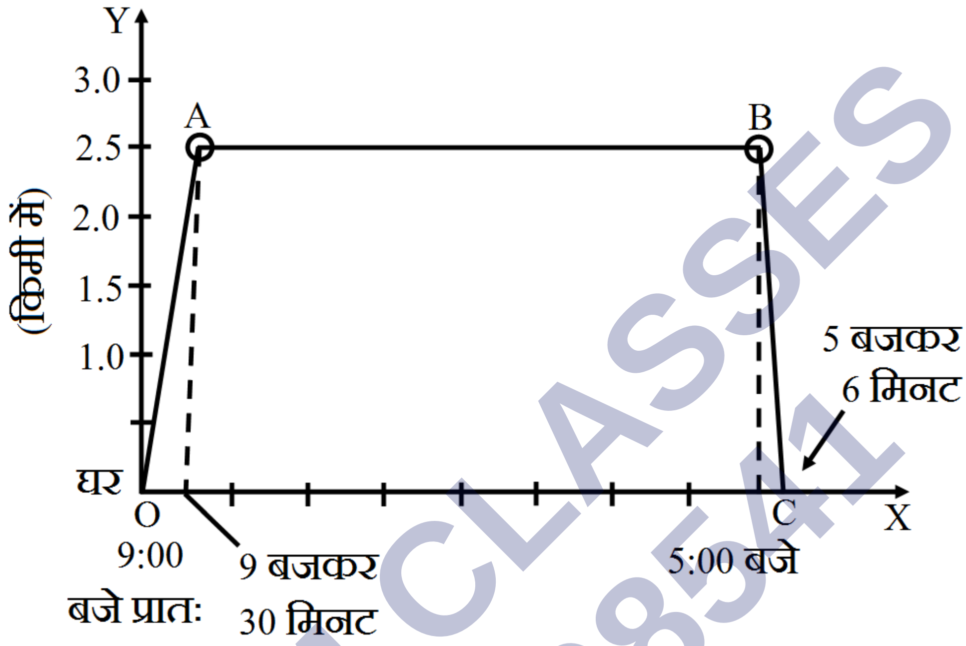
$$= \frac{2.5 \text{ किमी}}{25 \text{ किमी/घण्टा}}$$

$$= \frac{1}{10} \text{ घण्टा} = 6 \text{ मिनट}$$

महिला के घर पहुँचने का समय = 5.06 सायं

पैमाना- X-अक्ष पर 10 खाने = 1 घण्टा

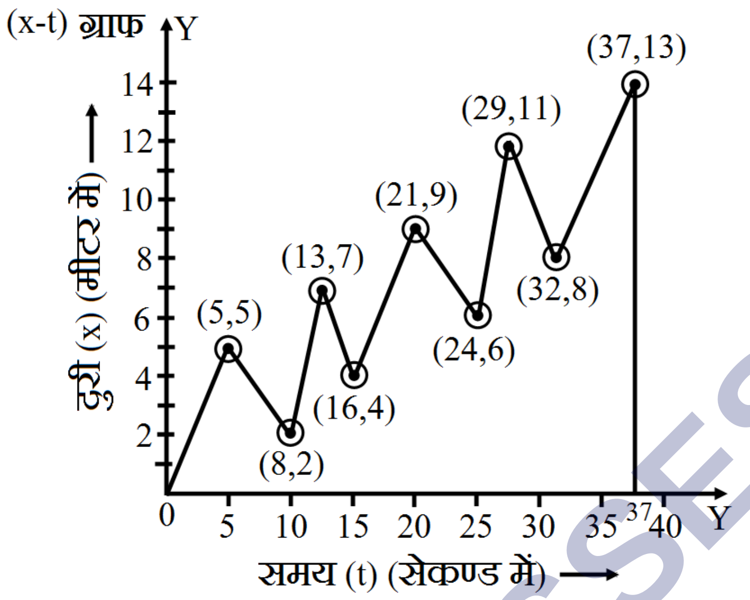
Y-अक्ष पर 20 खाने = 1 किमी



प्रश्न 4 कोई शराबी किसी तंग गली में 5 कदम आगे बढ़ता है और 3 कदम पीछे आता है, उसके बाद फिर 5 कदम आगे बढ़ता है और 3 कदम पीछे आता है, और इसी तरह वह चलता रहता है। उसका हर कदम 1m लम्बा है और 1s समय लगता है। उसकी गति का x-t ग्राफ खींचिए। ग्राफ से तथा किसी अन्य विधि से यह ज्ञात कीजिए कि वह जहाँ से चलना प्रारम्भ करता है वहाँ से 13m दूर किसी गड्ढे में कितने समय पश्चात गिरता है?

उत्तर- शराबी गति आरम्भ करने के स्थान से 13 किमी दूर गड्ढे में 37 सेकण्ड बाद गिरेगा।

(∵ 13 मी के संगत ग्राफ से समय-अक्ष पर समय 37 सेकण्ड है।)



गणना:

प्रथम 8 कदम अर्थात् 8 सेकण्ड में शराबी का गत्यारम्भ के स्थान से विस्थापन अर्थात् उसके द्वारा तय नेट दूरी = (5 - 3) मी = 2 मी

इस प्रकार अगले 8 कदम तक (16 कदमों में) अर्थात्

16 सेकण्ड में नेट दूरी = (2 + 2) मी

= 4 मी

24 कदमों में अर्थात् 24 सेकण्ड में नेट दूरी = (2 + 2 + 2) मी

= 6 मी 32 कदमों में अर्थात् 32 सेकण्ड में नेट दूरी।

= (2 + 2 + 2 + 2) मी = 8 मी

37 कदमों में अर्थात् 37 सेकण्ड में नेट दूरी

= 8 मी + 5 मी

= 13 मी

अतः गत्यारम्भ के स्थान से 13 मी दूर स्थित गड्ढे में गिरने में शराबी द्वारा लिया गया समय = 37 कदमों का समय

= 37 सेकण्ड

प्रश्न 5 कोई जेट वायुयान 500km-h^{-1} की चाल से चल रहा है और यह जेट वायुयान के सापेक्ष 1500km-h^{-1} की चाल से अपने दहन उत्पादों को बाहर निकालता है। जमीन पर खड़े किसी प्रेक्षक के सापेक्ष इन दहन उत्पादों की चाल क्या होगी?

उत्तर- जेट का वेग = v_J = -500km-h^{-1} (प्रेक्षक से दूर)

जेट के सापेक्ष दहन उत्पाद बाहर निकालने का आपेक्षिक वेग = v_{eJ} = 1500km-h^{1}

यदि बाहर निकलने वाले उत्पादों का वेग v_e हो तो $v_{eJ} = v_e - v_J$

या $v_e = v_{eJ} + v_J$ = 1500 + (-500) = 1000km/h

प्रश्न 6 सीधे राजमार्ग पर कोई कार 126km-h^{-1} की चाल से चल रही है। इसे 200m की दूरी पर रोक दिया जाता है। कार के मन्दन को एकसमान मानिए और इसका मान निकालिए। कार को रुकने में कितना समय लगा?

उत्तर-

कार की प्रारम्भिक चाल, u = 126 किमी/ घण्टा

1 किमी/ घण्टा $= \frac{1000\text{m}}{3600\text{s}} = \frac{5}{18}$ मी/ से

$\therefore \mathbf{u} = \mathbf{126} \times \frac{5}{18} = \mathbf{35}$ मी/ से

कार की अन्तिम चाल, v = 0, तय की गई दूरी, s = 200 मीटर

सूत्र, $\mathbf{v}^2 = \mathbf{u}^2 + \mathbf{2as}$ से,

त्वरण $(\mathrm{a}) = \frac{v^2 - u^2}{2s} = \frac{0-(35)^2}{2\times200}$

$= -\mathbf{3.60}$ मी/ से^{2}

$\therefore$ कार का मंदन = 3.06 मी/ से^{2}

यदि कार द्वारा लिया गया समय t हो तो, सूत्र

$v = u + at$ से

$0 = 35 - 3.06t$

$3.06t = 35$

$t = \frac{35}{3.06} = 11.4$ सेकण्ड

प्रश्न 7 दो रेलगाड़ियाँ A व B दो समान्तर पटरियों पर $72 km\text{-}h^{-1}$ की एकसमान चाल से एक ही दिशा में चल रही हैं। प्रत्येक गाड़ी 400m लम्बी है और गाड़ी A गाड़ी B से आगे है। B का चालक A से आगे निकलना चाहता है तथा $1 m\text{-}s^{-2}$ से इसे त्वरित करता है। यदि 50s के बाद B को गार्ड A के चालक से आगे हो जाता है तो दोनों के बीच आरम्भिक दूरी कितनी थी?

उत्तर- रेलगाड़ियों की प्रारम्भिक तथा अन्तिम स्थितियाँ दिखायी गयी हैं।

प्रत्येक गाड़ी की प्रारम्भिक चाल (v_0) = 72 किमी/ घण्टा = 20 मी/ से

A गाड़ी की चाल नियत है तथा B गाड़ी का त्वरण a = 1 मी/ से^{2}

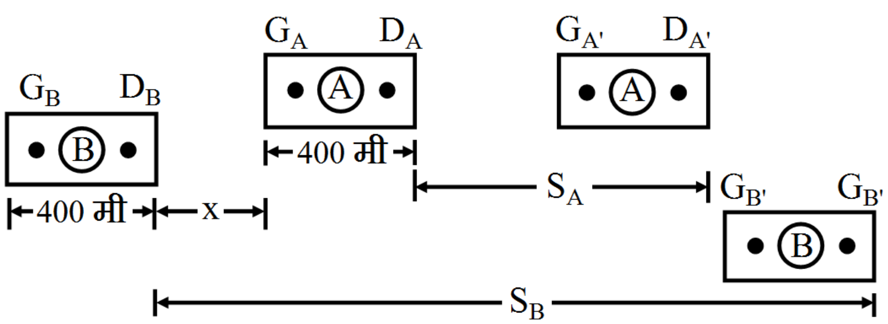
D ड्राइवर तथा G गार्ड का संकेत है।

t = 50 सेकण्ड में रेलगाड़ी A द्वारा नियत चाल से तय की गयी दूरी

$s_A = (v_0) \times t$

$= 20 \times 50$ मी

$= 1000$ मी



तथा B द्वारा त्वरित गति से तय की गयी दूरी

$$s_B = (v_0) \times t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= \left[20 \times 50 + \frac{1}{2} \times 1 \times (50)^2\right] \text{ मी}$$

