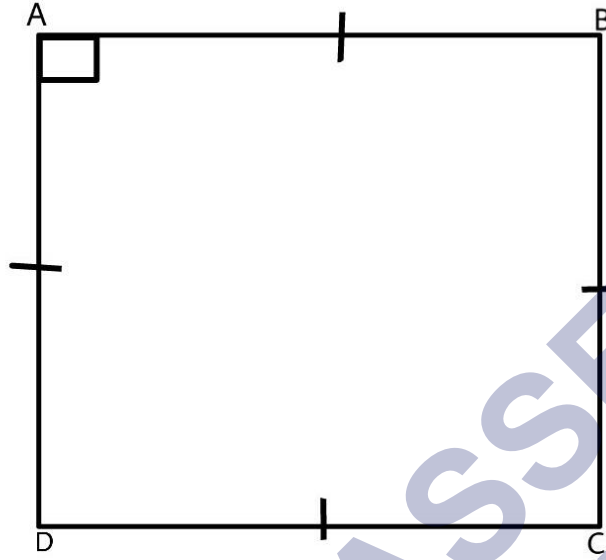


गणित

अध्याय-3: चतुर्भुजों को समझना



चतुर्भुज



ABCD एक वर्ग है।

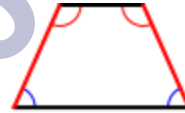
चार सरल रेखाओं से घिरी बन्द आकृति को चतुर्भुज (Quadrilateral) कहते हैं। यूक्लिडियन समतल ज्यामिति में, चतुर्भुज एक बहुभुज है जिसमें चार किनारे (या भुजा) और चार शीर्ष (या कोने) होते हैं।



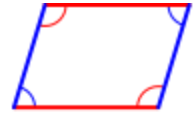
अनियमित चतुर्भुज



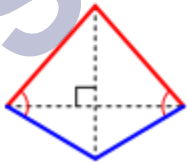
समलंब चतुर्भुज



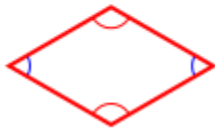
समद्विबाहु समलंब चतुर्भुज



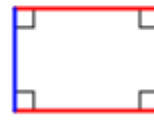
समान्तर चतुर्भुज



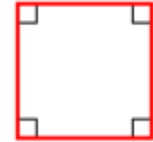
पतंगाकार चतुर्भुज



समचतुर्भुज



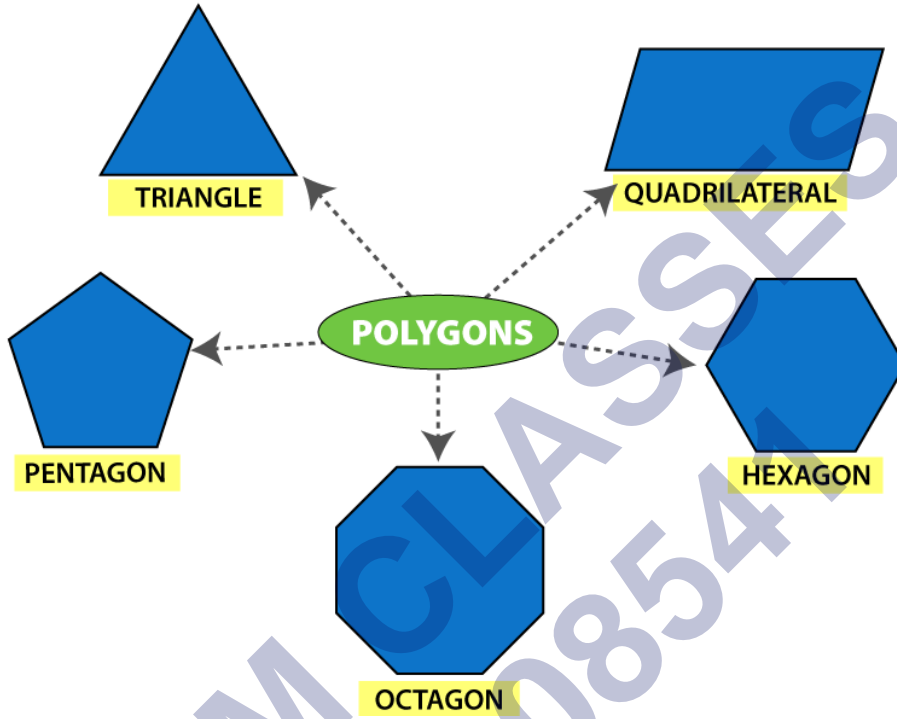
आयत



वर्ग

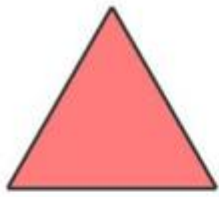
बहुभुज (Polygon):-

बहुभुज, सरल रेखाओं से बने और भुजाओं से घिरी 2-आयामी आकृति होती हैं। सरल रेखाओं से बनी, सभी बंद आकृति बहुभुज की श्रेणी में आते हैं। आपको नीचे दिए गए लेख को पढ़कर बहुभुज की परिभाषा, आकार, प्रकार, सूत्र और उदाहरणों के बारे में जानेंगे।

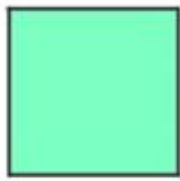


बहुभुज की परिभाषा:

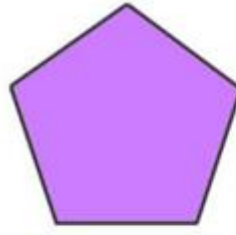
बहुभुज सरल रेखाओं के मिलने से बनी बंद आकृति होती है। जिसे 2-आयामी आकृति जैसे आयत, वर्ग आदि को बहुभुज के अंतर्गत आते हैं। बहुभुज में भुजाओं की एक सीमित संख्या होती है। एक वृत्त बहुभुज नहीं है क्योंकि यह एक घुमावदार आकृति है। जिन बिंदुओं पर 2 सरल रेखाएं मिलती हैं, उन्हें शीर्ष कहा जाता है। आंतरिक भाग को बॉडी कहा जाता है।



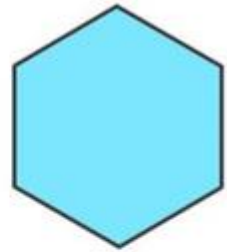
Triangle



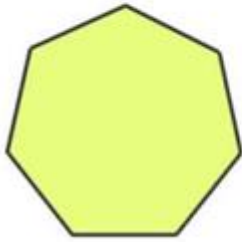
Quadrilateral



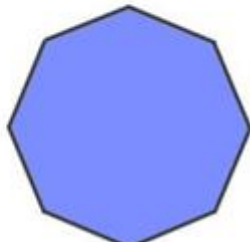
Pentagon



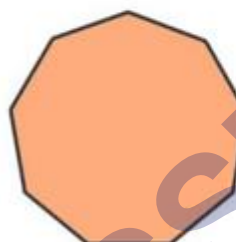
Hexagon



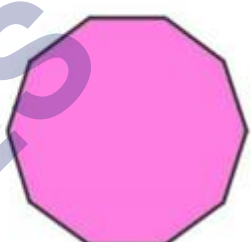
Heptagon



Octagon



Nonagon



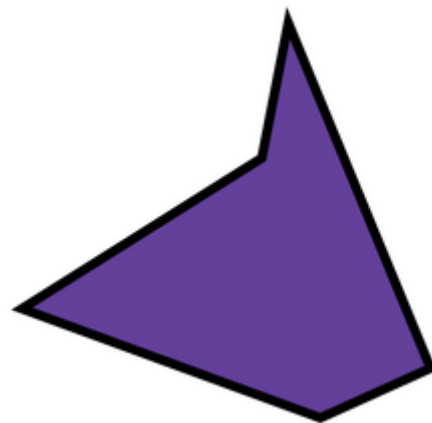
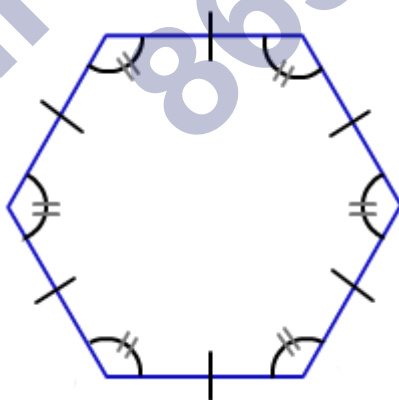
Decagon

बहुभुज के प्रकार

बहुभुज, मुख्य रूप से 2 प्रकार के होते हैं:

1. **सम बहुभुज**- वह बहुभुज, जिसमें समान भुजाएँ और समान कोण हों।
2. **विषम बहुभुज**- जिसमें भुजा और कोण असमान हो।

