भौतिकी

अध्याय-2: स्थिर वैद्युत विभव तथा धारिता

SHIVOM CLASSES 8696608541

वैद्युत विभव (Electric Potential)

विद्युत विभव : विद्युत क्षेत्र में एक बिंदु से परीक्षण चार्ज q लाने में प्रतिकर्षण बल के विरुद्ध किया गया कार्य उस बिंदु पर विद्युत विभव का प्रतिनिधित्व करता है। इसे V से दर्शाया जाता है।

विद्युत विभव की इकाई

यदि एक परीक्षण आवेश q को अनन्त से किसी बिन्दु तक लाने में प्रतिकर्षण बल F के विरुद्ध W कार्य करना पड़े तो उस बिन्दु पर वैद्युत विभव

$$V = \frac{W}{q}$$

चूँकि W तथा q अदिश राशियाँ हैं, अत : विभव भी एक अदिश राशि है।

वैद्युत विभव का मात्रक जूल / कूलॉम है, इसे वोल्ट (V) भी कहते हैं।

विद्युत विभव का मात्रक

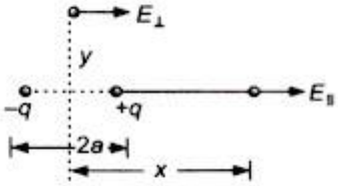
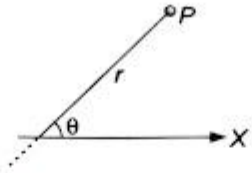
विद्युत विभव का S.I. मात्रक वोल्ट = जूल/कूलाम होता है

विद्युत विभव का विमीय सूत्र

इसका विमीय सूत्र (विमा) $[M^1L^2T^{-3}I^{-1}]$ होता है

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

निकाय (System)		वैद्युत विभव (Electric potential)
विलगित आवेश		$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$
द्विध्रुव		$V_{\parallel} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$ $V_\perp = 0$
$x, y >> r$		$V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

विद्युत विभव के गुण

1. विधुत विभव एक अदिश राशि है इसका मान धनात्मक, ऋणात्मक अथवा शून्य भी हो सकता है।
2. विद्युत क्षेत्र की दिशा में विभव घटता है।
3. दो समान और विपरीत आवेशों के बीच एक बिंदु पर, विद्युत विभव शून्य होती है लेकिन विद्युत क्षेत्र शून्य नहीं होता है।
4. कुल विद्युत विभव का मान सभी विभवों के योग के बराबर होता है V = V1+ V2+ V3 + V4 + . .

वैद्युत विभवान्तर (Electric Potential Difference)

वैद्युत क्षेत्र में किसी परीक्षण आवेश को एक बिन्दु से दूसरे बिन्दु तक ले जाने में किये गये कार्य तथा परीक्षण आवेश के मान की निष्पत्ति को उन बिन्दुओं के बीच विभवान्तर कहते हैं। अत : यदि परीक्षण आवेश q को बिन्दु B से A तक ले जाने में किया गया कार्य W हो, तो A व B के बीच विभवान्तर

SHIVOM CLASSES 8696608541

$$V_A - V_B = \frac{W}{q}$$

चूँकि कार्य W तथा आवेश q दोनों ही अदिश राशियाँ हैं, अत : विभवान्तर V_A - V_B भी एक अदिश राशि होगी। वैद्युत विभवान्तर का मात्रक विभव के मात्रक के समान है वोल्ट है।

समविभव पृष्ठ (Equipotential Surface)

समविभव पृष्ठ किसी वैद्युत क्षेत्र में स्थित वह पृष्ठ है, जिसके प्रत्येक बिन्दु पर वैद्युत विभव का मान समान होता है।

1. समविभव पृष्ठ तलीय, ठोस आदि हो सकता है, परन्तु केवल एक बिन्दु नहीं हो सकता।
2. दो समविभव पृष्ठ एक - दूसरे को कभी नहीं काटते हैं।
3. आवेशित चालक का पृष्ठ सदैव समविभव पृष्ठ होता है।
4. एक बिन्दु आवेश q को समविभव पृष्ठ पर दो बिन्दुओं के बीच चलाने में किया गया कार्य शून्य होता है।
5. विलगित बिन्दु आवेश के कारण समविभव पृष्ठ गोलीय होता है ।
6. समान वैद्युत क्षेत्र में समविभव पृष्ठ तलीय होते हैं।
7. रेखीय आवेश के कारण समविभव पृष्ठ बेलनाकार होता है।

वैद्युत धारिता ((Electrical Capacitance)

किसी वस्तु की धारिता का तात्पर्य वस्तु द्वारा आवेश तथा ऊर्जा संचय करने की क्षमता से है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

जब किसी वस्तु को विलगित आवेश q दिया जाता है,तो इसके विभव में परिवर्तन हो जाता है। यह विभव परिवर्तन V । वस्तु को दिये गये आवेश के अनुक्रमानुपाती होता है

अर्थात्

$$V \propto q$$

$$V = \frac{q}{C}$$

$$C = \frac{q}{V}$$

- धारिता एक अदिश राशि है।
- धारिता का SI मात्रक फैरड है।
- इसका विमीय सूत्र [$M^{-1}L^{-2}T^{4}A^{2}$] है।