$$= 2250 \text{ मी}$$

x = प्रारम्भ में गाड़ियों के बीच की दूरी

$$s_B = x + 400 + s_A + 400$$

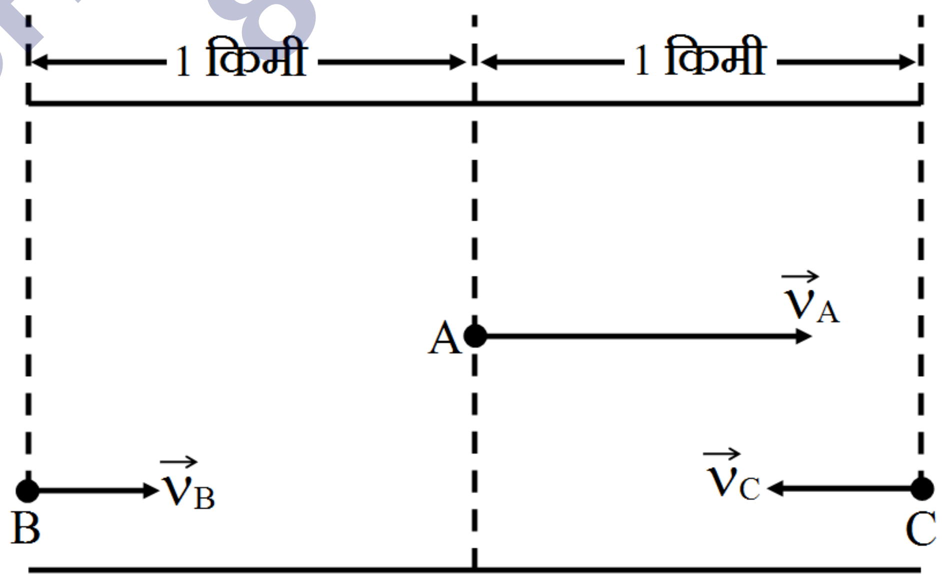
$$x = s_B - s_A + 800$$

$$= (2250 - 1000 - 800) \text{ मी}$$

यह प्रारम्भ में A रेलगाड़ी के गार्ड तथा B रेलगाड़ी के ड्राइवर के बीच की दूरी है।

प्रश्न 8 दो लेन वाली किसी सड़क पर कार A 36km-h^{-1} की चाल से चल रही है। एक-दूसरे की विपरीत दिशाओं में चलती दो कारें B वा C जिनमें से प्रत्येक की चाल 54km-h^{-1} है, कार A तक पहुँचना चाहती है। किसी क्षण जब दूरी AB दूरी AC के बराबर है तथा दोनों 1km हैं, कार B का चालक यह निर्णय करता है कि कार C के कार A तक पहुँचने के पहले ही वह कार A से आगे निकल जाए। किसी दुर्घटना से बचने के लिए कार B का कितना न्यूनतम त्वरण जरूरी है?

उत्तर-



कार A की चाल $= \left(54 \times \frac{5}{18}\right)$ मी/ से = 10 मी/ से

कार B तथा कार C दोनों की चाल एकसमान है, अर्थात्

$v_B = v_C = 54$ किमी/ घण्टा $= \left(54 \times \frac{5}{18}\right)$ मी/ से = 15 मी/ से

A के सापेक्ष कार C का आपेक्षिक वेग

$v_{CA} = (v_C + v_A) = (10 + 15)$ मी/ से

$= 25$ मी/ से

$AB = AC = 1$ किमी (दिया है)

माना कार C द्वारा दुरी AC तय करने में लगा समय 't' है।

चूँकि कार C का वेग नियत है, अतः सूत्र $x = u \times t$ से,

$AC = v_{CA} \times t$

$t = \frac{AC}{v_{CA}} = \frac{1000m}{25m/s} = 40$ सेकण्ड

माना कार B का त्वरण 'a' है तथा यह t = 40 सेकण्ड में BA = 1 किमी या 1000 मी दूरी तय करेगी।

सूत्र- $x_1 - x_0 = (v_0)t + \frac{1}{2}at^2$

$AB = v_{BA} \times t + \frac{1}{2}at^2$

$\therefore\ 1000 = 5 \times 40 + \frac{1}{2} \times a \times 40^2$

$1000 = 200 + 800a$

$\therefore\ a = \left(\frac{1000-200}{800}\right)$ मी/ से^{2} = 1 मी/ से^{2}

प्रश्न 9 दो नगर A व B नियमित बस सेवा द्वारा एक-दूसरे से जुड़े हैं और प्रत्येक T मिनट के बाद दोनों तरफ बसें चलती हैं। कोई व्यक्ति साइकिल से 20km-h^{-1} की चाल से A से B की तरफ जा रहा है और यह नोट करता है कि प्रत्येक 18 मिनट के बाद एक बस उसकी गति की दिशा में तथा प्रत्येक 6 मिनट बाद उसके विपरीत दिशा में गुजरती है। बस सेवाकाल T कितना है और बसें सड़क पर किस चाल (स्थिर मानिए) से चलती हैं?

उत्तर-

माना vb = प्रत्येक बस की चाल

तथा vc = साइकिल-सवार की चाल

साइकिल सवार की गति की दिशा में चल रही बसों की आपेक्षिक चाल = vb - vc

साइकिल सवार की गति की दिशा में प्रत्येक 18min या $\frac{18}{60}$ h बाद एक बस गुजरती है।

$\therefore$ पार की गई दूरी $(v_b - v_c) \times \frac{18}{60}$ है।

चूँकि बसें प्रत्येक T मिनट बाद चलती है, इसलिए दूरी $v_b \times \frac{T}{60}$ के तुल्य होगी।

$$\therefore (v_b - v_c) \times \frac{18}{60} = v_b \times \frac{T}{60} \ldots (i)$$

साइकिल-सवार की विपरीत दिशा में प्रत्येक 6min के बाद गुजरने वाली बसों का आपेक्षिक वेग $(v_b + v_c)$ है।

$\therefore$ चली गई दूरी $(v_b + v_c) \times \frac{6}{60}$ है।

$$\therefore \ (v_b + v_c) \times \frac{6}{60} = v_b \times \frac{T}{60} \ldots (ii)$$

समीकरण (1) को समीकरण (2) से भाग देने पर,

$$\left(\frac{v_b - v_c}{v_b + v_c}\right) \times \frac{18}{6} = 1$$

हल करने पर, $v_b = 2v_c$

परन्तु $v_c = 20\text{km-h}^{-1}$

$\therefore$ बसों की चाल $v_b = 40\text{km-h}^{-1}$

समीकरण (1) से, $(40 - 20) \times \frac{18}{20} = 40 \times \frac{T}{60}$

$$T = 9\text{min}$$

प्रश्न 10 कोई खिलाड़ी एक गेंद को ऊपर की ओर आरम्भिक चाल 29ms^{-1} से फेंकता है-

a. गेंद की ऊपर की ओर गति के दौरान त्वरण की दिशा क्या होगी?

b. इसकी गति के उच्चतम बिन्दु पर गेंद के वेग व त्वरण क्या होंगे?

c. गेंद के उच्चतम बिन्दु पर स्थान के समय को x = 0 व t = 0 चुनिए, ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर की दिशा को X-अक्ष की धनात्मक दिशा मानिए। गेंद की ऊपर की व नीचे की ओर गति के दौरान स्थिति, वेग व त्वरण के चिह्न बताइए।

d. किस ऊँचाई तक गेंद ऊपर जाती है और कितनी देर के बाद गेंद खिलाड़ी के हाथों में आ . जाती है? [g = 9.8m-s^{-2} तथा वायु का प्रतिरोध नगण्य है।]

उत्तर-

a. गेंद गुरुत्व के कारण त्वरण का प्रभाव अनुभव करती है जो सदैव ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर कार्य करता है।

b. उच्चतम बिन्दु पर वेग = शून्य

उच्चतम बिन्दु पर त्वरण g = 9.8ms-2 (ऊर्ध्वाधर नीचे की ओर)

c. ऊपर की ओर गति के लिए-

- स्थिति धनात्मक।
- वेग ऋणात्मक।
- त्वरण धनात्मक।

नीचे की ओर गति के लिए-

- स्थिति धनात्मक।
- वेग धनात्मक।
- त्वरण धनात्मक।

d.

ऊपर की ओर गति के दौरान,

$$u = -29\text{m-s}^{-1}, a = 9.8\text{m-s}^{-2}, v = 0$$

समीकरण, $v^2 = u^2 + 2as$ से,

$$0^2 = (-29)^2 + 2 \times 9.8 \times s$$

$$s = \frac{-(-29)^2}{2 \times 9.8} = -45.91\text{m}$$

इसके अतिरिक्त $v = u + at$ से,

$$0 = (-29) + 9.8t$$

$$t = \frac{29}{9.8} = 2.96\text{s}$$

कुल समय $= 2.96\text{s} + 2.96\text{s}$

$= 5.29\text{s}$ [∵ ऊपर जाने में लगा समय = नीचे आने में लगा समय]

अर्थात गेंद 42.91m की ऊँचाई तक ऊपर जाती है, तथा फेंकने के क्षण से 5.29s बाद खिलाड़ी के हाथों में आ जाती है।

प्रश्न 11 नीचे दिए गए कथनों को ध्यान से पढिए और कारण बताते हुए व उदाहरण देते हुए बताइए कि वे सत्य हैं या असत्य, एकविमीय गति में किसी कण की-

a. किसी क्षण चाल शून्य होने पर भी उसका त्वरण अशून्य हो सकता है।

b. चाल शून्य होने पर भी उसका वेग अशून्य हो सकता है।

c. चाल स्थिर हो तो त्वरण अवश्य ही शून्य होना चाहिए।

d. चाल अवश्य ही बंढती रहेगी, यदि उसका त्वरण धनात्मक हो।

उत्तर-

a. सत्य, सरल आवर्त गति करते कण की महत्तम विस्थापन की स्थिति में कण की चाल शून्य होती है, जबकि त्वरण महत्तम (अशून्य) होता है।

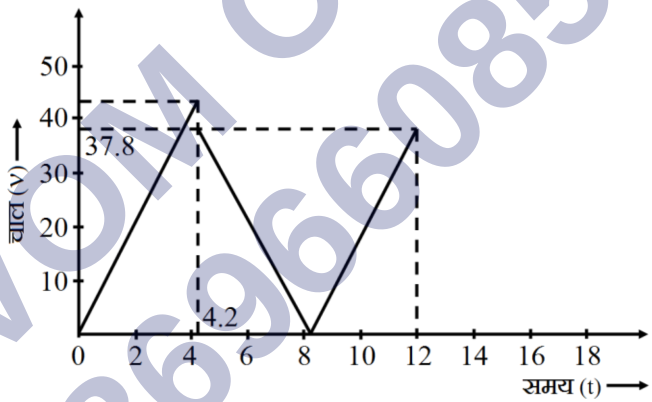
b. असत्य, चाल शून्य होने का अर्थ है कि कण के वेग का परिमाण शून्य है।

c. असत्य, एकसमाने वृत्तीय गति करते हुए कण की चाल स्थिर रहती है तो भी उसकी गति में। अभिकेन्द्र त्वरण कार्य करता है।

d. असत्य, यह केवल जब सत्य हो सकता है जबकि चुनी गई धनात्मक दिशा गति की दिशा के अनुदिश हो।