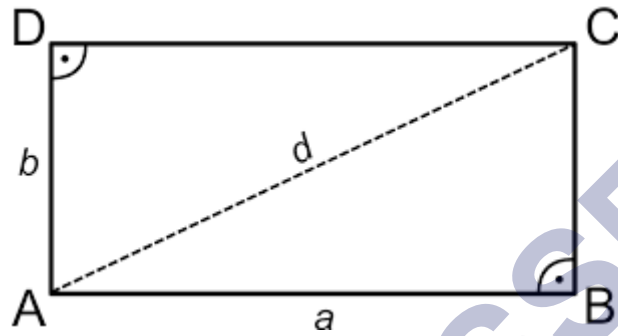
नीचे दी गयी आकृति, सम और विषम बहुभुज को दर्शाती हैं:



1. **बहुभुज**: यह तीन या तीन से अधिक सरल रेखाओं से घिरी बंद आकृति है।
2. **सम बहुभुज**: सभी भुजाएं समान होती हैं साथ ही सभी आंतरिक कोण भी समान होते हैं।

विकर्ण:-

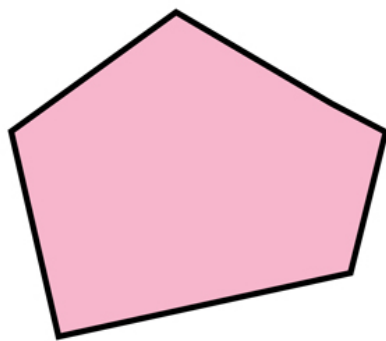
दो अक्रमागत शीर्षों को जोड़ने वाली रेखा को विकर्ण कहते हैं, या किसी बहुभुज या किसी बहुफलक के दो सम्मुख शीर्षों को मिलाने वाले सरल रेखा-खण्ड को विकर्ण कहते हैं

**उत्तल बहुभुज :-**

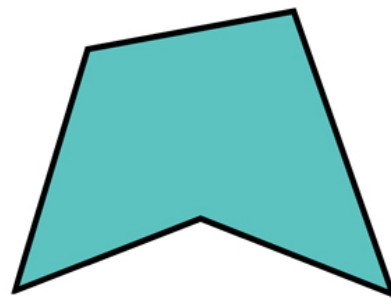
एक उत्तल बहुभुज एक साधारण बहुभुज है (स्व-प्रतिच्छेदन नहीं) जिसमें सीमा पर दो बिंदुओं के बीच कोई भी रेखा खंड कभी भी बहुभुज के बाहर नहीं जाता है। समान रूप से, यह एक साधारण बहुभुज है जिसका अभ्यंतर एक उत्तल समुच्चय है। एक उत्तल बहुभुज में, सभी आंतरिक कोण 180 डिग्री से कम या उसके बराबर होते हैं, जबकि कड़ाई से उत्तल बहुभुज में सभी आंतरिक कोण 180 डिग्री से कम होते हैं।

अवतल बहुभुज :-

एक साधारण बहुभुज जो उत्तल नहीं है उसे अवतल, गैर-उत्तल या पुनः प्रवेशक कहा जाता है। एक अवतल बहुभुज में हमेशा कम से कम एक प्रतिवर्ती आंतरिक कोण होता है —अर्थात्, एक कोण जिसकी माप 180 डिग्री और 360 डिग्री के बीच होती है।



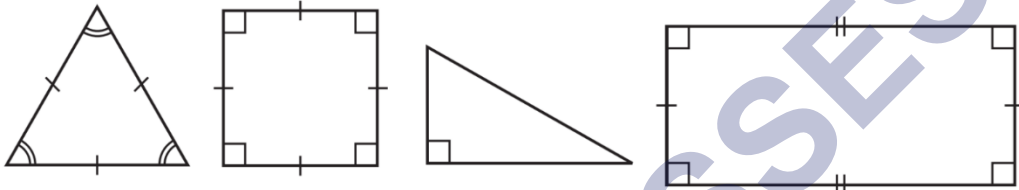
उत्तल बहुभुज



अवतल बहुभुज

सम तथा विषम बहुभुज:-

1. **सम बहुभुज:-** यदि किसी बहुभुज की सभी भुजा एवं कोण बराबर हो तो वह बहुभुज सम बहुभुज कहलाता है।
2. **विषम बहुभुज:-** यदि किसी बहुभुज की कोई भी भुजा बराबर नहीं हो तो वह बहुभुज विषम बहुभुज कहलाता है।



सम बहुभुज

विषम बहुभुज

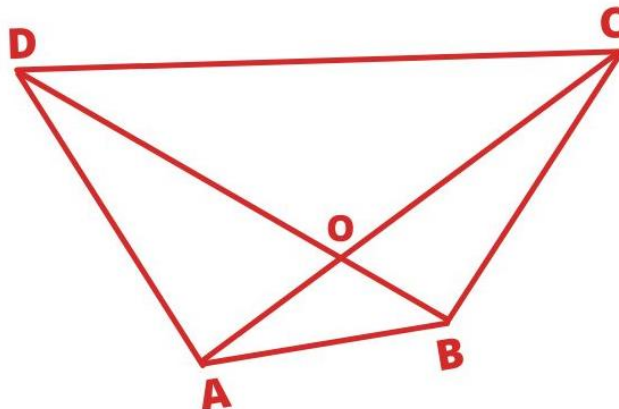
कोण योग गुण धर्म:-

एक चतुर्भुज के सभी अंतः कोणों का योग 360° के बराबर होता है। उदाहरण (i): यदि एक चतुर्भुज के तीन कोण क्रमशः 65° , 95° और 80° हैं, तो दिये गये चतुर्भुज के चौथे कोण की माप क्या है? हम जानते हैं कि एक चतुर्भुज के सभी अंतः कोणों का योग 360° के बराबर होता है।

चतुर्भुज:-

चार भुजाओं से घिरे समतल क्षेत्र को चतुर्भुज कहते हैं। चतुर्भुज में चार भुजाएं तथा चार कोण होते हैं।

चतुर्भुज के चारों कोणों का योगफल 360° होता है।



दिए हुए चतुर्भुज में दो विकर्ण खींचें गए हैं पहले विकर्ण को AC तथा दूसरे विकर्ण को BD नाम से प्रदर्शित करते हैं।

चतुर्भुज की ऐसी दो भुजाएँ जिसका कोई उभयनिष्ठ बिंदु न हो सम्मुख भुजाएँ कहलाती हैं।

AB, CD के सम्मुख भुजाएँ हैं एवं AD, BC के सम्मुख भुजाएँ हैं।

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

चतुर्भुज के सूत्र

चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ विकर्णों का गुणनफल

चतुर्भुज के क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times d(h_1 + h_2)$

चतुर्भुज के प्रकार:-

1. वर्ग

चार भुजाओं से घिरी वह आकृति जिसकी चारो भुजाएँ बराबर हों तथा प्रत्येक कोण समकोण अर्थात् 90° का हो, उसे वर्ग कहते हैं।

वर्ग के सूत्र

वर्ग का क्षेत्रफल = (एक भुजा)² = a^2

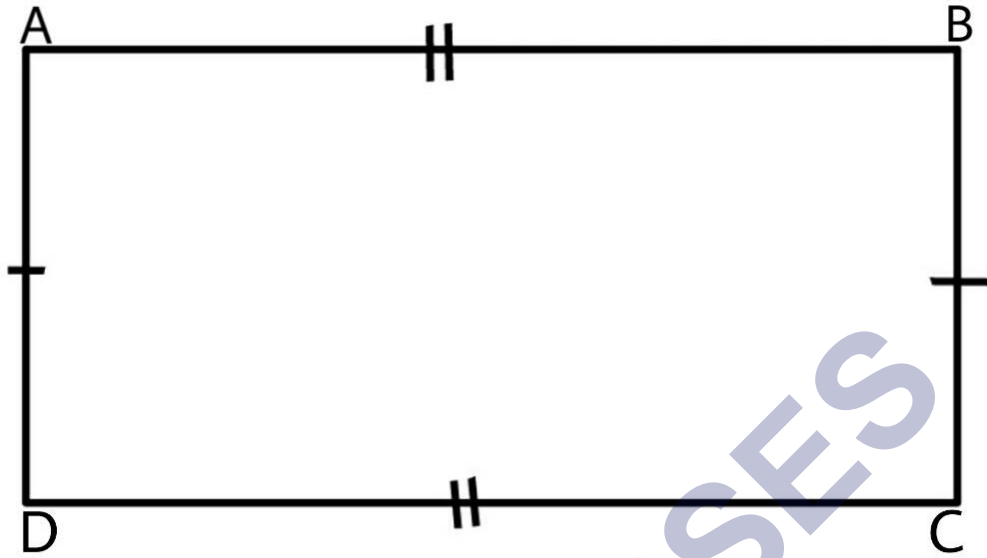
वर्ग का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ (विकर्णों का गुणनफल) = $\frac{1}{2} \times AC \times BD$