यदि धारिता C के एक संधारित्र को आवेश q देकर विभव V तक आवेशित किया जाता है तो चालक की स्थितिज ऊर्जा के

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}qV$$

संधारित्र (Capacitors)

संधारित्र एक ऐसी युक्ति, प्रबन्ध अथवा समायोजन है जिसके द्वारा किसी चालक के आकार में परिवर्तन किये बिना, चालक की धारिता बढ़ायी जा सकती है तथा चालक पर वैद्युत आवेश एवं ऊर्जा की अधिक मात्रायें संचित की जा सकती हैं।

संधारित्र की धारिता (Capacitance of Capacitors)

SHIVOM CLASSES 8696608541

संधारित्र की धारिता का तात्पर्य, उस संधारित्र द्वारा वैद्युत ऊर्जा (स्थितिज ऊर्जा के रूप में) एवं संधारित्र की प्रत्येक प्लेट पर आवेश संचय करने की क्षमता से है।

संधारित्र के किसी एक चालक पर उपस्थित आवेश q के परिमाण तथा इसके दोनों चालकों के बीच विभवान्तर V के परिमाण के अनुपात को संधारित्र की धारिता C कहते हैं। अर्थात्

$$C = \frac{q}{V}$$

संधारित्र में संचित ऊर्जा (Energy Stored in Capacitor)

संधारित्र को आवेशित करने के लिये प्रतिकर्षण बलों के विरुद्ध कुछ कार्य करना पड़ता है यह कार्य संधारित्र की प्लेटो के मध्य के माध्यम में संचित हो जाता है । इसे ही संधारित्र की वैद्युत स्थितिज ऊर्जा कहते हैं ।

यदि संधारित्र की धारिता C प्लेटों के बीच विभान्तर V, प्लेट पर आवेश q तथा वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता E हो तो संधारित्र में संचित ऊर्जा

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}qV = \frac{1}{2}K\epsilon_0 E^2 \tau$$

जहाँ τ(tau) प्लेटों के बीच भरे परवैद्युत माध्यम का आयतन है ।

समान्तर प्लेट संधारित्र (Parallel Plate Capacitor)

समान्तर प्लेट संधारित्र समान आकार की एक निश्चित दूरी से पृथक दो धात्विक प्लेटों से बना होता है । इसके एक सिरे पर + q आवेश तथा दूसरी प्लेट पर -q आवेश होता है ।

समान्तर प्लेट संधारित्र की धारिता

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

जहाँ, A = प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल, d = दोनों प्लेटों के बीच की दूरी,E_0 = निर्वात की वैद्युतशीलता।

(i) दो प्लेटों के बजाय यदि n समान प्लेटें एक-दूसरे से समान दूरी पर रखी हों तथा सभी प्लेटें क्रमागत जुड़ी हों, तब इस व्यवस्था की धारिता

$$C=\frac{(n-1)\varepsilon_0 A}{d}$$

(ii) यदि t मोटाई एवं परावैद्युत नियतांक K की परावैद्युत पट्टिका दोनों प्लेटों के बीच रखी जाये, तो

$$C=\frac{\varepsilon_0 A}{d-t+\frac{t}{K}}=\frac{\varepsilon_0 A}{d-t\left(1-\frac{1}{K}\right)}$$

(a) यदि $t=d$, अर्थात् प्लेटों के बीच सम्पूर्ण स्थान में परावैद्युत भरा हो, तो

$$C=\frac{\varepsilon_0 A}{d-t\left(1-\frac{1}{K}\right)}=\frac{K\varepsilon_0 A}{d}$$

(b) यदि K=∞, तब

$$C=\frac{\varepsilon_0 A}{d-t}$$

(iii) समान्तर प्लेट संधारित्र की प्लेटों के मध्य लगने वाले बल का परिमाण

$$F=\frac{\sigma^2 A}{2\varepsilon_0}=\frac{Q^2}{2A\varepsilon_0}=\frac{CV^2}{2d}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

(iv) संधारित्र की प्लेटों के मध्य ऊर्जा घनत्व

$$u = \frac{U}{volume} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

संधारित्रों का संयोजन (Combination of Capacitors)

संधारित्रों को प्रमुखत : दो प्रकार से जोड़ा जाता है

(1) श्रेणी संयोजन (Series Combination)

श्रेणी संयोजन में सभी प्लेटों पर आवेश समान होता है तथा यह सेल से प्रवाहित आवेश के समान होता है । यदि n संधारित्र श्रेणी क्रम में जुड़े हों, तब तुल्य धारिता

$$\frac{1}{C_{net}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \ldots\ldots$$

(2) समान्तर संयोजन (Parallel Combination)

समान्तर संयोजन में प्रत्येक संधारित्र के सिरों पर विभवान्तर समान होता है तथा कुल आवेश उनकी धारिताओं के अनुपात में वर्गीकृत होता है।

यदि n संधारित्र समान्तर क्रम में जुड़े हों तब

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \ldots.$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 86-87)