प्रश्न 12 किसी गेंद को 90m की ऊँचाई से फर्श पर गिराया जाता है। फर्श के साथ प्रत्येक टक्कर में गेंद की चाल $\frac{1}{10}$ कम हो जाती है। इसकी गति का t = 0 से 12s के बीच चाल-समय ग्राफ खींचिए।

उत्तर-



यहाँ $u_1 = 0, s_1 = 90m, a_1 = 9.8ms^{-2}$

$v_1^2 - u_1^2 = 2a_1s_1$ द्वारा,

$v_1^2 - 0 = 2 \times 9.8 \times 90$

$v_1 = \sqrt{1764ms^{-1}}$

$v_1 = 42m\text{-}s^{-1}$

$\therefore\ 42 - 0 = 9.8 \times t_1$

$t_1 = \frac{4.2}{9.8} \approx 4.2s$

पुनः $u_2 = v_1 - \frac{v_1}{10}$

$= 42 - 4.2 = 37.8m\text{-}s^{-1}$

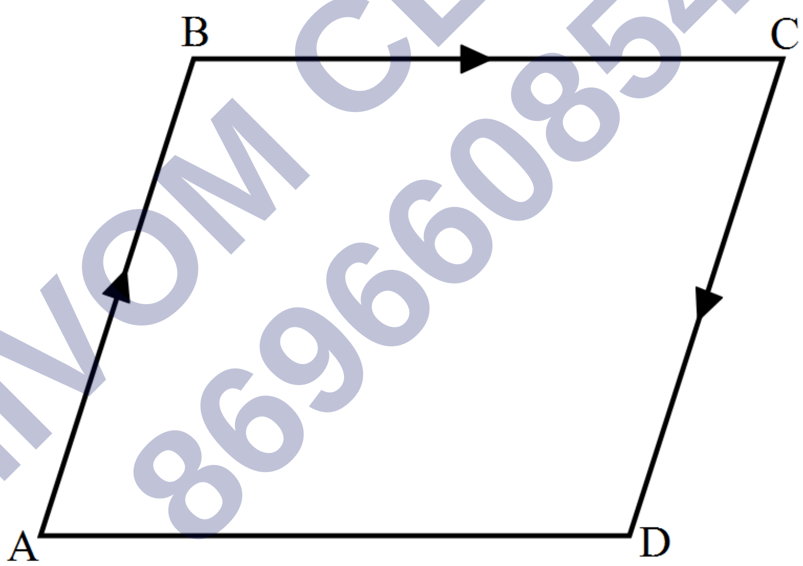
प्रश्न 13 उदाहरण सहित निम्नलिखित के बीच के अन्तर को स्पष्ट कीजिए-

a. किसी समय अन्तराल में विस्थापन के परिमाण (जिसे कभी-कभी दूरी भी कहा जाता है)। और किसी कण द्वारा उसी अन्तराल के दौरान तय किए गए पथ की कुल लम्बाई।

b. किसी समय अन्तराल में औसत वेग के परिमाण और उसी अन्तराल में औसत चाल (किसी समय अंतराल में किसी कण की औसत चाल को समय अन्तराल द्वारा विभाजित की गई कुल पथ-लम्बाई के रूप में परिभाषित किया जाता है। प्रदर्शित कीजिए कि (a) व (b) दोनों में ही दूसरी राशि-पहली से अधिक या उसके बराबर है। समता का चिह्न कब सत्य होता है? (सरलता के लिए केवल एकविमीय गति पर विचार कीजिए।)

उत्तर-

a.



किसी निश्चित समयांतराल में किसी कण का विस्थापन उसकी प्रारम्भिक एवं अंतिम स्थितियों के बीच की लघुत्तम दूरी के परिमाण के बराबर होता है जबकि उसके पथ की कुल लम्बाई कण द्वारा वास्तव में तय किए गए पथ की लम्बाई के बराबर होती है। यदि कण अपनी गति बिंदु A से प्रारम्भ A करता है तथा A से B तक, B से C तक उसके पश्चात C से D तक जाता है तब,

कण का विस्थापन = दूरी AD पथ की कुल लम्बाई

कण का विस्थापन = दूरी AB + दूरी BC + दूरी CD

b. एक विमीय गति में विस्थापन या तो कण द्वारा तय किए गए पथ की कुल लम्बाई के बराबर होता है या उससे कम होता है।

औसत वेग कुल विस्थापन तथा उसमें कुल लगे समय के अनुपात के बराबर होता है।

$$\therefore \text{ औसत वेग का परिमाण} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{AD}{t}$$

औसत चाल कुल तय दूरी तथा उसमें लगे समय के अनुपात के बराबर होती है।

$$\therefore \quad \text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दुरी}}{\text{कुल समय}}$$

$$= \frac{AB + BC + CD}{t}$$

अतः एकविमीय गति में किसी निश्चित समयांतराल के लिए औसत वेग का परिमाण या तो औसत चाल के बराबर है या फिर उससे कम होता है।

प्रश्न 14 कोई व्यक्ति अपने घर से सीधी सड़क पर $5 km\text{-}h^{-1}$ की चाल से 2.5km दूर बाजार तक पैदल जाता है। परन्तु बाजार बन्द देखकर वह उसी क्षण वापस मुड़ जाता है तथा $7.5 km\text{-}h^{-1}$ की चाल से घर लौट आता है। समय अन्तराल (i) 0-30 मिनट, (ii) 0-50 मिनट, (iii) 0-40 मिनट की अवधि में उस व्यक्ति (a) के माध्य वेग का परिमाण तथा (b) की माध्य चाल क्या है?

(नोट- आप इस उदाहरण से समझ सकेंगे कि औसत चाल को औसत-वेग के परिमाण के रूप में परिभाषित करने की अपेक्षा समय द्वारा विभाजित कुल पथ-लम्बाई के रूप में परिभाषित करना अधिक अच्छा क्यों है? आप थक कर घर लौटे उस व्यक्ति को यह बताना नहीं चाहेंगे कि उसकी औसत चाल शून्य थी।)

उत्तर-

व्यक्ति को घर से बाजार, तक जाने में लगा समय,

$$t_1 = \frac{\text{दुरी}}{\text{चाल}} = \frac{2.5 \text{ किमी}}{5.0 \text{ किमी/घण्टा}} = \frac{1}{2} \text{ घण्टा} = 30 \text{ मिनट}$$

व्यक्ति को बाजार से घर तक वापस आने में लगा समय,

$$t_2 = \frac{\text{दुरी}}{\text{चाल}} = \frac{2.5 \text{ किमी}}{7.5 \text{ किमी/घण्टा}} = \frac{1}{3} \text{ घण्टा} = 20 \text{ मिनट}$$

0-30 मिनट समयांतराल में,

व्यक्ति के माध्य वेग का परिणाम = बाजार पहुँचने के क्षण उसके

वेग का परिणाम = 5 किमी/ घण्टा

माध्य चाल = बाजार पहुँचने के क्षण वेग का परिणाम = 5 किमी/ घण्टा

0-50 मिनट समयांतराल में,

व्यक्ति द्वारा लिया गया कुल समय = $t_1 + t_2$ = (30 + 20) मिनट = 50 मिनट

$= \left(\frac{50}{60}\right)$ घण्टा $= \left(\frac{5}{6}\right)$ घण्टा

व्यक्ति द्वारा तय की गयी दुरी (पथ की लम्बाई) = 2.5 किमी + 2.5 किमी = 5.0 किमी

तथा व्यक्ति का विस्थापन = 2.5 किमी - 2.5 किमी = 0

$$\text{औसत वेग का परिमाण} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{कुल समय}} = \frac{0}{(5/6) \text{ घण्टा}} = 0$$

$$\text{माध्य चाल} = \frac{\text{कुल पथ की लम्बाई}}{\text{कुल समय}} = \frac{5 \text{ किमी}}{(5/6) \text{ घण्टा}} = 6 \text{ किमी/घण्टा}$$

0-40 मिनट के समया-अन्तराल में,

गति आरम्भ से t_1 = 30 मिनट में तय की दूरी = 2.5 किमी (बाजार की और) अथार्त शेष t_2 = (40 - 30) = 10 मिनट में तय की गयी दूरी = चाल × समय

$= 7.5$ किमी/ घण्टा $\times \left(\frac{10}{60}\right)$ घण्टा = 1.25 किमी (घर की और)

$$\text{औसत वेग का परिमाण} = \frac{\text{विस्थापन}}{\text{समय}} = \frac{2.5 \text{ किमी} - 1.25 \text{ किमी}}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right) \text{ घण्टा}}$$

$= \left(\frac{15}{8}\right)$ किमी/ घण्टा = 1.875 किमी/ घण्टा

$$\text{औसत चाल} = \frac{\text{कुल दुरी}}{\text{कुल समय}} = \frac{2.5 \text{ किमी} - 1.25 \text{ किमी}}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right) \text{ घण्टा}}$$

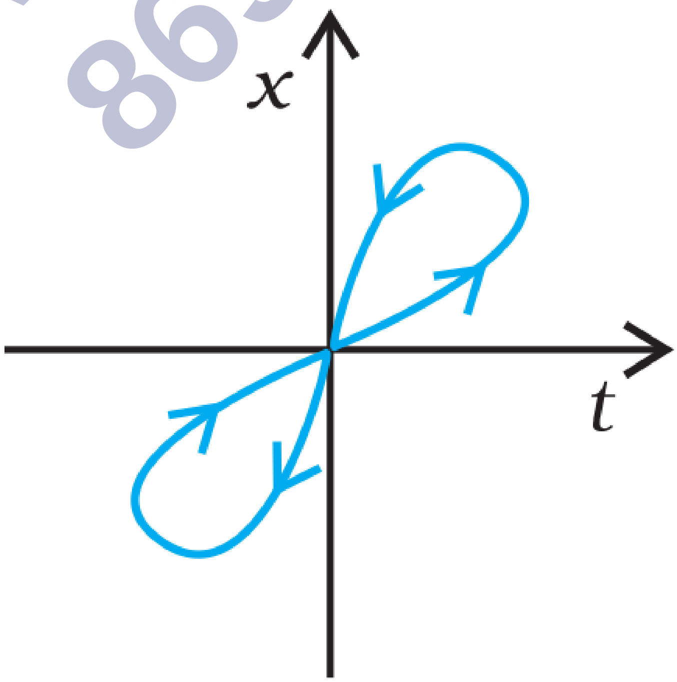
$= \frac{45}{8}$ किमी/ घण्टा = 5.625 किमी/ घण्टा

प्रश्न 15 यदि हम तात्क्षणिक चाल व वेग के परिमाण पर विचार करते हैं तो इस तरह का अन्तर करना आवश्यक नहीं होता। तात्क्षणिक चाल हमेशा तात्क्षणिक वेग के बराबर होती है। क्यों?