वर्ग की परिमिति = $4 \times a$

वर्ग का विकर्ण = एक भुजा $\times \sqrt{2} = a \times \sqrt{2}$

वर्ग का विकर्ण = $\sqrt{2} \times$ वर्ग का क्षेत्रफल

2. आयत



ABCD एक आयत है।

चार भुजाओं से घिरी वह आकृति, जिसमें आमने सामने की भुजाएँ समान्तर और बराबर होती हैं तथा प्रत्येक कोण समकोण होता है आयत कहलाता है।

आयत के सूत्र

आयत का परिमाप = $2(\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$

आयत का क्षेत्रफल = $\text{लम्बाई} \times \text{चौड़ाई}$

आयत का विकर्ण = $\sqrt{(\text{लम्बाई}^2 + \text{चौड़ाई}^2)}$

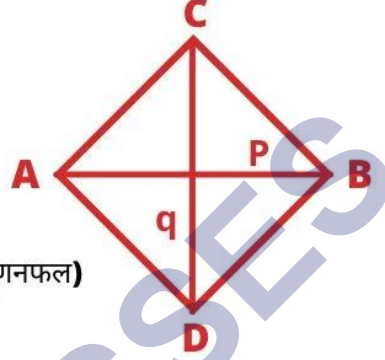
3. समचतुर्भुज

एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी चारों भुजाएँ समान हों समचतुर्भुज कहलाता है।

समचतुर्भुज

एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी चारों भुजाएँ समान हों समचतुर्भुज कहलाता है।

समचतुर्भुज के सूत्र



1. समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (विकर्णों का गुणनफल)
2. समचतुर्भुज का परिमाप = $4 \times$ भुजा

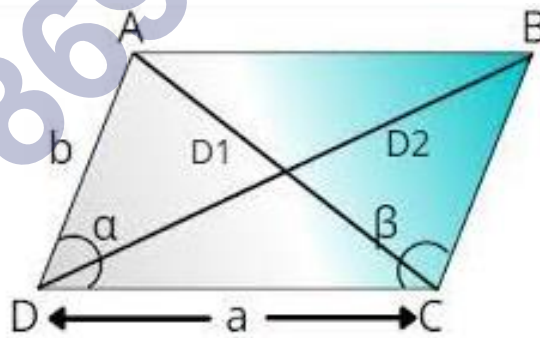
समचतुर्भुज के सूत्र

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ (विकर्णों का गुणनफल)

समचतुर्भुज का परिमाप = $4 \times$ भुजा

4. समान्तर चतुर्भुज

जिस चतुर्भुज के आमने-सामने की भुजाएँ समान एवं समानान्तर हो समान्तर चतुर्भुज कहलाता है।



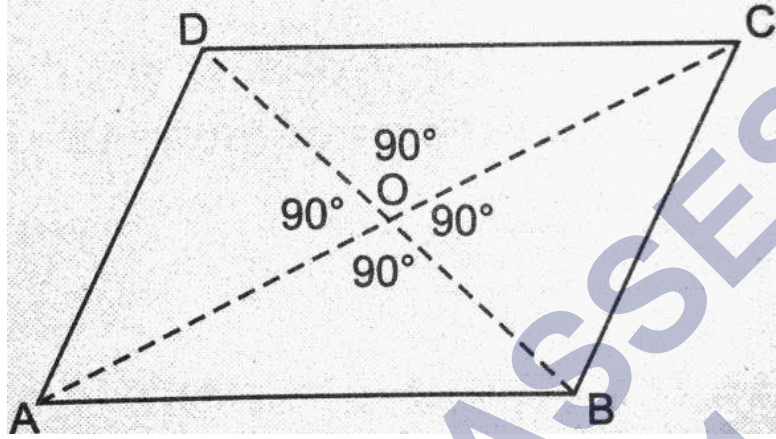
समान्तर चतुर्भुज के सूत्र-

समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = लम्बाई \times चौड़ाई

समान्तर चतुर्भुज का परिमाप = 2 (लम्बाई + चौड़ाई)

5. विषमकोण समचतुर्भुज

चार भुजाओं से घिरी वह आकृति, जिसमें चारों भुजाएं बराबर हों, लेकिन एक भी कोण समकोण न हो, उसे विषमकोण समचतुर्भुज कहते हैं।



विषमकोण समचतुर्भुज के सूत्र

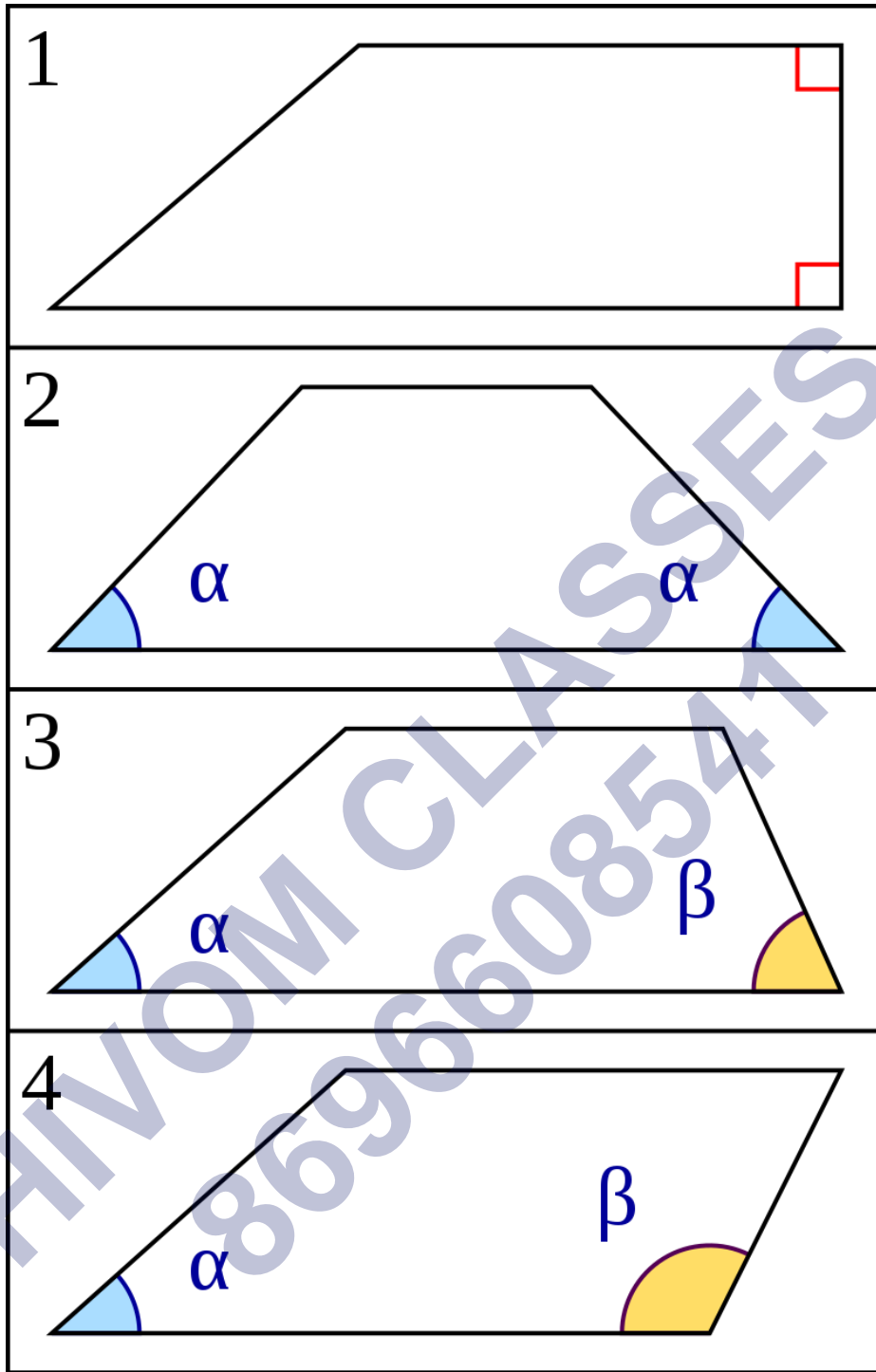
विषमकोण चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ दोनों विकर्णों का गुणनफल

विषम कोण समचतुर्भुज की परिमाप = $4 \times$ एक भुजा

समचतुर्भुज में, $(AC)^2 + (BD)^2 = 4a^2$

6. समलम्ब चतुर्भुज

एक ऐसा चतुर्भुज जिसकी भुजाओं का एक युग्म समान्तर हो समलम्ब चतुर्भुज कहलाता है।

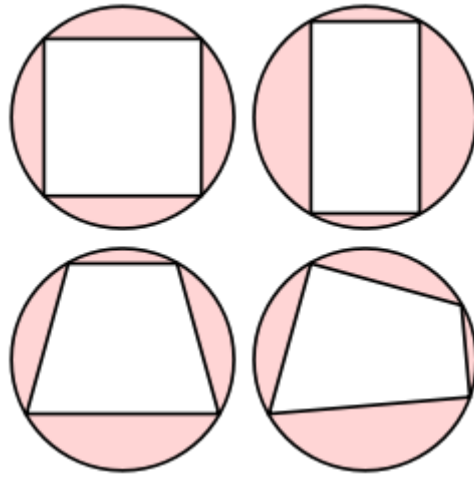


समलम्ब चतुर्भुज के सूत्र-

समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times$ ऊँचाई \times समान्तर भुजाओं का योग

समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times h \times (AD + BC)$

7. चक्रीय चतुर्भुज



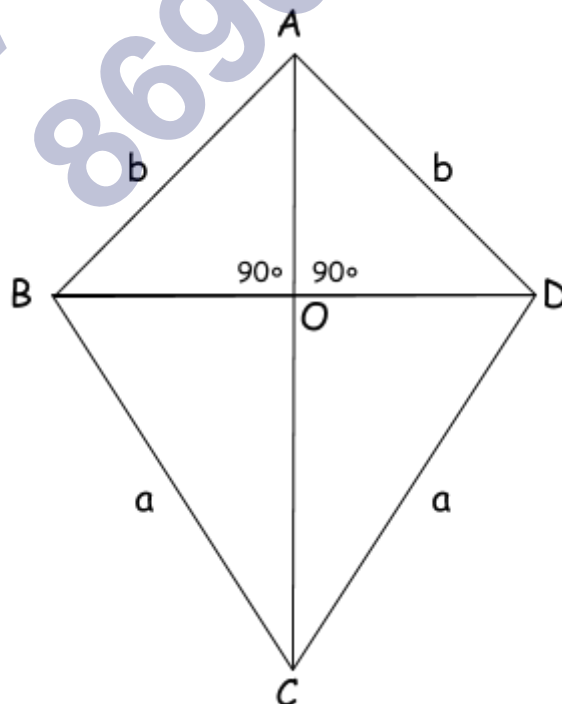
ऐसा चतुर्भुज जिसके चारों शीर्ष एक वृत्त पर स्थित हो चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है।

जैसे :- $\angle A + \angle C = 180^\circ$, $\angle B + \angle D = 180^\circ$

8. पतंगाकार चतुर्भुज

पतंगाकार में आसन्न भुजाओं के दो युग्म बराबर लम्बाई के होते हैं। अर्थात् एक विकर्ण, चतुर्भुज को दो सर्वांगसम त्रिभुजों में विभाजित करता है।

इसलिए समान भुजाओं के दो युग्मों के बीच के कोण बराबर होते हैं। और दोनों विकर्ण एक दूसरे के लम्बवत होते हैं।



चतुर्भुज की विशेषताएं:-

- चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।
- इसका मान चार समकोण के बराबर या 2π रेडियन होता है।
- आयत के विकर्ण समान होते हैं, लेकिन एक दूसरे पर लम्बवत नहीं होते हैं।
- विषमकोण समचतुर्भुज के विकर्ण समान नहीं होते लेकिन एक दूसरे पर लम्बवत होते हैं।

पंचभुज के कुल अंतः कोण का योग 540° अर्थात 6 समकोण होता है।

- पंचभुज में विकर्ण की संख्या 5 होती है।
- षष्ठभुज के कुल अंतः कोण का योग 720° अर्थात 8 समकोण होता है।
- अष्टभुज के कुल अंतः कोण का योग 1080° यानि 12 समकोण होता है।

SHIVOM CLASSES
8696608541

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 3.1 (पृष्ठ संख्या 45)

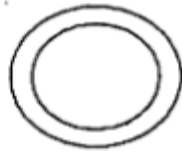
प्रश्न 1 यहाँ पर कुछ आकृतियाँ दी गई हैं।



(1)



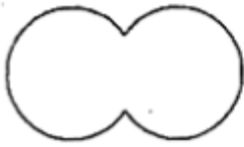
(2)



(3)



(4)



(5)



(6)



(7)



(8)

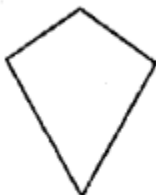
प्रत्येक का वर्गीकरण निम्नलिखित आधार पर कीजिए।

(a) साधारण वक्र

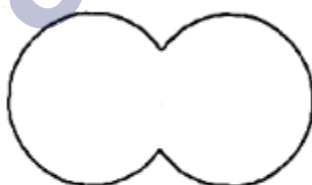
उत्तर: (a) साधारण वक्र है-



(1)



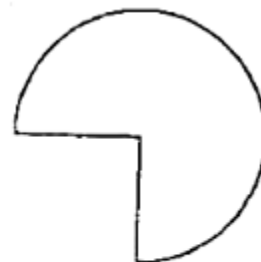
(2)



(5)



(6)



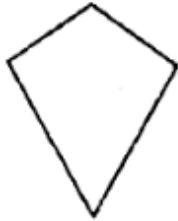
(7)

(b) साधारण बंद वक्र

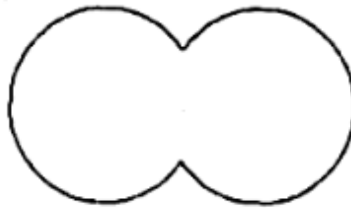
उत्तर: (b) साधारण बंद वक्र है-



(1)



(2)



(5)



(3)



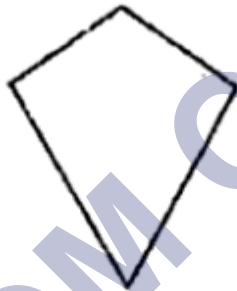
(7)

(c) बहुभुज

उत्तर: (c) बहुभुज है-



(1)



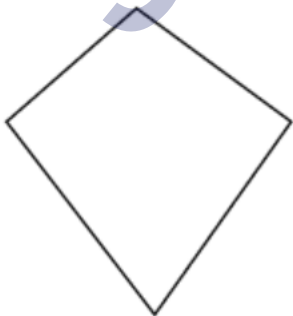
(2)



(4)

(d) उत्तल बहुभुज

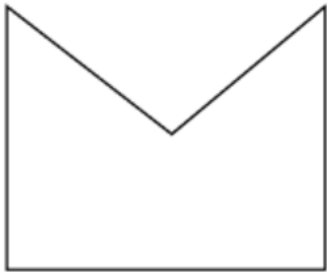
उत्तर: (d) उत्तल बहुभुज है-



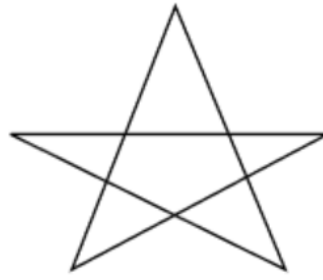
(1)

(e) अवतल बहुभुज

उत्तर: (e) अवतल बहुभुज है-



(1)

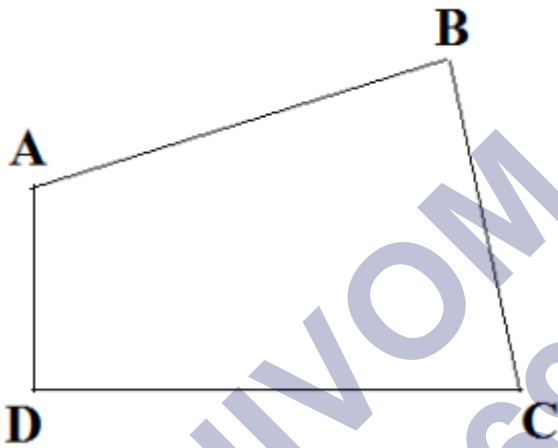


(4)

प्रश्न 2 निम्नलिखित प्रत्येक में कितने विकर्ण हैं?