प्रश्न 1 5 × 10^{-8}C तथा -3 × 10^{-8}C के दो आवेश 16 सेमी दूरी पर स्थित हैं। दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के किस बिन्दु पर विद्युत विभव शून्य होगा? अनन्त पर विभव शून्य लीजिए।

उत्तर- दिया है, q_1 = 5 × 10^{-8} कुलाम, q_2 = -3 × 10^{-8} कुलाम तथा r = 16 सेमी =16 × 10^{-2} मीटर = 0.16 मीटर

माना, दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के बिन्दु P पर वैद्युत विभव शून्य है तथा q_1 से P की दुरी x है तब q_2 से P की दुरी (r - x) होगी।

P पर वैद्युत विभव-

सूत्र $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{P}{r}$ से

q_1 के कारण $V_1 = \frac{9\times10^9\times5\times10^{-8}}{x}$

तथा q_2 के कारण $V_2 = \frac{9\times10^9\times(-3\times10^{-8})}{r-x}$

अतः p पर कुल विभाग $V = V_1 + V_2 = 0$

$$\frac{9\times10^9\times5\times10^{-8}}{x} + \frac{9\times10^9\times(-3\times10^{-8})}{(r-x)} = 0$$

$$\frac{5}{x} - \frac{3}{(0.16-x)} = 0$$

$$\frac{5}{x} = \frac{3}{(0.16-x)}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

$5(0.16 - x) = 3x$

$0.8 - 5x = 3x$

$8x = 0.8$ मीटर

$\therefore x = \frac{0.8}{8} = 0.1$ मीटर

वैद्युत विभव दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के बाह्य बिन्दु p_1 पर भी शून्य होगा, जहाँ $Bp_1 = x$ (माना)

P_1 पर q_1 के कारण विभव $V_1' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{5\times10^{-8}}{(0.16+x)}$

तथा q_2 के कारण विभाग $V_2' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-3\times10^{-8}}{x}$

p_1 पर परिणामी विभाग $V = V_1' + V_2' = 0$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{5\times10^{-8}}{(0.16+x)} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(-3\times10^{-8})}{x} = 0$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{5\times10^{-8}}{(0.16+x)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{3\times10^{-8}}{x}$$

$$\frac{5}{(0.16+x)} = \frac{3}{x}$$

$5x = 0.48 + 3x$

$2x = 0.48$ मीटर

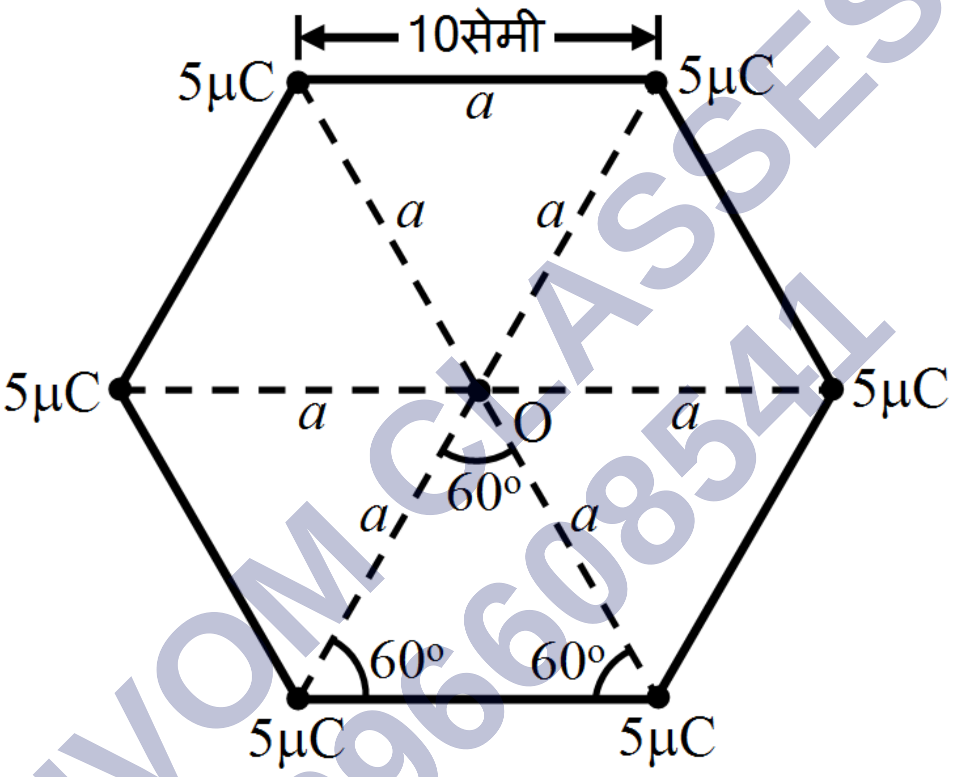
$x = 0.24$ मीटर

$= 0.24$ मीटर

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 2 10 सेमी भुजा वाले एक सम-षट्भुज के प्रत्येक शीर्ष पर 5μC का आवेश है। षट्भुज के केन्द्र पर विभव परिकलित कीजिए।