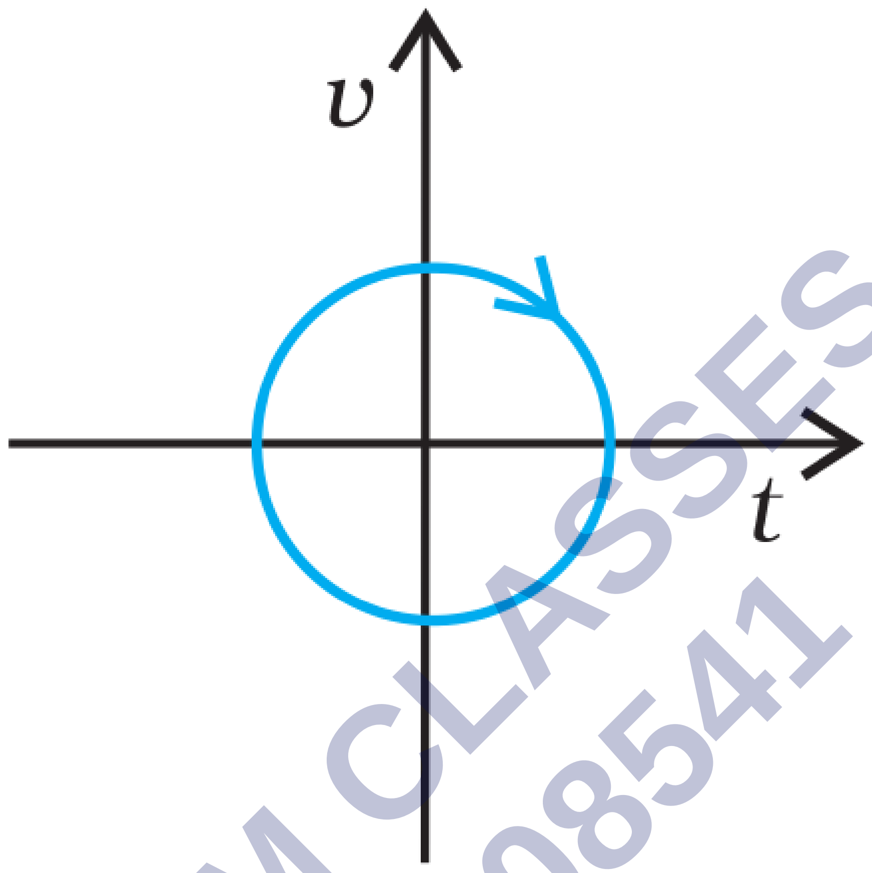
उत्तर- तात्क्षणिक वेग को किसी क्षण विशेष पर वेग परिभाषित करते हैं, जबकि तात्क्षणिक चाल, औसत चाल का सीमान्त मान है अर्थात् उस क्षण विशेष पर दूरी के समय के सापेक्ष प्रथम अवकलन $\left(\frac{dx}{dt}\right)$ के बराबर होता है। जब समयांतराल अत्यन्त सूक्ष्म होता है तब विस्थापन का परिमाण तय दूरी के बराबर होता है अतः तात्क्षणिक वेग का परिमाण, तात्क्षणिक चाल के ठीक बराबर होता है।

प्रश्न 16 ग्राफों को ध्यान से देखिए और देखकर बताइए कि एकविमीय गति को सम्भवतः नहीं दर्शा सकता?

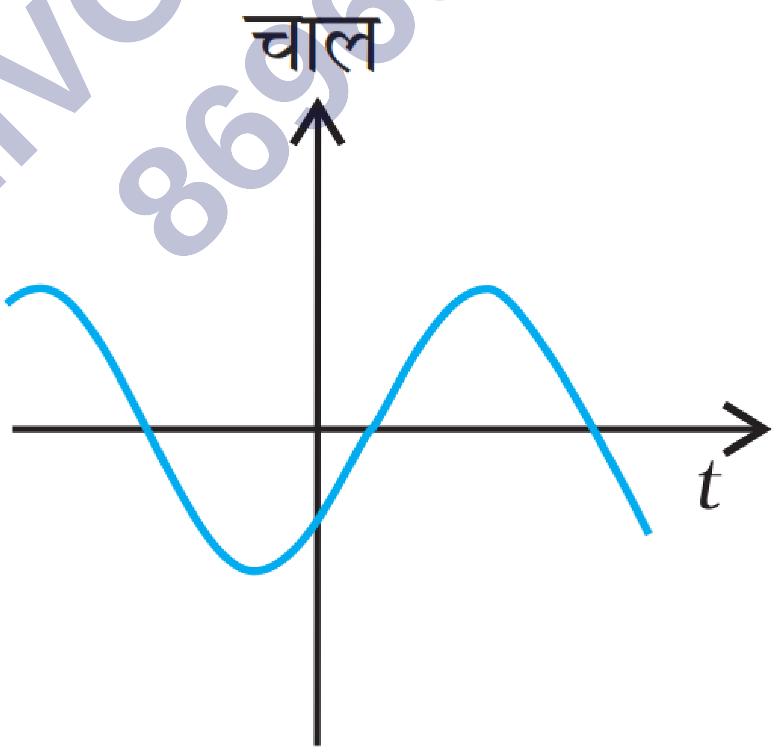
a.



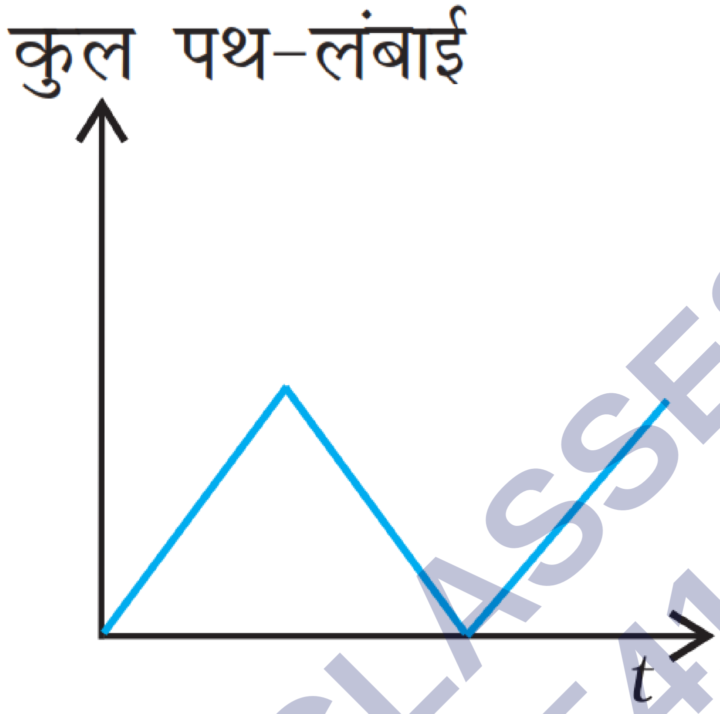
b.



c.



d.



उत्तर-

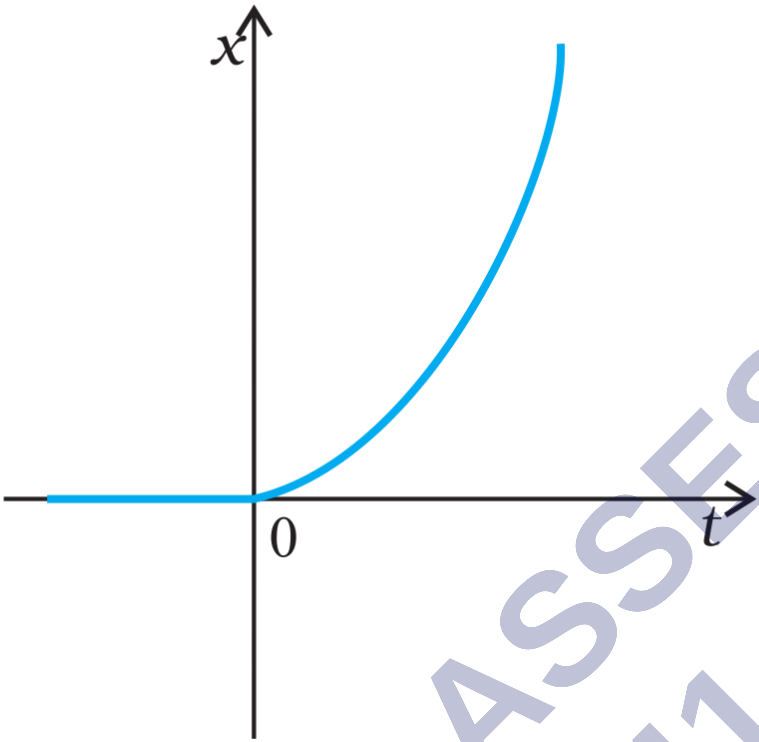
a. यह ग्राफ एकविमीय गति प्रदर्शित नहीं करता, चूंकि किसी एक क्षण पर कण की दो स्थितियाँ एकविमीय गति में सम्भव नहीं होतीं।

b. यह ग्राफ एकविमीय गति प्रदर्शित नहीं करता, चूँकि किसी क्षण पर कण का वेग धनात्मक तथा ऋणात्मक दोनों दिशाओं में है, जो एकविमीय गति में सम्भव नहीं है।