(a) एक उत्तल चतुर्भुज

उत्तर:



$$n - \text{भुजाओं के बहुभुज में विकर्णों की संख्या} = \left[\frac{n(n-1)}{2} - n \right]$$

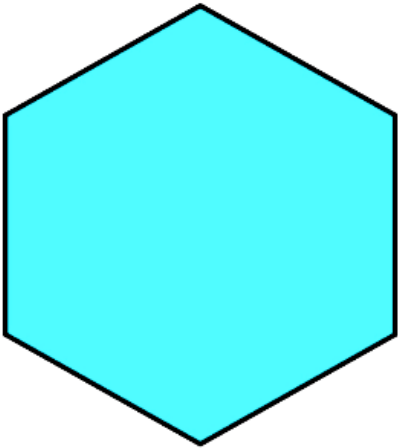
$$\text{एक उत्तल चतुर्भुज में भुजाओं की संख्या } (n) = 4 \text{ विकर्णों की संख्या} = \frac{n(n-1)}{2} - n$$

$$= \frac{4(4-1)}{2} - 4 = \frac{4 \times 3}{2} - 4$$

$$= \frac{12}{2} - 4 = 6 - 4 = 2$$

(b) एक समषट्भुज

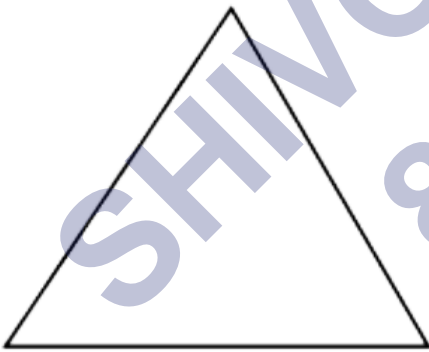
उत्तर: एक समषड्भुज में भिजाओं की संख्या (n) = 6



$$\begin{aligned} \text{विकर्णों की संख्या} &= \left[\frac{n(n-1)}{2} - n \right] \\ &= \left[\frac{6(6-1)}{2} - 6 \right] = \frac{6 \times 5}{2} - 6 \\ &= 15 - 6 = 9 \end{aligned}$$

(c) एक त्रिभुज

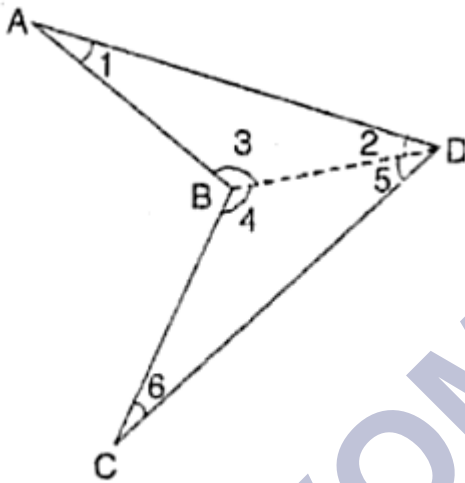
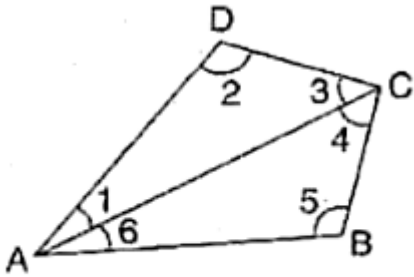
उत्तर: एक त्रिभुज में भुजाओं की संख्या (n) = 3



$$\begin{aligned} \text{विकर्णों की संख्या} &= \left[\frac{n(n-1)}{2} - n \right] \\ &= \frac{3(3-1)}{2} - 3 = \frac{3 \times 2}{2} - 3 \\ &= 3 - 3 = 0 \end{aligned}$$

प्रश्न 3 उत्तल चतुर्भुज के कोणों के मापों का योगफल क्या है? यदि चतुर्भुज उत्तल न हो तो क्या ये गुण लागू होगा ? (एक चतुर्भुज बनाइए जो उत्तल ना हो और प्रयास कीजिए ।)

उत्तर:



माना उपर्युक्त दो आकृतियों हैं

पहली आकृति से जिसमें माना ABCD एक चतुर्भुज है

चतुर्भुज के चारों कोणों का योग = $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D$

(चुकि $\angle A = \angle 1 + \angle 6$)

तथा इसी प्रकार सारे मान रखने पर

$$= \angle 1 + \angle 6 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 2$$

$$= (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3) + (\angle 4 + \angle 5 + \angle 6)$$

$$= 180^\circ + 180^\circ \text{ (चुकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग } 180^\circ \text{ होता है)} = 360^\circ$$

इस प्रकार उत्तल चतुर्भुज के कोणों के मापों का योगफल = 360°

दूसरी आकृति से जो उत्तल चतुर्भुज नहीं है ABC में $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ \dots (i)$

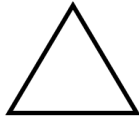



BCD में $\angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ \dots (ii)$

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$$

यदि चतुर्भुज उत्तल न हो तो कोणों का योग वही रहता है।

प्रश्न 4 तालिका की जांच कीजिए (प्रत्येक आकृति को त्रिभुजों में बाँटिए और कोणों का योगफल जात कीजिए।)

आकृति				
भुजा	3	4	5	6
कोणों का योगफल	$1 \times 180^\circ = (3 - 2) \times 180^\circ$	$2 \times 180^\circ = (4 - 2) \times 180^\circ$	$3 \times 180^\circ = (5 - 2) \times 180^\circ$	$4 \times 180^\circ = (6 - 2) \times 180^\circ$

एक बहुभुज के कोणों के योग के बारे में आप क्या कह सकते हैं, जिसकी भुजाओं की संख्या निम्नलिखित हो।

(a) 7

उत्तर: चूँकि बहुभुज के कोणों का योग = $(n-2) 180^\circ$

$$\text{जब } n = 7; (7 - 2) \times 180^\circ$$

$$= 5 \times 180^\circ = 900^\circ$$

(b) 8

उत्तर: चूकि बहुभुज के कोणों का योग = $(n - 2) \times 180^\circ$

जब $n = 8$; $(8 - 2) \times 180^\circ$

= $6 \times 180^\circ = 1080^\circ$

(c) 10

उत्तर: चूकि बहुभुज के कोणों का योग = $(n - 2) \times 180^\circ$

जब $n = 10$; $(10 - 2) \times 180^\circ$

= $8 \times 180^\circ = 1440^\circ$

(d) n

उत्तर: चूकि बहुभुज के कोणों का योग = $(n - 2) \times 180^\circ$

जब n ; $(n - 2) \times 180^\circ$

प्रश्न 5 एक सम बहुभुज क्या है?

उत्तर: समभुज एक ऐसा बहुभुज है जिसमें सभी भुजाएं तथा सभी कोण समान होते हैं।

(i) 3 भुजाएं

उत्तर: त्रिभुज

(ii) 4 भुजाएं

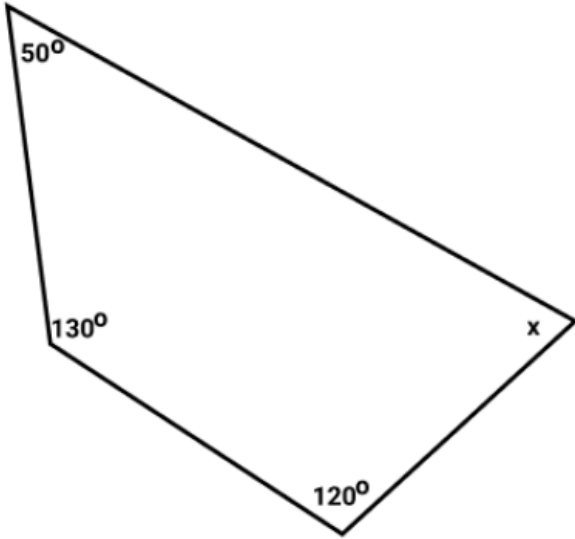
उत्तर: चतुर्भुज

(iii) 6 भुजाएं

उत्तर: षड्भुज

प्रश्न 6 निम्नलिखित आकृतियों में x (कोण ज्ञात कीजिए)

(a)



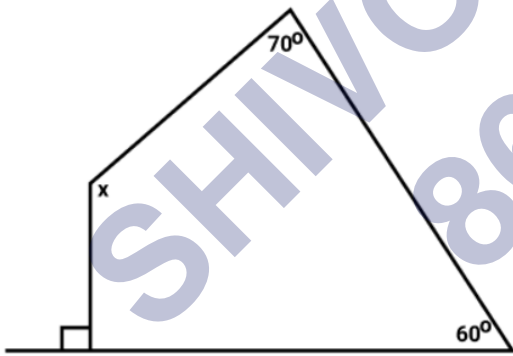
उत्तर: $130 + 120 + 50 + x = 360$

अतः $300 + x = 360$

$x = 360 - 300$

$x = 60$

(b)



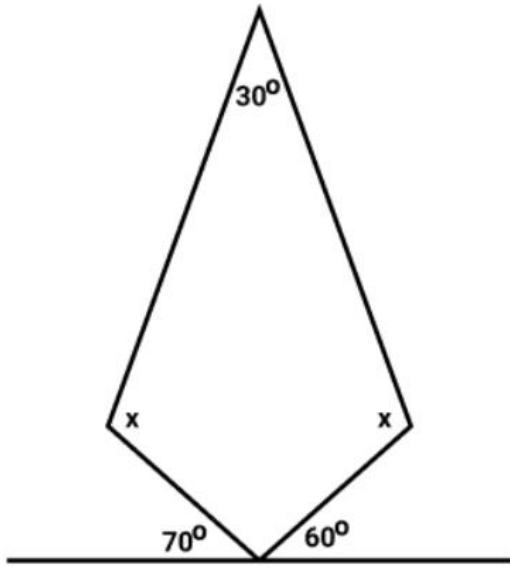
उत्तर: $60^\circ + 70^\circ + 90^\circ + x = 360$