उत्तर- समषट्भुज के केन्द्र से प्रत्येक शीर्ष की दूरी समान होती है तथा यह इसकी भुजा a = 10 सेमी के बराबर होगी (चित्र)। चूंकि प्रत्येक शीर्ष पर आवेश भी समान ($q = 5\mu C = 5 \times 10^{-6} C$) है, अत: प्रत्येक शीर्ष पर स्थित आवेश के कारण केन्द्र O पर विभव समान होगा।



A पर स्थित q आवेश के कारण O पर वैद्युत विभाग

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$= \frac{9\times10^9\times5\times10^{-6}}{0.1}$$

अत: सभी शीर्षो पर स्थित आवशो के कारण O पर विद्युत विभाग

$$V = 6 \times V_1$$

$$= \frac{6\times9\times10^9\times5\times10^{-6}}{0.1}$$

$$= 2.7 \times 10^6 \text{ वोल्ट}$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 3 6 सेमी की दूरी पर अवस्थित दो बिन्दुओं A एवं B पर दो आवेश 2μC तथा −2μC रखे है।

a. निकाय के सम विभव पृष्ठ की पहचान कीजिए।
b. इस पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत-क्षेत्र की दिशा क्या है?

उत्तर-

a. दिया है, A व B पर दो आवेश 2μC और −2μC रखे हैं।

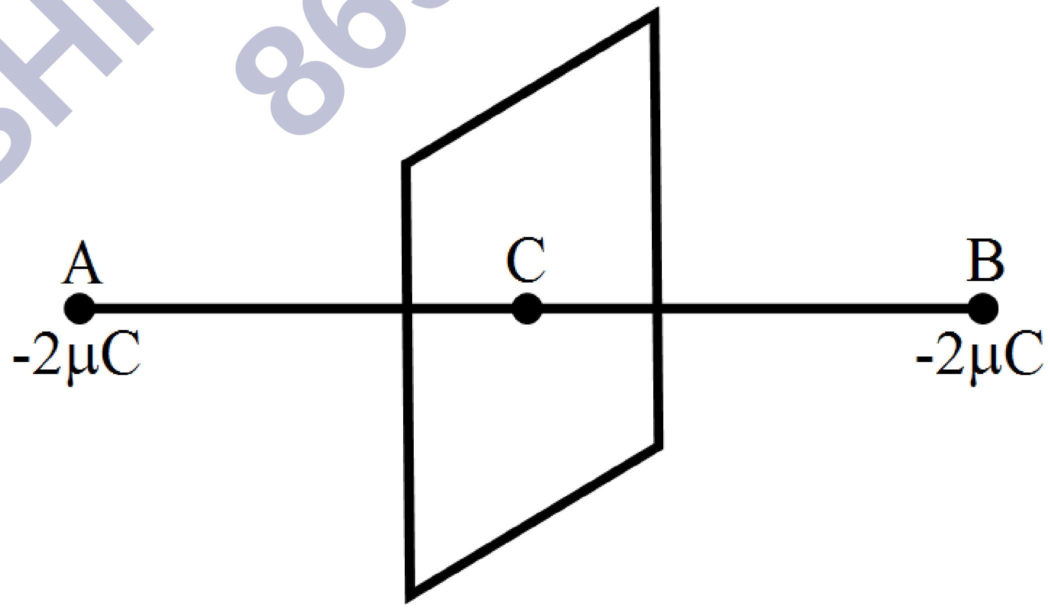
AB = 6 सेमी = 0.06 मीटर

दो दिए गए आवेशों के निकाय का समविभवी पृष्ठ A व B को मिलाने वाली रेखा के अभिलम्बवत् होगा। यह पृष्ठ, रेखा AB के मध्य बिन्दु C से गुजरेगा।

C पर विभाग $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{2\times10^{-6}}{0.03}\frac{(-2\times10^{-6})}{0.03}\right] = 0$

इस प्रकार इस पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर समान विभव है और यह शून्य है। अतः यह एक समविभवी पृष्ठ है।

b. हमें ज्ञात है कि वैद्युत क्षेत्र सदैव + से - आवेश की ओर दिष्ट होता है। इस प्रकार यहाँ वैद्युत क्षेत्र (+ve) बिन्दु A से ऋणावेशित (-ve) बिन्दु B की ओर कार्य करता है। तथा यह समविभवी पृष्ठ के अभिलम्बवत् है



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 4 12 सेमी त्रिज्या वाले एक गोलीय चालक के पृष्ठ पर $1.6 \times 10^{-7}C$ पर आवेश एकसमान रूप से वितरित है।

a. गोले के अन्दर
b. गोले के ठीक बाहर
c. गोले के केन्द्र से 18 सेमी पर अवस्थित, किसी बिन्दु पर विद्युत-क्षेत्र क्या होगा?