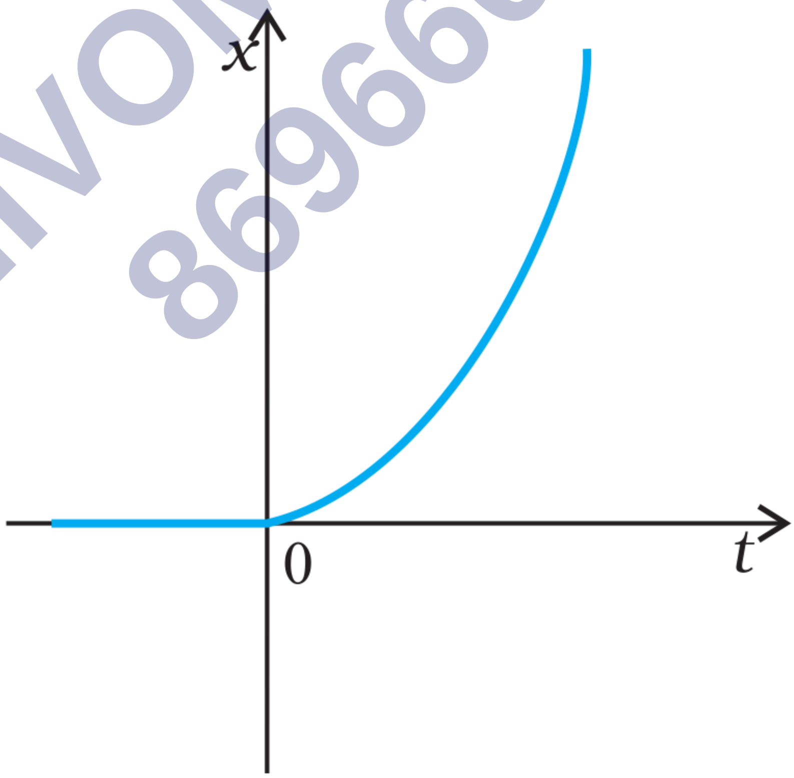
c. यह ग्रफ भी एकविमीय गति प्रदर्शित नहीं करता, चूँकि यह ग्राफ कण की ऋणात्मक चाल व्यक्त कर रहा है तथा कण की चाल ऋणात्मक नहीं हो सकती।

d. यह ग्राफ भी एकविमीय गति प्रदर्शित नहीं करता, चूँकि यह प्रदर्शित कर रहा है कि कुल पथ की लम्बाई एक निश्चित समय के पश्चात् घट रही है, परन्तु गतिमान कण की कुल पथ-लम्बाई कभी भी समय के साथ नहीं घटती।

प्रश्न 17 किसी कण की एकविमीय गति का x-t ग्राफ दिखाया गया है। ग्राफ से क्या यह कहना ठीक होगा कि यह कण है $t < 0$ के लिए किसी सरल रेखा में और है $t > 0$ के लिए किसी परवलीय पथ में गति करता है। यदि नहीं, तो ग्राफ के संगत किसी उचित भौतिक सन्दर्भ का सुझाव दीजिए।



उत्तर- यह कहना ठीक नहीं होगा कि यह कण है t < 0 के लिए किसी सरल रेखा में और t > 0 के लिए किसी परवलीय पथ में गति करता है, चूँकि x-t ग्राफ कण का पथ प्रदर्शित नहीं कर सकता।



ग्राफ द्वारा t = 0 पर x = 0 प्रदर्शित है, अत: ग्राफ गुरुत्व के अन्तर्गत गिरती हुई किसी वस्तु की गति प्रदर्शित कर सकता है।

प्रश्न 18 किसी राजमार्ग पर पुलिस की कोई गाड़ी 30km/ h की चाल से चल रही है और यह उसी दिशा में 192km/ h की चाल से जा रही किसी चोर की कार पर गोली चलाती है। यदि गोली की नाल मुखी चाल 150m-s^{-1} है तो चोर की कार को गोली किस चाल के साथ आघात करेगी?

(नोट- उस चाल को ज्ञात कीजिए जो चोर की कार को हानि पहुँचाने में प्रासंगिक हो।)

उत्तर-

चोर की कार की चाल v_t = 192

किमी/ घण्टा $= \left(192 \times \frac{5}{18}\right)$

मी/ से $= \left(\frac{160}{3}\right)$ मी/ से

पुलिस की कार की चाल v_p = 30

किमी/ घण्टा $= \left(30 \times \frac{5}{18}\right)$

मी/ से $= \left(\frac{25}{3}\right)$ मी/ से

पुलिस की कार (चाल) के सापेक्ष गोली की चाल, v_{bp} = 150 मी/ से

पुलिस की कार के सापेक्ष चोर की कार की आपेक्षिक चाल

$$\mathbf{v}_{tp} = \mathbf{v}_t - \mathbf{v}_p$$

$= \left(\frac{160}{3} - \frac{25}{3}\right)$ मी/ से

$= \frac{135}{3}$ मी/ से

$= 45$ मी/ से

चोर की कार से गोली के टकराने की चाल = पुलिस की कार के सापेक्ष गोली की आपेक्षिक चाल - पुलिस की कार के सापेक्ष चोर की कार की चाल

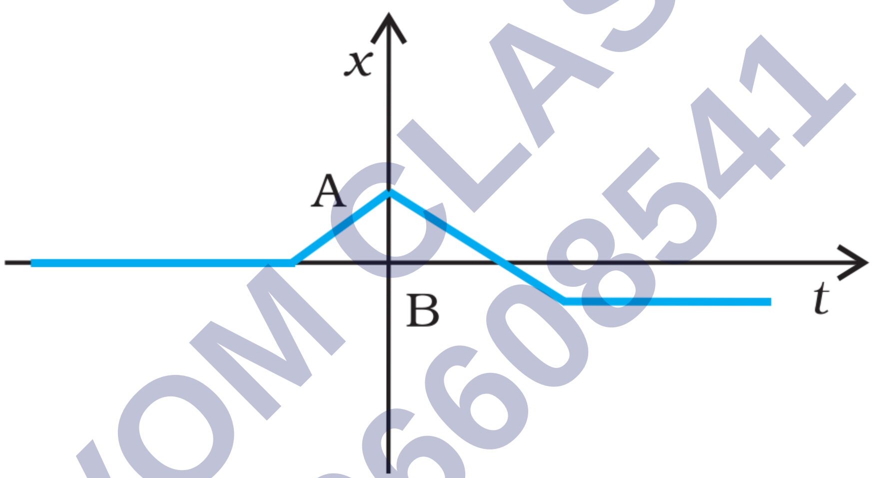
$= v_{bp} - v_{tp}$

= 150 मी/ से - 45 मी/ से

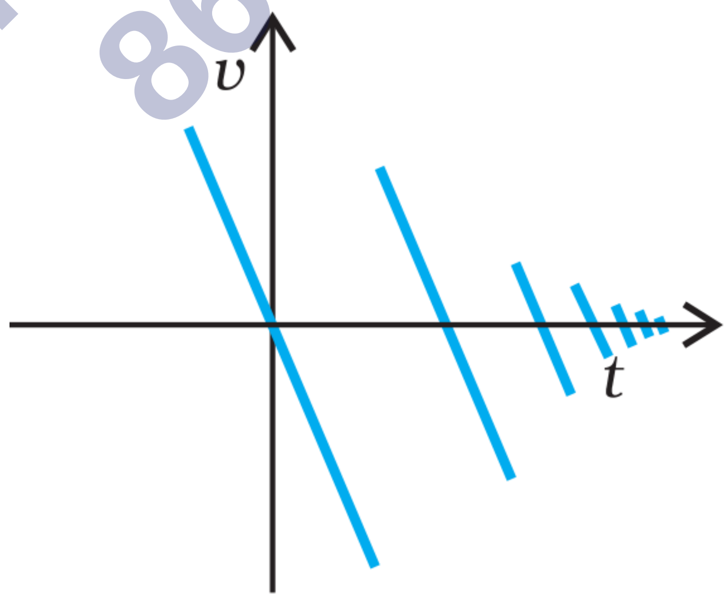
= 105 मी/ से

प्रश्न 19 ग्राफ के लिए किसी उचित भौतिक स्थिति का सुझाव दीजिए।

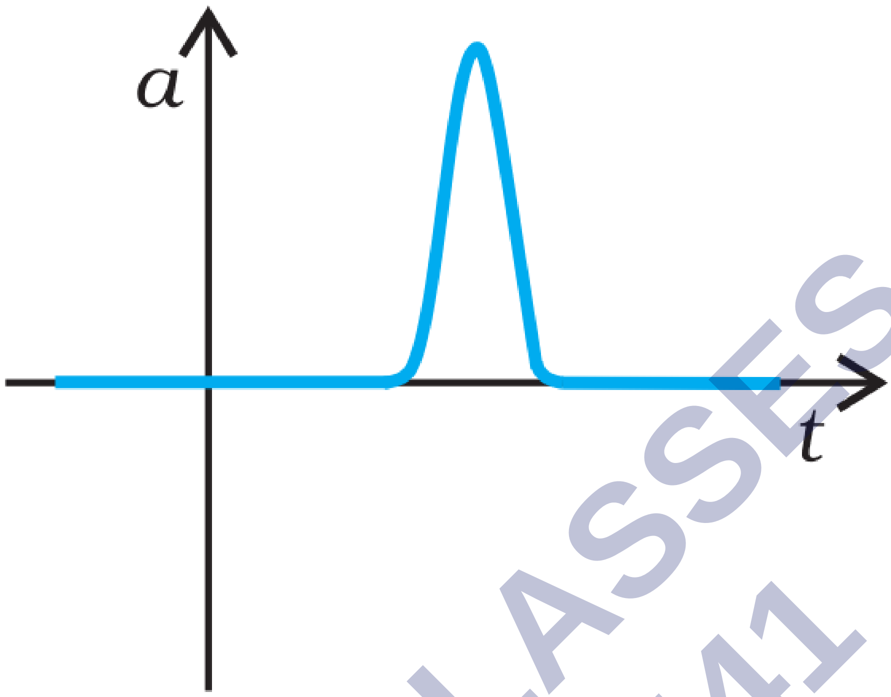
a.



b.



c.



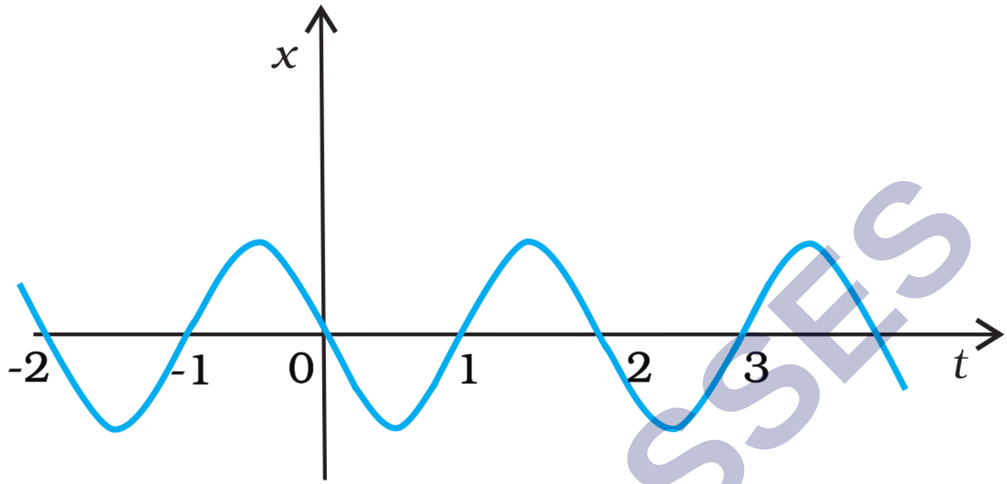
उत्तर-

a. x-t ग्राफ प्रदर्शित कर रहा है कि प्रारम्भ में x शून्य है, फिर यह एक स्थिर मान प्राप्त करता है, पुनः यह शून्य हो जाता है तथा फिर यह विपरीत दिशा में बढ़कर अन्त में एक स्थिर मान (विरामावस्था) प्राप्त कर लेता है। अतः यह ग्राफ इस प्रकार की भौतिक स्थिति व्यक्त कर सकता है जैसे एक गेंद को विरामावस्था से फेंका जाता है और वह दीवार से टकराकर लौटती है तथा कम चाल से उछलती है तथा यह क्रम इसके विराम में पहुँचने तक चलता रहता है।

b. यह ग्राफ प्रदर्शित कर रहा है कि वेग समय के प्रत्येक अन्तराल के साथ परिवर्तित हो रहा है तथा प्रत्येक बार इसका वेग कम हो रहा है। इसलिए यह ग्राफ एक ऐसी भौतिक स्थिति को व्यक्त कर सकता है जिसमें एक स्वतन्त्रतापूर्वक गिरती हुई गेंद (फेंके जाने पर) धरती से टकराकर कम चाल से पुनः उछलती है तथा प्रत्येक बार धरती से टकराने पर इसकी चाल कम होती जाती है।

c. यह ग्राफ प्रदर्शित करता है कि वस्तु अल्प समय में ही त्वरित हो जाती है। अतः यह ग्राफ एक ऐसी भौतिक स्थिति को व्यक्त कर सकता है जिसमें एकसमान चाल से चलती हुई गेंद को अत्यल्प समयान्तराल में बल्ले द्वारा टकराया जाता है।