अतः $220^\circ + x = 360^\circ$

$x = 360^\circ - 220^\circ$

$x = 140^\circ$

(c)



उत्तर: आंतरिक कोण $180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

$$180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

बहुभुज में 5 भुजाएं हैं, इसलिए बहुभुज के कोणों का योग = 540° अतः पांचो अन्त कोणों का योग

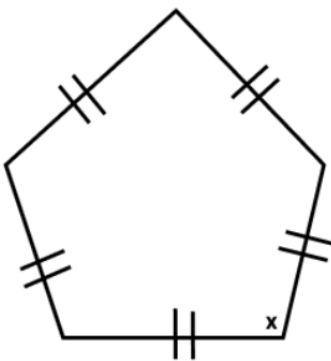
$$120^\circ + 110^\circ + 30^\circ + x + x = 540^\circ$$

$$260^\circ + 2x = 540^\circ$$

$$2x = 280^\circ$$

$$x = 140$$

(d)

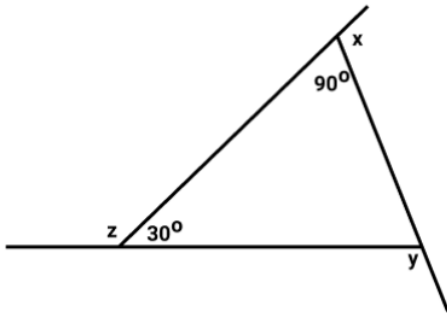


उत्तर: बहुभुज में 5 भुजाएं हैं, इसलिए बहुभुज के कोणों का योग = 540° अतः
 $x + x + x + x + x = 540^\circ$

$$5x = 540^\circ$$

$$x = 108^\circ$$

प्रश्न 7 (a) $x + y + z$ ज्ञात कीजिए।



उत्तर: रैखिक युग्म के कोणों का योग

$$90^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 90^\circ$$

$$x = 90^\circ$$

$$\text{इसी प्रकार } 30^\circ + Z = 180^\circ$$

$$Z = 180^\circ - 30^\circ$$

$$Z = 150^\circ$$

y का मान बाह्य कोण के गुणधर्म से

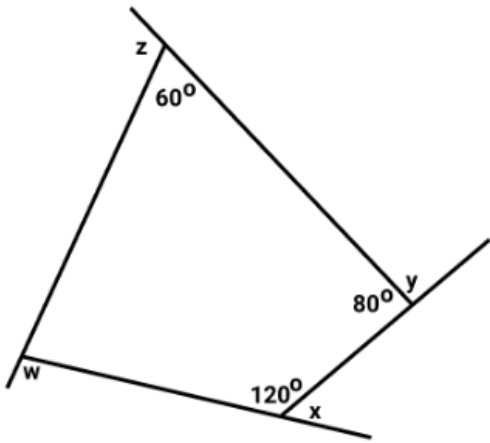
$$y = 90^\circ + 30^\circ$$

$$y = 120^\circ$$

$$\text{अतः } x + y + z = 90^\circ + 120^\circ + 150^\circ$$

$$= 360^\circ$$

(b) $x + y + w + z$ ज्ञात कीजिए?



उत्तर: चतुर्भुज के चारो कोण का योग

$$60^\circ + 80^\circ + 120^\circ + n = 360^\circ$$

$$260^\circ + n = 360^\circ$$

$$n = 360^\circ - 260^\circ$$

$$n = 100^\circ$$

अब

रैखिक युग्म के कोणों का योग

$$120^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 120^\circ$$

$$x = 60^\circ$$

इसी प्रकार

$$100^\circ + W = 180^\circ$$

$$W = 180^\circ - 100^\circ$$

$$W = 80^\circ$$

तथा

$$60^\circ + Z = 180^\circ$$

$$Z = 180^\circ - 60^\circ$$

$$Z = 120^\circ$$

तथा

$$80^\circ + y = 180^\circ$$

$$y = 180^\circ - 80^\circ$$

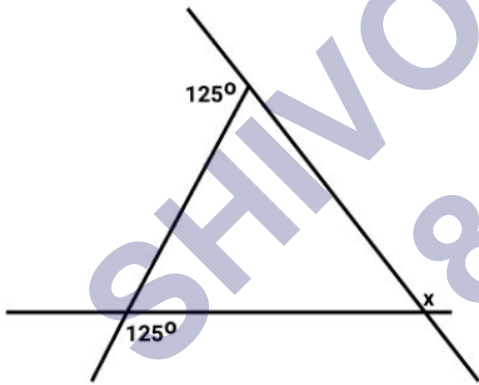
$$y = 100^\circ$$

$$x + y + w + z = 60^\circ + 100^\circ + 120^\circ + 80^\circ = 360^\circ$$

प्रश्नावली 3.2 (पृष्ठ संख्या 48)

प्रश्न 1 निम्नलिखित आकृतियों में x का मान ज्ञात कीजिए:

(a)



उत्तर:

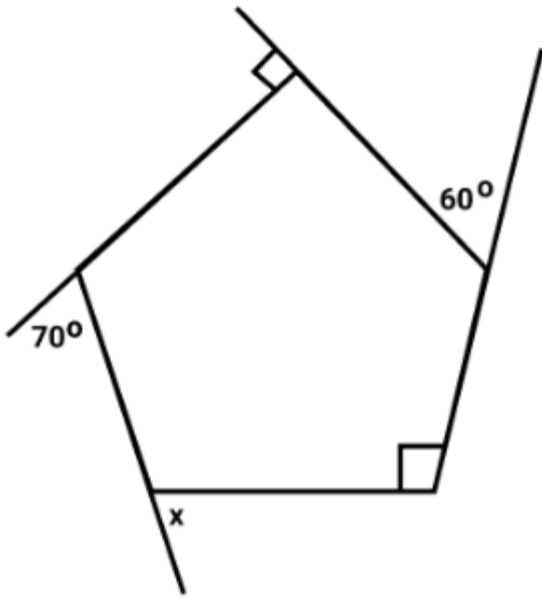
(a) चुकीं बहुभुज के सभी बाह्य कोणों का योग = 360°

$$125 + 125^\circ + x = 360^\circ$$

$$x = 360^\circ - 250^\circ$$

$$x = 110^\circ$$

(b)



उत्तर: चुकीं बहुभुज के सभी बाह्य कोणों का योग =

$$360^\circ - 60^\circ + 90^\circ + 70^\circ + x + 90^\circ = 360^\circ \quad x = 50^\circ$$

प्रश्न 2 एक सम बहुभुज के प्रत्येक बाहु कोण का माप ज्ञात कीजिए:

उत्तर: हम जानते हैं कि बहुभुज के सभी बाह्य कोणों का योग = 360°

जब भुजाओं की संख्या 9 हो

$$\text{तब प्रत्येक बाह्य कोण का माप} = \frac{360}{9} = 40^\circ$$

(ii) 15 भुजाएँ

उत्तर: हम जानते हैं कि बहुभुज के सभी बाहरी कोणों का योग

$$= 360^\circ$$

जब भुजाओं की संख्या 15 हो

$$\text{तब प्रत्येक बाह्य कोण का माप} = \frac{360}{15} = 24^\circ$$

प्रश्न 3 सम बहुभुज कितनी भुजाएँ होंगी यदि एक बाह्य कोण का माप 24° हो ?

उत्तर: हम जानते हैं की बहुभुज के सभी बाह्य कोणों का योग $=360^\circ$

प्रत्येक बाह्य कोण का माप $= 24^\circ$

$$\text{अतः भुजाओं की संख्या} = \frac{360}{24} = 15^\circ$$

प्रश्न 4 एक सम बहुभुज की भुजाएँ की संख्या ज्ञात कीजिए। यदि इसका प्रत्येक अंतः कोण 165° का हो?

उत्तर: प्रत्येक अंतः कोण का माप $=165^\circ$

बहुभुज के बाह्य कोण का योग $=360^\circ$

$$\text{बाह्य कोण} = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$$

$$\text{अतः भुजाओं की संख्या} = \frac{360}{15} = 24^\circ$$

प्रश्न 5 (a) क्या ऐसा सम बहुभुज संभव है जिसके प्रत्येक बाह्य कोण का माप 22° हो?

उत्तर: (a) ऐसा सम बहुभुज संभव नहीं है। क्योंकि 22° , 360° को पूर्ण विभाजित नहीं करता है।

(b) क्या यह किसी सम बहुभुज का अंतःकोण हो सकता है? क्यों?

उत्तर: (b) ऐसा सम बहुभुज संभव नहीं है क्योंकि

$$\text{अंतः कोण} = 22^\circ$$

तब बाह्य कोण $= 180^\circ - 22^\circ = 158^\circ$ जो 360° को पूर्ण विभाजित नहीं करता है।

प्रश्न 6 (a) किसी सम बहुभुज में कम से कम कितने अंश का अंतःकोण संभव है ? क्यों ?