उत्तर- आवेश सदैव चालक के पृष्ठ पर रहता है तथा बाहरी बिन्दुओं के लिए यह ऐसे व्यवहार करता है जैसे सम्पूर्ण आवेश इसके केन्द्र पर स्थित हो।

a. गोले के भीतर वैद्युत क्षेत्र, $E_{in} = 0$
b. गोले के पृष्ठ पर वैद्युत क्षेत्र

$$E_s = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{R^2}$$

जहाँ $q = 1.6 \times 10^{-7}C$, R = 12 सेमी 0.12 मीटर

$$\therefore E_s = 9 \times 19^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-7}}{(0.12)^2} = 10^{7N/C}$$

गोले के केन्द्र से दुरी, r = 18 सेमी = 0.18 मीटर पर स्थित बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र

$$E_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1.6 \times 10^{-7}}{(0.18)^2}$$

$= 4.4 \times 10^4$ न्यूटन/ कुलाम

प्रश्न 5 एक समान्तर पट्टिका संधारित्र, जिसकी पट्टिकाओं के बीच वायु है, की धारिता 8pF (1 pF $= 10^{-12}$ F) है। यदि पट्टिकाओं के बीच की दूरी को आधा कर दिया जाए और इनके बीच के स्थान में 6 परावैद्युतक'का एक पदार्थ भर दिया जाए तो इसकी धारिता क्या होगी?

उत्तर- दिया है : पट्टिकाओं के बीच वायु होने पर समान्तर पट्ट संधारित्र की धारिता

$C_0 = 8$ pF $= 8 \times 10^{-12F}$

यदि प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल = A

SHIVOM CLASSES 8696608541

तथा पट्टिकाओं के बीच दूरी = d हो, तो

$C_0 = \frac{\epsilon_{0A}}{d} \ldots (1)$

पट्टिकाओ के बिच परावैद्युत पदार्थ भरने पर, तथा बिच की दुरी आधी $\left(\frac{d}{2}\right)$ करने पर

$\epsilon = \epsilon_{0K}$

C = संधारित्र की परावैद्युत पदार्थ उपस्थिति में धारित

K = 6

इस प्रकार $C = \frac{\epsilon A}{d} = \frac{\epsilon_{0KA}}{\left(\frac{d}{2}\right)}$

$= 2K\frac{\epsilon_{0A}}{d} \ldots.(2)$

सभी° (2) में (1) से सभी देने पर,

$\frac{C}{C_\circ} = 2K$

$C = 2KC_\circ$

$= 2 \times 6 \times 8 \times 10^{-12}F$

$= 96 \times 10^{-12}F$

= 96pF

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 6 9pF धारिता वाले तीन संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़ा गया है।

a. संयोजन की कुल धारिता क्या है?
b. यदि संयोजन को 120V के संभरण (सप्लाई) से जोड़ दिया जाए, तो प्रत्येक संधारित्र पर क्या विभवान्तर होगा?

उत्तर- तीनों संधारित्रों में प्रत्येक की धारिता 9pF है।

अर्थात् $C_1 = C_2 = C_3 = 9pF$; संभरण वोल्टता V = 120 वोल्ट

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

यदि इनके श्रेणी संयोजन की कुल धारिता C_s हो

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{9pF} + \frac{1}{9pF} + \frac{1}{9pF} = \frac{1}{3pF}$$

$$C_s = 3pF$$

संधारित्रों के श्रेणी संयोजन पर कुल आवेश Q = C_s, V = 3pF × 120 वोल्ट। श्रेणी संयोजन में प्रत्येक पर आवेश Q समान होगा। चूँकि प्रत्येक की धारिता भी समान है, अतः प्रत्येक संधारित्रों का विभवान्तर भी समान होगा।

$$\therefore V_1 = V_2 = V_3 = \frac{Q}{C_1} = \frac{Q}{C_2} = \frac{Q}{C_3}$$

$$= \frac{3qF \times 120V}{9pF}$$

= 40 वोल्ट

प्रश्न 7 2pF, 3pF और 4pF धारिता वाले तीन संधारित्र पाश्र्वक्रम में जोड़े गए हैं।

संयोजन की कुल धारिता क्या है?

यदि संयोजन को 100V के संभरण से जोड़ दें तो प्रत्येक संधारित्र पर आवेश ज़ात कीजिए।

उत्तर- यहाँ C_1 = 2pF, C_2 = 3pF, C_3 = 4pF तथा संभरण वोल्टता V = 100 वोल्ट

a. संधारित्रों के पाश्र्वक्रम (समान्तर संयोजन) की कुल धारिता

   $C = C_1 + C_2 + C_3$ = 2pF + 3pF + 4pF = 9pF

b. पाश्र्वक्रम संयोजन के प्रत्येक संधारित्र के सिरों के बीच वोल्टता संभरण वोल्टता के बराबर ही होगी अर्थात् V = 100 वोल्ट

   अतः C_1 = 2pF = 2×10^{-12}F पर आवेश

   $Q_1 = C_2 \times V = 2 \times 10^{-12}F \times 100$ वोल्ट = 2×10^{-10} कूलॉम

   C_2 = 3pF = 3×10^{-12}F पर आवेश

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$Q_2 = C_2 \times V = 3 \times 10^{-12}F \times 100$ वोल्ट $= 3 \times 10^{-10}$ कूलॉम

$C_3 = 4pF = 4 \times 10^{-12}F$ पर आवेश

$Q_3 = C_3 \times V = 4 \times 10^{-12}F \times 100$ वोल्ट $= 4 \times 10^{-10}$ कूलॉम

प्रश्न 8 पट्टिकाओं के बीच वायु वाले समान्तर पट्टिको संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल $6 \times 10^{-3}m^2$ तथा उनके बीच की दूरी 3mm है। संधारित्र की धारिता को परिकलित कीजिए। यदि इस संधारित्र को 100V के संभरण से जोड़ दिया जाए तो संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका पर कितना आवेश होगा?