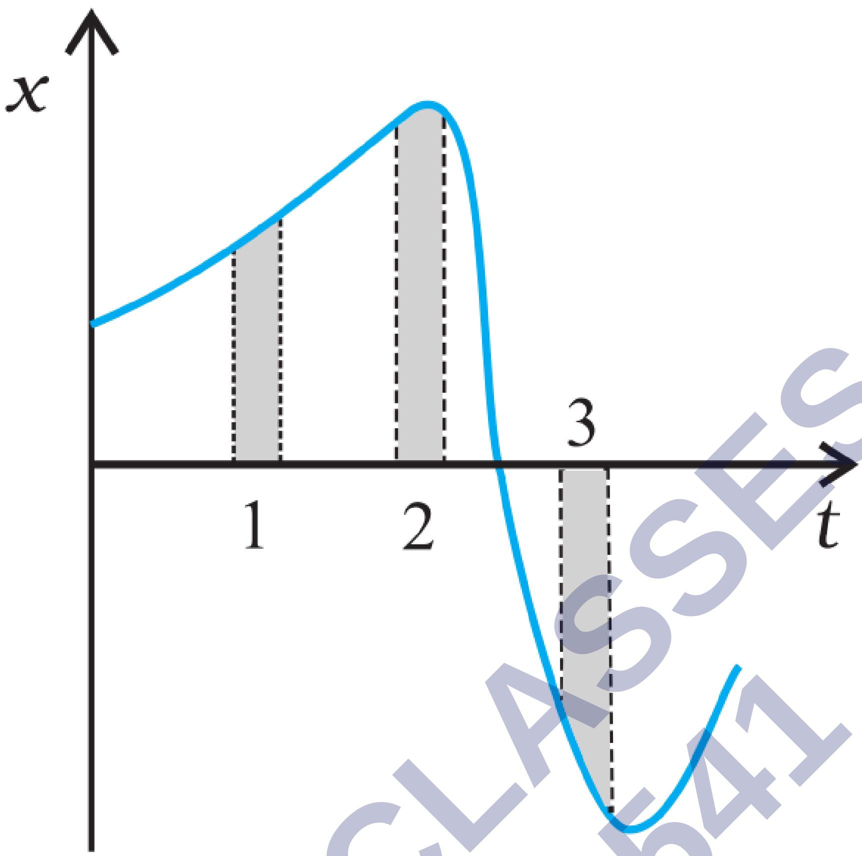
प्रश्न 20 किसी कण की एकविमीय सरल आवर्ती गति के लिए x-t ग्राफ दिखाया गया है। समय t = 0.3s, 1.2s, -1.2s पर कण के स्थिति, वेग व त्वरण के चिह्न क्या होंगे?



उत्तर-

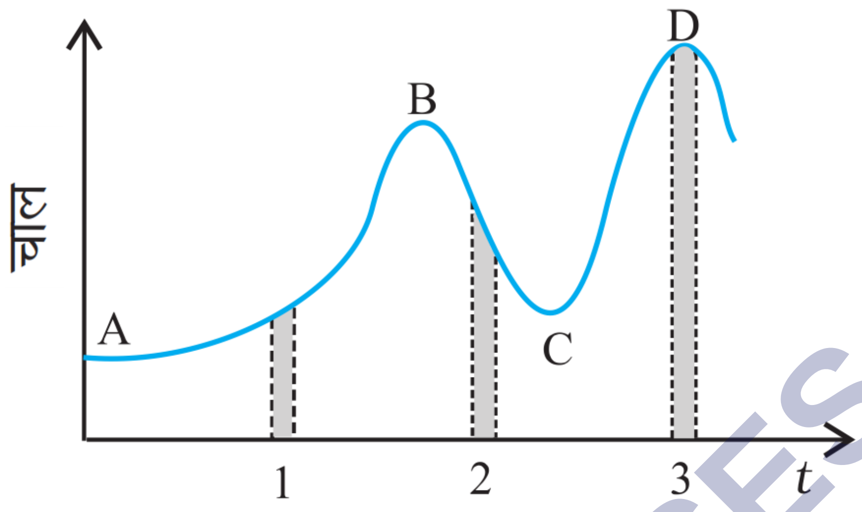
सरल आवर्ती गति में, त्वरण, $\alpha=-\omega^2x$ जहाँ ω नियतांक (कोणीय आवृत्ति) है। समय t = 0.3s पर, x ऋणात्मक है, x-t ग्राफ का ढाल ऋणात्मक है, अतः स्थिति एवं वेग ऋणात्मक हैं। चूंकि $\alpha = -\omega^2x$ अत: त्वरण धनात्मक है। समय t = 1.2s पर, x धनात्मक है, x-t ग्राफ का ढाल भी धनात्मक है, अतः स्थिति एवं वेग धनात्मक हैं। चूंकि $\alpha=-\omega^2x$ अतः त्वरण ऋणात्मक है। समय t = -1.2s पर, x ऋणात्मक है, x-t ग्राफ का ढाल भी धनात्मक है, अतः वेग धनात्मक है। अन्त में त्वरण α भी धनात्मक है।

प्रश्न 21 किसी कण की एकविमीय गति का x-t ग्राफ दर्शाता है। इसमें तीन समान अन्तराल दिखाए गए हैं। किस अन्तराल में औसत चाल अधिकतम है और किसमें न्यूनतम है? प्रत्येक अन्तराल के लिए औसत वेग का चिह्न बताइए।



उत्तर- कण की औसत चाल अंतराल 3 के लिए अधिकतम है क्योंकि इस अंतराल के लिए x-t ग्राफ का ढलान अधिकतम है। कण की औसत चाल अंतराल 2 के लिए न्यूनतम है क्योंकि x-t ग्राफ का ढलान इस अंतराल के लिए न्यूनतम है। अंतराल 1 व 2 के लिए x-t ग्राफ का ढलान धनात्मक तथा अंतराल 3 के लिए ऋणात्मक है, अतः अंतराल 1 व 2 के लिए औसत चाल धनात्मक एवं अंतराल 3 के लिए ऋणात्मक है।

प्रश्न 22 किसी नियत (स्थिर) दिशा के अनुदिश चल रहे कण का चाल-समय ग्राफ दिखाया गया है। इसमें तीन समान समय अन्तराल दिखाए गए हैं। किस अन्तराल में औसत त्वरण का परिमाण अधिकतम होगा? किस अन्तराल में औसत चाल अधिकतम होगी? धनात्मक दिशा को गति की स्थिर दिशा चुनते हुए तीनों अन्तरालों में v तथा a के चिह्न बताइए। A, B, C व D बिन्दुओं पर त्वरण क्या होंगे?

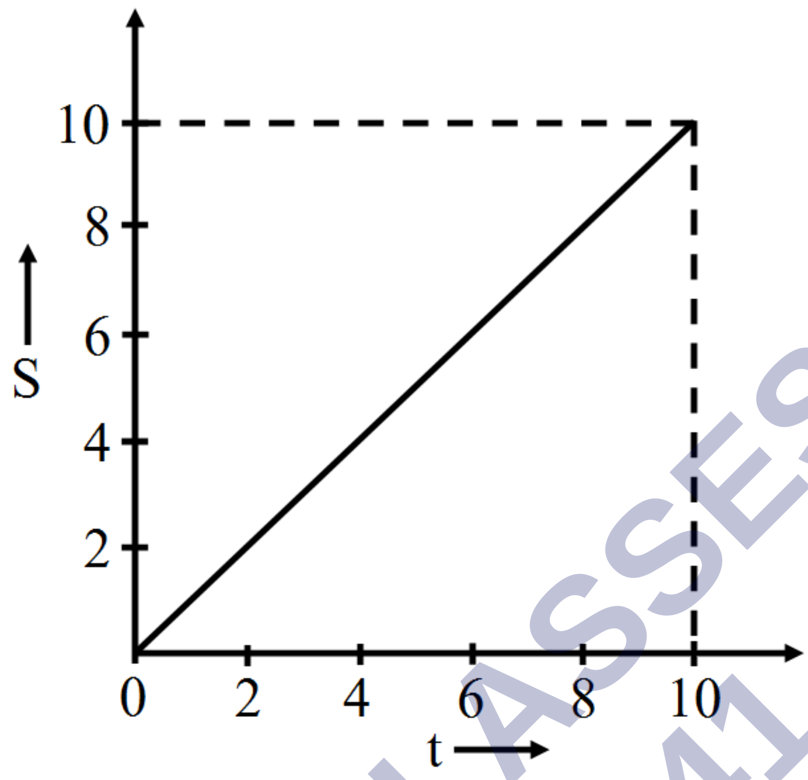


उत्तर-

- हम जानते हैं कि लघु अन्तरालों में v-t ग्राफ के ढाल का परिमाण कण के औसत त्वरण को परिमाण देता है। दिए गए चित्र से स्पष्ट है कि ढाल का परिमाण (2) में अधिकतम तथा (3) में न्यूनतम है। अत: औसत त्वरण का परिमाण अन्तराल (2) में अधिकतम तथा (3) में न्यूनतम होगा।
- चित्र से स्पष्ट है कि औसत चाल अन्तराल (3) में अधिकतम तथा अन्तराल (1) में न्यूनतम है।
- सभी तीनों अन्तरालों में चाल v धनात्मक है। पुन: अन्तराल (1) में (v-t) ग्राफ का ढाल धनात्मक है, जबकि अन्तराल (2) में ढाल (त्वरण a) ऋणात्मक है। चूंकि अन्तराल (3) में, v-t ग्राफ समय-अक्ष के समान्तर है; अत: इस अन्तराल में a शून्य है।
- A, B, C तथा D बिन्दुओं पर, v-t ग्राफ समय-अक्ष के समान्तर है। इसलिए सभी चारों बिन्दुओं पर 'a' शून्य है।

प्रश्न 23 कोई तीन पहिये वाला स्कूटर अपनी विरामावस्था से गति प्रारम्भ करता है। फिर 10s तक किसी सीधी सड़क पर $1 m\text{-}s^{-2}$ के एकसमान त्वरण से चलता है। इसके बाद वह एकसमान वेग से चलता है। स्कूटर द्वारा nवें सेकण्ड (n = 1, 2, 3, ……) में तय की गई दूरी को n के सापेक्ष आलेखित कीजिए। आप क्या आशा करते हैं कि त्वरित गति के दौरान यह ग्राफ कोई सरल रेखा या कोई परवलय होगा?