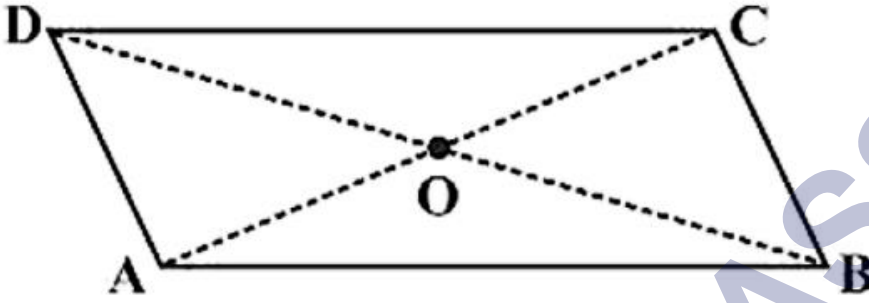
उत्तर: समबाहु जो की एक सम बहुभुज है मे अंतः कोण 60° होता है। अतः सम बहुभुज में कम से कम 60° का अंतःकोण संभव है।

(b) किसी सम बहुभुज में अधिक से अधिक कितने अंश का बाह्य कोण संभव है ?

उत्तर: सम बहुभुज में अधिक का बाह्य कोण है $=180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

प्रश्नावली 3.3 (पृष्ठ संख्या 55)

प्रश्न 1 ABCD एक समांतर चतुर्भुज है। प्रत्येक कथन को परिभाषा या प्रयोग किए गए गुण द्वारा पूरा कीजिए:



(i) $AD =$

उत्तर: $AD = BC$ (समान्तर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान लम्बाई की होती हैं)

(ii) $\angle DCB =$

उत्तर: $\angle DCB = \angle DAB$ (समान्तर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

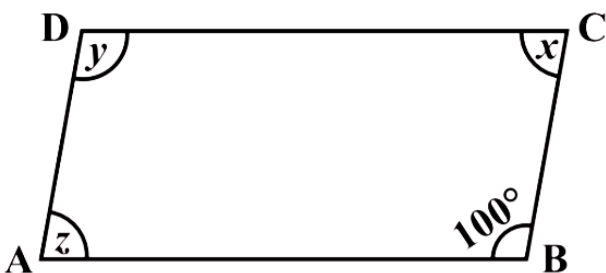
(iii) $OC =$

उत्तर: $OC = OA$ (समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं)

(iv) $m\angle DAB + m\angle CDA =$

उत्तर: $m\angle DAB + m\angle CDA = 180^\circ$ (आसन्न कोण संपूरक होते हैं)

प्रश्न 2 निम्न समांतर चतुर्भुज में अज्ञात x, y, z के मानों को ज्ञात कीजिए:



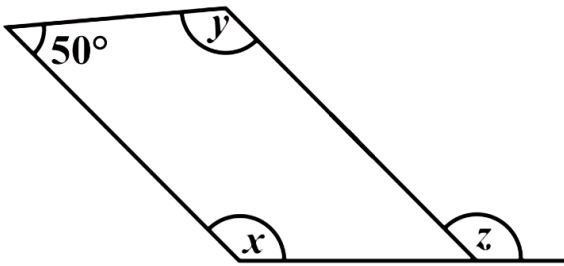
उत्तर: $x + 100^\circ = 180^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का योग 180° होता है।)

$$x = 80^\circ$$

तथा $z = x = 80^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

तथा $y = 100^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

(ii)



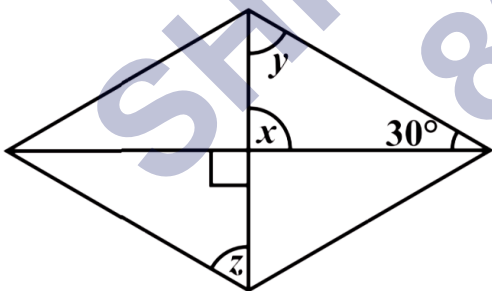
उत्तर: $50 + y = 180^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का योग 180° होता है।)

$$y = 130^\circ$$

तथा $x = y = 130^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

और $z = x = 130^\circ$ (संगत कोण समान होते हैं)

(iii)



उत्तर: $x = 90^\circ$ (शीर्षाभिमुख कोण समान होते हैं)

तथा $y + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ$ (त्रिभुज के तीनों अंतःकोणों का योग)

$$y = 180^\circ - 120^\circ$$

$$y = 60^\circ$$

और $z = y = 60^\circ$ (एकांतर कोण)

(iv)



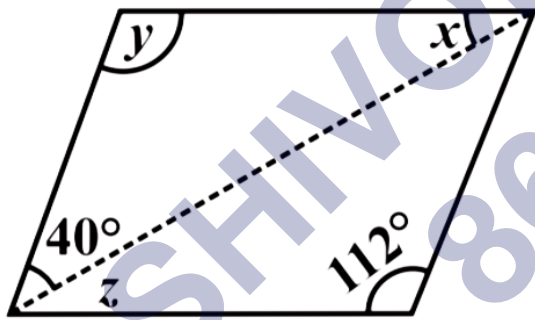
उत्तर: $z = 80^\circ$ (संगत कोण समान होते हैं)

तथा $y = 80^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

और $x + 80^\circ = 180^\circ$

$x = 100^\circ$

(v)



उत्तर: $y = 112^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

तथा $x + 112^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ (त्रिभुज के तीनों अंतःकोणों का योग)

$x = 180^\circ - 152^\circ$

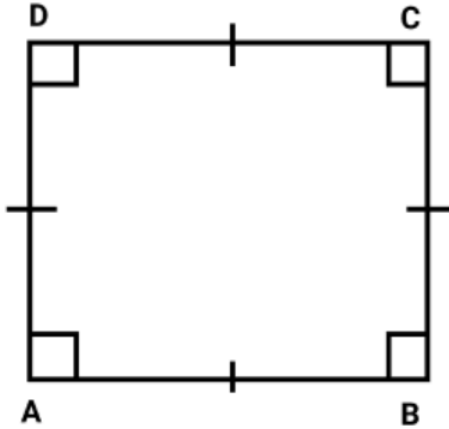
$x = 28^\circ$

और $z = x = 28^\circ$ (एकांतर कोण समान होते हैं)

प्रश्न 3 क्या एक चतुर्भुज ABCD समंतर चतुर्भुज हो सकता है यदि

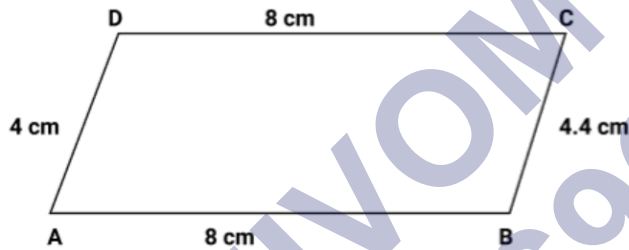
(i) $\angle D + \angle B = 180^\circ$?

उत्तर: $\angle D + \angle B = 180^\circ$ यह संभव है परन्तु ऐसा नहीं हो सकता है।



(ii) $AB = DC = 8\text{cm}$, $AD = 4\text{cm}$ और $BC = 4.4\text{cm}$?

उत्तर:



$AB = DC = 8\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$ and $BC = 4.4\text{ cm}$

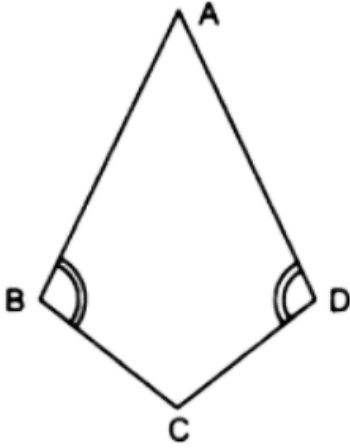
नहीं, क्योंकि समान्तर चतुर्भुज की आमने सामने की भुजाएँ समान होती हैं।

(iii) $\angle A = 70^\circ$ और $\angle C = 65^\circ$?