उत्तर- दिया है,

प्लेट क्षेत्रफल $A = 6 \times 10^{-3}m$, $y = 100$ वोल्ट

बीच की दूरी $d = 3mm = 3 \times 10^{-3}m$

धारिता C = ?, प्रत्येक पट्टी पर आवेश = ?

सूत्र $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ से धारिता

$$C = \frac{8.854 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{-3}}{3 \times 10^{-3}} = 17.7pF = 18pF$$

संधारित्र पर आवेश $q = CV = 17.7 \times 10^{-12} \times 100$

$= 17.7 \times 10^{-10}C$

∴ एक पट्टि पर आवेश $= +17.7 \times 10^{-10}C$

दूसरी पट्टि पर आवेश $= -17.7 \times 10^{-10}C$

प्रश्न 9 अभ्यास में दिए गए संधारित्र की पट्टिकाओं के बीच यदि 3mm मोटी अभ्रक की एक शीट (पत्तर) (परावैद्युतांक = 6) रख दी जाती है तो स्पष्ट कीजिए कि क्या होगा जब

a. विभव (वोल्टेज) संभरण जुड़ा ही रहेगा।
b. संभरण को हटा लिया जाएगा?

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उत्तर- V = 100 वोल्ट,

$q = 18 \times 10^{-10}C$

अब माध्यम का परावैद्युतांक K = 6

परावैद्युत की मोटाई $t = 3mm = 3 \times 10^{-3}m$

t = d; अत: संधारित्र पूर्णत: परावैद्युत द्वारा भरा है।

संधारित्र की नई धारिता $C = KC_0 = 6 \times 18pF$ [$C_0 = 18pF$]

= 108pF

विभव संभरण जुड़ा हुआ है; अत: संधारित्र का विभवान्तर नियत अर्थात् 100 वोल्ट रहेगा।

संधारित्र पर नया आवेश $q = CV = 108 \times 10^{-12} \times 100$

$= 1.08 \times 10^{-8}C$

अत: इस स्थिति में, C = 108pF, V = 100V, $q = 1.08 \times 10^{-8}C$

विभव संभरण हटा लिया गया है; अत: संधारित्र पर आवेश $q = 18 \times 10^{-10}C$ नियत रहेगा।

∴ नया विभवान्तर $V = \frac{q}{C} = \frac{18\times10^{-10}}{108\times10^{-12}}$

$= \frac{1800}{108} = \frac{50}{3}V$

अत: C = 108pF,

$C = 108pF, V = \frac{50}{3}V = 16.6V,$

$q = 1.8 \times 10^{-9C}$

प्रश्न 10 12pF का एक संधारित्र 50V की बैटरी से जुड़ा है। संधारित्र में कितनी स्थिर विद्युत ऊर्जा संचित होगी?

उत्तर- यहाँ $C = 12pF = 12 \times 10^{-12}$ फैरड; V = 50 वोल्ट

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

अत: स्थिर वैद्युत ऊर्जा

$$u = \frac{1}{2}cv^2$$

$$= \frac{1}{2} \times (12 \times 10^{-12}) \times (50)^2 \text{ जूल}$$

$$= 1.50 \times 10^{-8} \text{ जूल}$$

प्रश्न 11 200V संभरण (सप्लाई) से एक 600pF से संधारित्र को आवेशित किया जाता है। फिर इसको संभरण से वियोजित कर देते हैं तथा एक अन्य 600pF वाले अनावेशित संधारित्र से जोड़ देते हैं। इस प्रक्रिया में कितनी ऊर्जा का ह्रास होता है?

उत्तर- दिया है,

धारिताएँ $C_1 = 600 \times 10^{-12}$ F, $C_2 = 600 \times 10^{-12}$ F

विभवान्तर $V_1 = 200$ V, $V_2 = 0$ V .

प्रक्रिया में ऊर्जा का हास $\triangle U$ = ?

आवेश के बाद संभरण को हटा दिया जाता है; अत: निकाय पर कुल' आवेश नियत रहेगा।

माना संधारित्रों को जोड़ने पर उनका उभयनिष्ठ विभव V है,

तब $q = C_1 V_1 + C_2V_2 = (C_1 + C_2)V$

$\Rightarrow 600 \times 10^{-12} \times 200 + 0$

$= [600 + 699] \times 10^{-12} \times V$

$$\therefore V = \frac{600 \times 200}{1200} = 100V$$

∴ निकाय की प्रारम्भिक ऊर्जा

$$u = \frac{1}{2}C_{1V_1^2}2 + \frac{1}{2}C_{1V_2^2}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$= \frac{1}{2} \times 600 \times 10^{-12} \times (200)^2 + 0$