उत्तर-



हम जानते हैं कि,

$$S_n \text{ वाँ} = u + \frac{a}{2}(2n-1)$$

जब $u = 0,\ a = 1\text{m-s}^{-2}$

$$\therefore\ S_n \text{ वाँ} = 0 + \frac{1}{2}(2n-1)$$

$$= \frac{1}{2}(2n-1)$$

$\therefore\ n = 1, 2, 3,\ \ldots.$ के लिए

$$S_1 = \frac{1}{2}(2\times 1 - 1) = 0.5\text{m}$$

$$S_2 = \frac{1}{2}(2\times 2 - 1) = 1.5\text{m}$$

$$S_3 = \frac{1}{2}(2\times 3 - 1) = 2.5\text{m}$$

$$S_4 = \frac{1}{2}(2 \times 4 - 1) = 3.5m$$

$$S_5 = \frac{1}{2}(2 \times 5 - 1) = 4.5m$$

$$S_6 = \frac{1}{2}(2 \times 6 - 1) = 5.5m$$

$$S_7 = \frac{1}{2}(2 \times 7 - 1) = 6.5m$$

$$S_8 = \frac{1}{2}(2 \times 8 - 1) = 7.5m$$

$$S_9 = \frac{1}{2}(2 \times 9 - 1) = 8.5m$$

$$S_{10} = \frac{1}{2}(2 \times 10 - 1) = 9.5m$$

अतः स्पष्ट है कि त्वरित गति के दौरान हमें एक सरल रेखा प्राप्त होती है।

प्रश्न 24 किसी स्थिर लिफ्ट में (जो ऊपर से खुली है) कोई बालक खड़ा है। वह अपने पूरे जोर से एक गेंद ऊपर की ओर फेंकता है जिसकी प्रारम्भिक चाल $49 m\text{-}s^{-1}$ है। उसके हाथों में गेंद के वापस आने में कितना समय लगेगा? यदि लिफ्ट ऊपर की ओर $5 m\text{-}s^{-1}$ की एकसमान चाल से गति करना प्रारम्भ कर दे और वह बालक फिर गेंद को अपने पूरे जोर से फेंकता तो कितनी देर में गेंद उसके हाथों में लौट आएगी?

उत्तर-

यहाँ $v_0 = 49$ मी/ से, $a = -g = -9.8$ मी/ से^{2} तथा विस्थापन, $y_t - y_0 = 0$

अतः समी. $y_t - y_0 = v_0 \times t + \frac{1}{2}at^2$ से

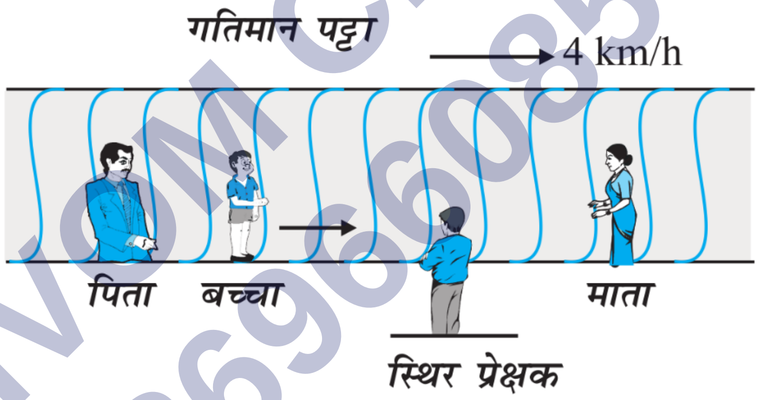
$$0 = (49)t - \frac{1}{2}(9.8)t^2$$

सरल करने पर $t = 10$ सेकण्ड

जब लिफ्ट ऊपर की ओर 5 मी/ से की चाल से गति आरम्भ करे तो भी गेंद अब भी पूर्व की भाँति 10 सेकण्ड ही लेगी, चूंकि गेंद की बालक के सापेक्ष आपेक्षिक गति जब भी 49 मी/ से ही होगी।

प्रश्न 25 क्षैतिज में गतिमान कोई लम्बा पट्टा 4km/ h की चाल से चल रहा है। एक बालक इस पर (पट्टे के सापेक्ष) 9km/ h की चाल से कभी आगे, कभी पीछे अपने माता-पिता के बीच दौड़ रहा है। माता व पिता के बीच 50 m की दूरी है। बाहर किसी स्थिर प्लेटफार्म पर खड़े एक प्रेक्षक के लिए, निम्नलिखित का मान प्राप्त करिए-

a. पट्टे की गति की दिशा में दौड़ रहे बालक की चाल,
b. पट्टे की गति की दिशा के विपरीत दौड़ रहे बालक की चाल,
c. बच्चे द्वारा (a) व (b) में लिया गया समय यदि बालक की गति का प्रेक्षण उसके माता या पिता करें तो कौन-सा उत्तर बदल जाएगा?



उत्तर-

माना $\vec{v}_B$ = पट्टे का वेग = 4km-h^{-1} (बाँए से दाएँ)

$\vec{v}_{CB}$ = पट्टे के सापेक्ष बालक का वेग

a. जब बालक पट्टे की गति की दिशा में दौड़ता है।

पट्टे के सापेक्ष बालक का वेग = 9km-h^{-1} (बाँए से दाएँ)

यदि बालक का वेग, प्लेटफार्म पर खड़े किसी प्रेक्षक के सापेक्ष $\vec{v}_C$ हो तो,

$\vec{v}_{CB} = \vec{v}_C - \vec{v}_B$ या $\vec{v}_C = \vec{v}_{CB} + \vec{v}_B$

$\vec{v}_C = 9 + 4 = 13\text{km-h}^{-1}$ (बाँए से दाएँ)

b. जब बालक पट्टे की गति की दिशा के विपरीत दौड़ता है,

$\vec{v}_{CB} = -9\text{km-h}^{-1}$ (बाँए से दाएँ)

यदि बालक का वेग किसी स्थिर प्रेक्षक के सापेक्ष $\vec{v}_C$ है तो,

$\vec{v}_{CB} = \vec{v}_C - \vec{v}_B$ या $\vec{v}_C = \vec{v}_{CB} + \vec{v}_B$

$\vec{v}_C = (-9) + 4 = -5\text{km-h}^{-1}$

ऋणात्मक चिन्ह बालक की विपरीत दिशा (दाएँ से बाँए) को व्यक्त करता है।

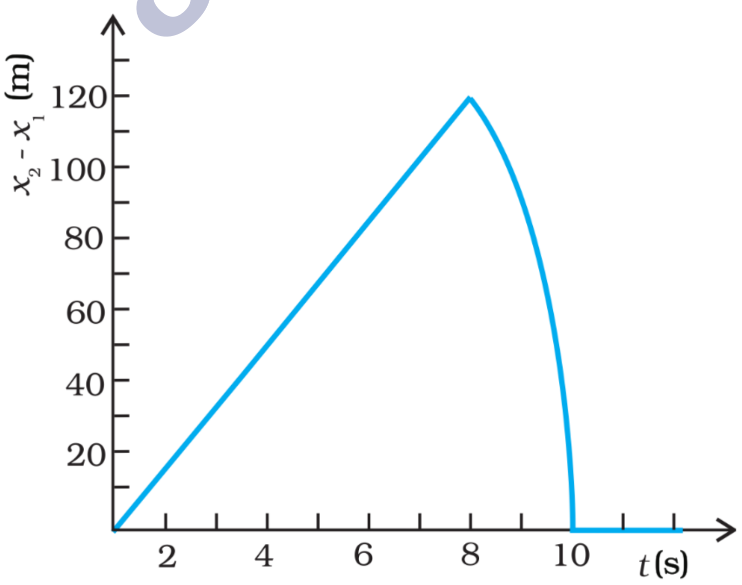
c. स्थिति (a) अथवा (b) में लगने वाला समय

$$t = \frac{\text{माता पिता के बीच की दुरी}}{\text{बालक की चाल}}$$

$$= \frac{50 \times 60 \times 60}{1000 \times 9} = 20\text{s}$$

समय 20s रह जाएगा यदि माता या पिता बालक की गति का प्रेक्षण करते है।

प्रश्न 26 किसी 200m ऊँची खड़ी चट्टान के किनारे से दो पत्थरों को एक साथ ऊपर की ओर 15m-s^{-1} तथा 30m-s^{-1} की प्रारम्भिक चाल से फेंका जाता है। इसका सत्यापन कीजिए कि संलग्न ग्राफ पहले पत्थर के सापेक्ष दूसरे पत्थर की आपेक्षिक स्थिति का समय के साथ परिवर्तन को प्रदर्शित करता है। वायु के प्रतिरोध को नगण्य मानिए और यह मानिए कि जमीन से टकराने के बाद पत्थर ऊपर की ओर उछलते नहीं। मान लीजिए $g = 10\text{m-s}^{-2}$ ग्राफ के रेखीय व वक्रीय भागों के लिए समीकरण लिखिए।



उत्तर-

पहले पत्थर के लिए,

$$x(0) = 200\text{m}, v_0 = 15\text{m-s}^{-1}, a = -10\text{m-s}^{-2}$$

अतः t समय पर पहले पत्थर की स्थिति,

$$x_1(t) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 200 + 15t - 5t^2 \ldots (i)$$