उत्तर: नहीं, क्योंकि समान्तर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

प्रश्न 4 एक चतुर्भुज की कच्ची आकृति खींचिए जो समान्तर चतुर्भुज न ही परंतु जिसके दो सम्मुख कोणों के माप बराबर हों।

उत्तर:



ऐसा चतुर्भुज पतंग की हो सकती है।

प्रश्न 5 किसी समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों का अनुपात 3: 2 है। समांतर चतुर्भुज के सभी कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

उत्तर: माना अनुपात = x

तब भुजाए $2x, 3x$

$2x + 3x = 180^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का योग 180° होता है।)

$$5x = 180^\circ$$

$$x = 36^\circ$$

तब भुजाए $2x = 108^\circ$

$$3x = 72^\circ$$

प्रश्न 6 किसी समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों के माप बराबर हैं। समांतर चतुर्भुज के सभी कोणों की माप ज्ञात कीजिए।

उत्तर: दोनों भुजाए = x

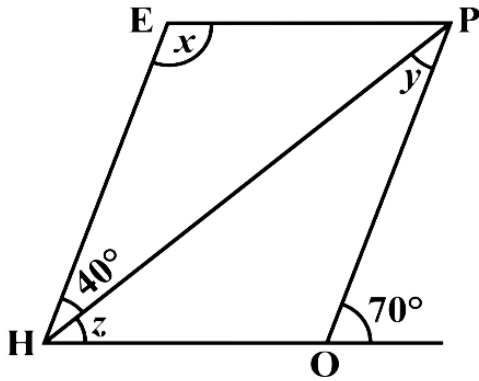
$x + x = 180^\circ$ (समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का योग 180° होता है।)

$$2x = 180^\circ$$

$$X = 90^\circ$$

अतः समांतर चतुर्भुज के सभी कोणों की माप = 90°

प्रश्न 7 आकृति HOPE एक समांतर चतुर्भुज है। x, y और z कोणों की माप ज्ञात कीजिए। ज्ञात करने में प्रयोग किए गए गुणों को बनाइए।



उत्तर : $y = 40^\circ$ (एकांतर कोण समान होते हैं)

तथा त्रिभुज HPO में

$z + 40^\circ = 70^\circ$ (त्रिभुज के बाह्य कोण का मान अंतः कोणों के योग के बराबर होता है)

$$z = 30^\circ$$

त्रिभुज HEP में

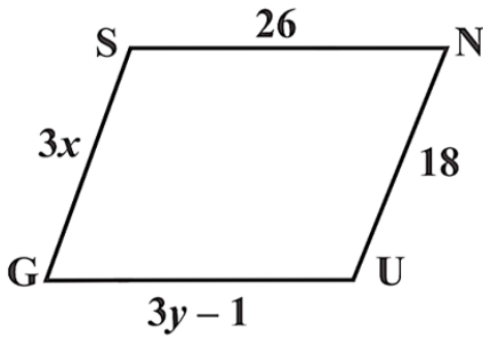
$x + 30^\circ + 40^\circ = 180^\circ$ (त्रिभुज के तीनों कोणों का योग)

$$\text{या } x + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\text{या } x = 110^\circ$$

8. निम्न आकृतियाँ GUNS और RUNS समांतर चतुर्भुज हैं। x तथा y ज्ञात कीजिए (लंबाई cm में हैं)

(i)



उत्तर: $GU = SN$ (समान्तर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

या $3y - 1 = 26$

या $3y = 26 + 1$

या $y = 9\text{cm}$

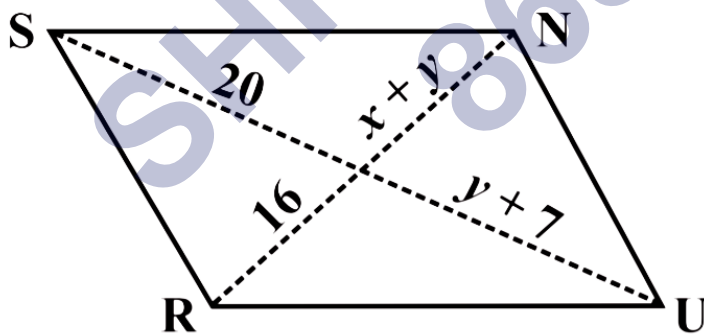
उसी प्रकार $GS = NU$

या $3x = 18$

या $x = 6\text{cm}$

अतः $x = 6\text{cm}$, $y = 9\text{cm}$

(ii)



उत्तर: $y + 7 = 20$ (समान्तर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं)

या $y = 13\text{cm}$

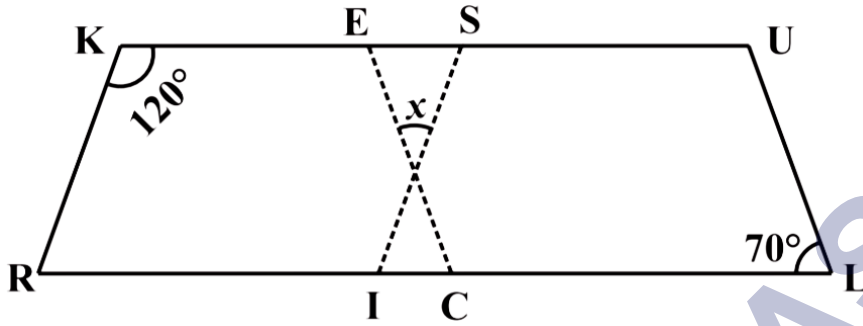
तथा $x + y = 16$

या $x + 13 = 16$

या $x = 3\text{cm}$

अतः $x = 3\text{cm}, y = 13\text{cm}$

प्रश्न 9 दी गई आकृति में RISK तथा CLUE दोनों समांतर चतुर्भुज हैं, x का मान ज्ञात कीजिए।



उत्तर: समांतर चतुर्भुज RISK

$\angle K + \angle ISK = 180^\circ$ (आसन्न कोण का योग 180°)

या $120 + \angle ISK = 180^\circ$

या $\angle ISK = 60^\circ$

समांतर चतुर्भुज CLUE

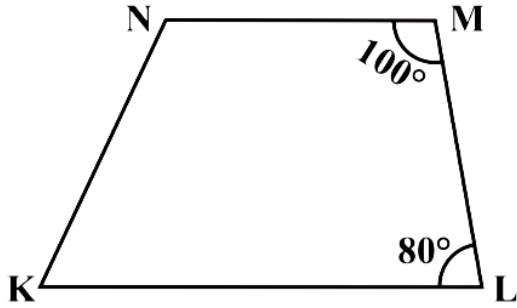
$\angle ULC = \angle CEU = 70^\circ$ (समांतर चतुर्भुज सम्मुख कोण समान होते हैं)

तब त्रिभुज ESO

$x + 60^\circ + 70^\circ = 180^\circ$

या $x = 50^\circ$

प्रश्न 10 बताइए कैसे यह आकृति एक समलंब है। इसकी कौन सी दो भुजाएँ समांतर हैं ?



उत्तर:

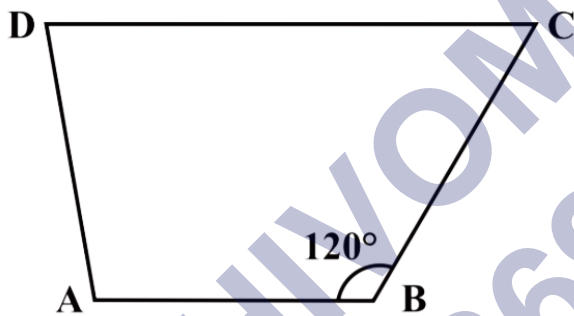
$$\angle M + \angle L = 100^\circ + 80^\circ = 180^\circ$$

जो यहा दर्शाता है की आसन्न कोण का योग 180° होता है

अर्थात् $NM \parallel LK$

इससे स्पष्ट होता है की चतुर्भुज KLMN एक समलम्ब चतुर्भुज है।

प्रश्न 11 आकृति में $m\angle C$ ज्ञात कीजिए यदि $AB \parallel DC$ है



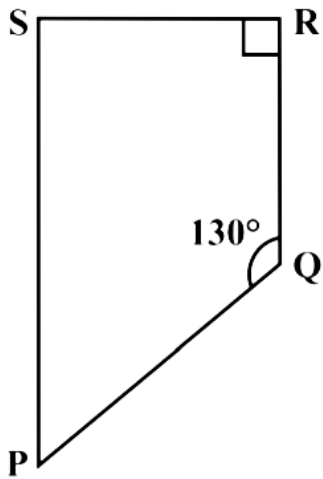
उत्तर: दिया गया है $AB \parallel DC$

$$\text{अतः } \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } 120^\circ + m\angle C = 180^\circ$$

$$\text{या } m\angle C = 60^\circ$$

प्रश्न 12 आकृति में $\angle P$ तथा $\angle S$ की माप ज्ञात कीजिए यदि $SP \parallel RQ$ है। (यदि आप $m\angle R$, ज्ञात करने हैं, तो क्या $m\angle P$ को ज्ञात करने की एक से अधिक विधि है?)



उत्तर: $\angle P + \angle Q = 180^\circ$ (आसन्न कोण का योग 180°)

या $\angle P + 130^\circ = 180^\circ$

या $\angle P = 50^\circ$

$\angle S + \angle R = 180^\circ$ (आसन्न कोण का योग 180°)

या $\angle S + 90^\circ = 180^\circ$

या $\angle S = 90^\circ$

हाँ, $\angle P$ को ज्ञात करने की एक से अधिक विधि है।