$= 12 \times 10^{-6} J$

अन्तिम ऊर्जा $U = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2$

$= \frac{1}{2}[600 \times 10^{-12} + 600 \times 10^{-12}] \times (100)^2$

$= 6 \times 10^{-6} J$

$\therefore$ ऊर्जा का ह्रास $\Delta U = U - U = 6 \times 10^6 J$

अन्य विधि ऊर्जा का ह्रास $\Delta U = \frac{1}{2} \times \frac{C_1C_2}{(C_1+C_2)} (V_1 \sim V_2)$

$= \frac{1}{2} \times \frac{600\times10^{-12}\times600\times10^{-12}}{[600+600]\times10^{-12}} (200 \sim 0)^2$

$= 6 \times 10^{-6} J$

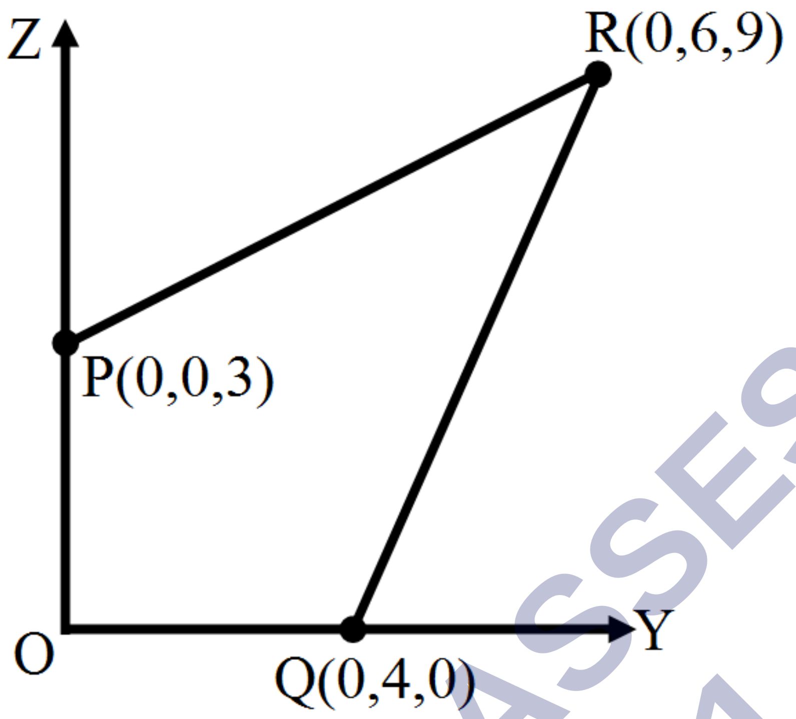
अतिरिक्त अभ्यास (87-92)

प्रश्न 12 मूल बिन्दु पर एक 8 सेमी का आवेश अवस्थित है। -2×10^{-9} के एक छोटे से आवेश को बिन्दु P(0, 0, 3 सेमी) से, बिन्दु R(0, 6 सेमी, 9 सेमी) से होकर, बिन्दु Q(0, 4 सेमी, 0) तक ले जाने में किया गया कार्य परिकलित कीजिए।

उत्तर-

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



मूल बिन्दु पर आवेश Q = 8×10^{-3}C

दूसरा आवेश q = -2×10^{-9}C

स्थिरविद्युत क्षेत्र में किसी आवेश को एक बिन्दु से दूसरी बिन्दु तक ले जाने में किया जाने वाला कार्य मार्ग के स्थान पर अन्त्य बिन्दुओं पर निर्भर करता है।

आवेश q को बिन्दु P से Q तक ले जाने में किया गया कार्य

$W = q\,(V_Q - V_P)$

यहाँ बिन्दु Q की मूल बिन्दु से दूरी r_Q = OQ = 0.04 मी

तथा बिन्दु P की मूल बिन्दु से दूरी r_P = OP = 0.03 मी

मूल बिन्दु पर स्थित आवेश Q के कारण Q व P के बीच विभवान्तर

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$V_Q - V_P = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{r_Q} - \frac{Q}{r_P}\right)$$

$$= 9 \times 10^9 \times 8 \times 10^{-3}\left[\frac{1}{0.04}\,\frac{1}{0.03}\right]$$