जब पहला पत्थर जमीन से टकराता है।

$$x_1(t) = 0$$

$$-5t^2 + 15t + 200 = 0 \ldots (ii)$$

इसी प्रकार दूसरे पत्थर के लिए

$$x(0) = 200\text{m}, v_0 = 300\text{m-s}^{-1}, a = -10\text{m-s}^{-2}$$

अतः t समय पर दूसरे पत्थर की स्थिति,

$$x_2(t) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2}at^2$$

$$= 200 + 30t - 5t^2 \ldots . (iii)$$

दूसरे पत्थर की पहले पत्थर के सापेक्ष आपेक्षिक स्थिति समीकरण (i) को समीकरण (iii) में से घटाकर निम्नवत् दी जा सकती है।

$$x_2(t) - x_1(t) = 15t \ldots . (iv)$$

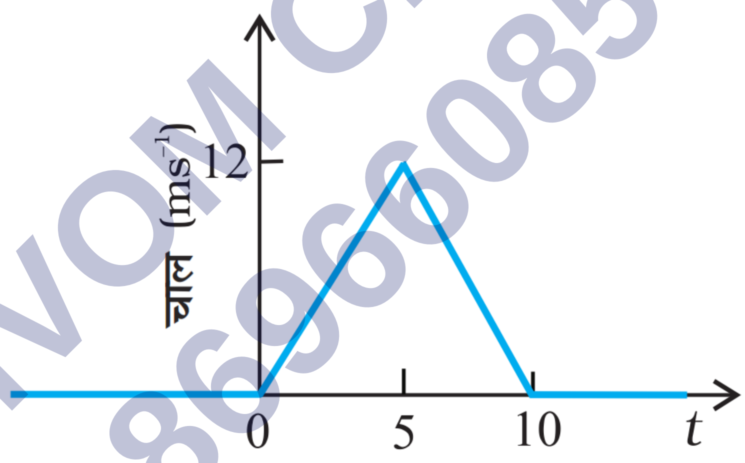
$$x = 15t \ldots . (v)$$

जहाँ, $x = x_2(t) - x_1(t)$, दोनों पत्थरों के बीच पृथक्करण है।

स्पष्ट है कि $x \propto t$ अर्थात् जब तक दोनों पत्थर गति करते रहेंगे, उनके बीच पृथक्करण बढ़ता जायगा।

चूँकि $x = x_2(t) - x_1(t)$ तथा t के बीच एक रेखीय सम्बन्ध है, इसलिए ग्राफ एक सीधी रेखा होगा। समीकरण (ii) को हल करने पर t = 8s अर्थात् 8s बाद पहला पत्थर पृथ्वी पर गिर जाएगा। इसके बाद केवल एक ही पत्थर गति की अवस्था में होगा, अत: इस क्षण (t = 8s पर) दोनों के बीच पृथक्करण अधिकतम होगा। अत: समीकरण (iv) में = 8s रखने पर अधिकतम पृथक्करण 120m है। 8s बाद, केवल दूसरा पत्थर मति की अवस्था में होगा अतः ग्राफ द्विघाती समीकरण के अनुसार परवलयाकार होगा।

प्रश्न 27 किसी निश्चित दिशा के अनुदिश चल रहे किसी कण का चाल-समय ग्राफ में दिखाया गया है। कण द्वारा (a) t = 0s से t = 10s, (b) t = 2s से 6s के बीच तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।



(a) तथा (b) में दिए गए अन्तरालों की अवधि में कण की औसत चाल क्या है?

उत्तर-

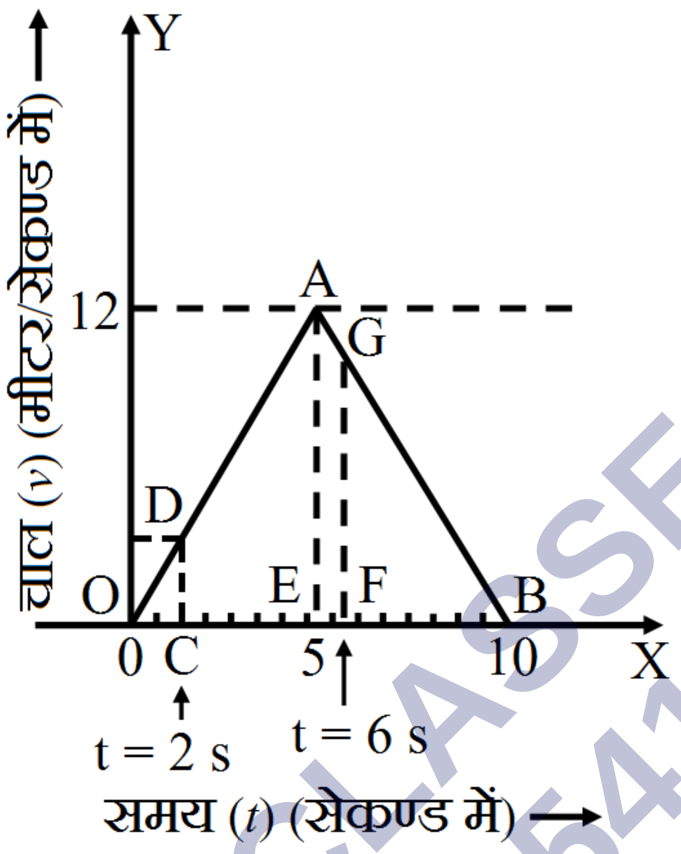
a. t = 0 से t = 10 सेकण्ड के बीच कण द्वारा तय की गयी दूरी $= \triangle \mathrm{OAB}$ का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times \mathrm{OB} \times \mathrm{EA}$

$= \frac{1}{2} \times$ (10 सेकण्ड) × (12 - 0) मी/ सेकण्ड

$= 60$ मीटर

b. समान कोणिक $\triangle \mathrm{OCD}$ तथा $\triangle \mathrm{OEA}$ से,



$$\frac{CD}{EA} = \frac{OC}{OE}$$

$$CD = \frac{OC}{OE} \times EA$$

$\frac{2 \text{ सेकण्ड}}{5 \text{ सेकण्ड}} \times 12$ मी/ से

= 4.8 मी/ से

समान कोणिक $\triangle FGB$ तथा $\triangle EAB$ से,

$$\frac{FG}{EA} = \frac{FB}{EB}$$

$$FG = \frac{FB}{EB} \times EA$$

$\frac{10 - 6 \text{ सेकण्ड}}{10 - 5 \text{ सेकण्ड}} \times 12$ मी/ से = 9.6 मी/ से

t = 2 सेकण्ड से t = 6 सेकण्ड के बीच कण द्वारा तय की गयी दूरी

= समलम्ब चतुर्भुज CDAE का क्षेत्रफल + समलंब चतुर्भुज EAGF का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2}(CD + EA) \times CE + \frac{1}{2}(EA + FG) + EF$$

$$= \frac{1}{2}[(4.8 + 12)m/\sec \times (5 - 2)\sec] + \frac{1}{3}[(12 + 9.6)m/\sec \times (6 - 5)\sec]$$

$$= (25.2 + 10.8)m = 36.0m$$

i. t = 0 सेकण्ड से t = 10 सेकण्ड के बीच औसत चाल

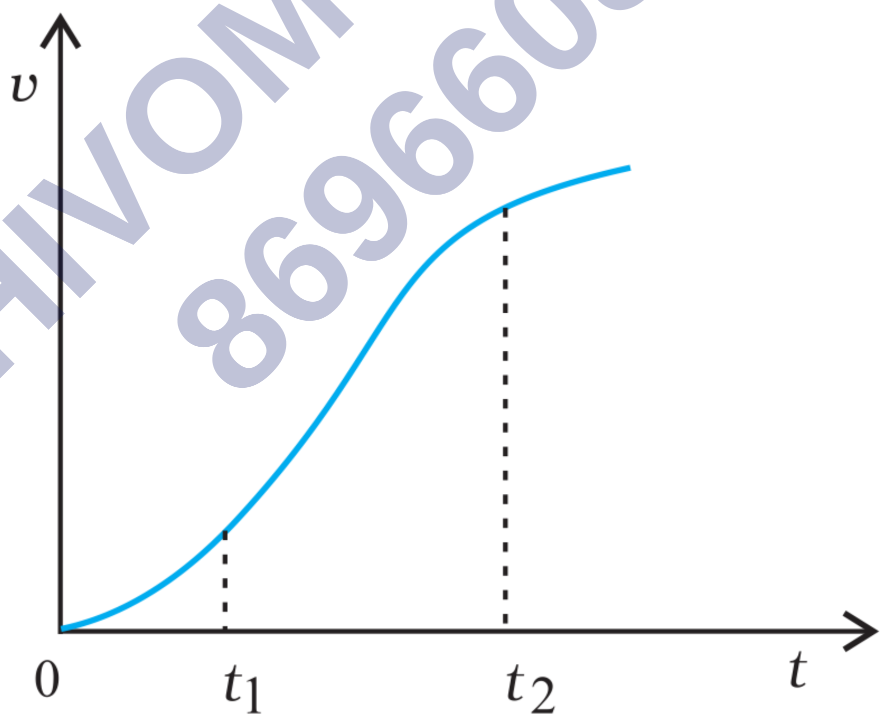
$$= \frac{\text{तय की गई दुरी}}{\text{सामयान्तराल}} = \frac{60 \text{ मीटर}}{10 \text{ सेकण्ड}} = 6 \text{ मी/से}$$

ii. t = 2 सेकण्ड से t = 6 सेकण्ड के बीच औसत चाल

$$= \frac{\text{तय की गई दुरी}}{\text{सामयान्तराल}} = \frac{36 \text{ मीटर}}{4 \text{ सेकण्ड}} = 9 \text{ मी/से}$$

प्रश्न 28 एकविमीय गति में किसीकण का वेग-समय ग्राफ में दिखाया गया है-

उत्तर-



नीचे दिए सूत्रों में t_1 से t_2 तक के समय अन्तराल की अवधि में कण की गति का वर्णन करने के लिए कौन-से सूत्र सही हैं।

i. $x(t_2) = x(t_1) + v(t)_1(t_2 - t_1) + \left(\frac{1}{2}\right)a(t_2 - t_1)^2$

ii. $v(t_2) = v(t_1) + a(t_2 - t_1)$

iii. $v_{average} = \frac{[x(t_2) - x(t)_1]}{(t_2 - t_1)}$

iv. $a_{average} = \frac{[v(t_2) - v(t)_1]}{(t_2 - t_1)}$

v. $x(t_2) = x(t_1) + v_{average}(t_2 - t_1) + \left(\frac{1}{2}\right)a_{average}(t_2 - t_1)$

vi. $x(t_2) - x(t_1) = t$ अक्ष तथा दिखाई गई बिंदुकित रेखा के बीच दर्शाए गए वक्र के अंतर्गत आने वाला क्षेत्रफल।

उत्तर-

i. यह सही नहीं है, क्योंकि t_1, तथा t_2, के बीच अन्तराल में a स्थिर नहीं है।
ii. यह सूत्र भी सही नहीं है। यहाँ भी a स्थिर नहीं है।
iii. यह सूत्र सही है।
iv. यह सूत्र सही है।
v. यह सूत्र सही नहीं है, क्योंकि इसमें औसत त्वरण को प्रयुक्त नहीं किया जा सकता।
vi. यह सूत्र सही है।