$$= 72 \times 10^8 \frac{(3-4)}{12} = -6 \times 10^8 V$$

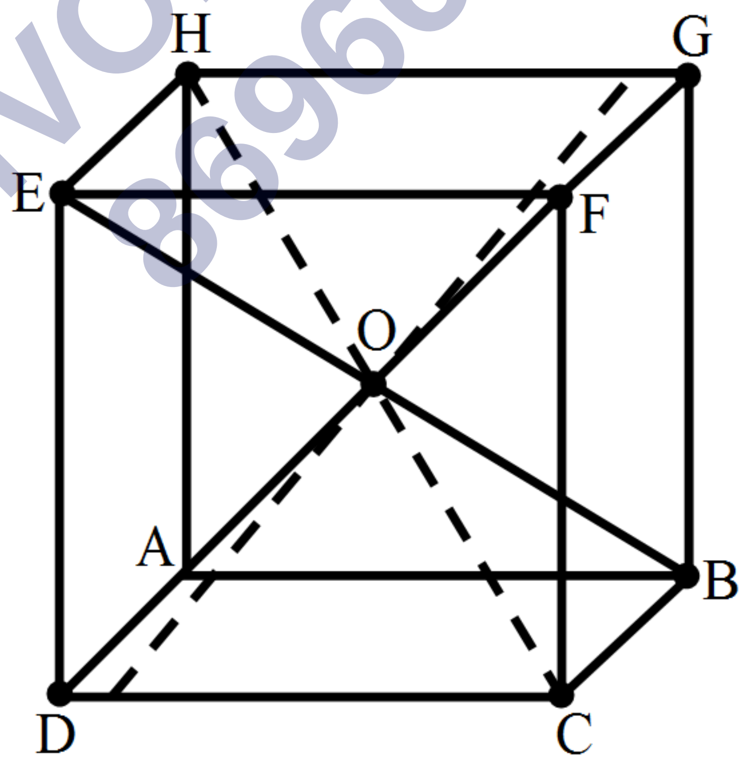
$\therefore$ अभीष्ट कार्य $W = q(V_Q - V_Q)$

$$= (-2 \times 10^{-9}) \times (-6 \times 10^8)$$

$$= 1.2J$$

प्रश्न 13 b भुजा वाले एक घन के प्रत्येक शीर्ष पर q आवेश है। इस आवेश विन्यास के कारण घन के केन्द्र पर विद्युत विभव तथा विद्युत-क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

उत्तर-



SHIVOM CLASSES 8696608541

चित्र 2.6 में घन की भुजा = b

अतः घन का प्रत्येक विकर्ण $= \sqrt{b^2 + b^2 + b^2} = b\sqrt{3}$

घन के प्रत्येक शीर्ष पर स्थित आवेश = q तथा प्रत्येक आवेश की घन के केन्द्र O (चारों विकर्णो AF, EB, CH तथा GD का छेदन बिन्दु, जो इनका मध्य बिन्दु होता है) से दूरी

$$r = \frac{\text{विकर्ण}}{2} = \frac{b\sqrt{3}}{2}$$

अतः प्रत्येक शिर्ष पर स्थित आवेश के कारण O पर विभाग समान होगा।

अतः O पर परिणाम विभव

V = 8 × एक शिर्ष पर स्थित आवेश के कारण विभव

$$= 8 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r}\right) = 8 \times \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{b\sqrt{\frac{3}{2}}}\right)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{16q}{b\sqrt{3}}\right) = \frac{4q}{\pi\epsilon_{0b\sqrt{3}}}$$

चूंकि प्रत्येक विकर्ण के शीर्ष पर समान परिमाण तथा समान प्रकृति के आवेश रिथत हैं, अतः इनके कारण.O पर तीव्रता परिमाण में बराबर तथा दिशा में विपरीत होगी। अतः ये एक-दूसरे को निरस्त कर देंगी। अतः O पर परिणामी तीव्रता शून्य होगी।

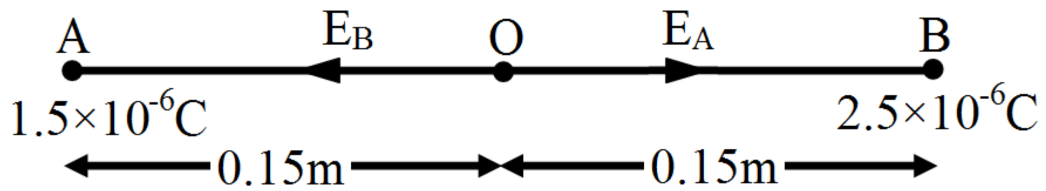
प्रश्न 14 1.5μC और 2.5μC आवेश वाले दो सूक्ष्म गोले 30 सेमी दूर स्थित हैं।

a. दोनों आवेशों को मिलाने वाली रेखा के मध्य बिन्दु पर.
b. मध्य बिन्दु से होकर जाने वाली रेखा के अभिलम्ब तल में मध्य बिन्दु से 10 सेमी दूर स्थित किसी बिन्दु पर विभव और विद्युत-क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

a.

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



मध्य बिन्दु की प्रत्येक आवेश से दूरी

$r_A = r_B = 0.15m$

मध्य बिन्दु पर विभव

$$V = V_A + V_B = 9 \times 10^9 \left[\frac{q_A}{r_A} + \frac{q_B}{r_B}\right]$$

$$9 \times 10^9 \left[\frac{1.5\times10^{-6}}{0.15} + \frac{2.5\times10^{-6}}{0.15}\right] = 2.4 \times 10^5 V$$

माना q_A व् q_B के कारण विद्युत-क्षेत्र E_A तथा E_A है तब $E_B > E_A$

∴ मध्य पर विद्युत-क्षेत्र

$$E = E_B - E_A = 9 \times 10^9 \times \frac{q_B}{r_B^2} - 9 \times 10^9 \times \frac{q_A}{r_A^2}$$

$$= 9 \times 10^9 \left[\frac{2.5\times10^{-6}}{0,15\times0.15} - \frac{1.5\times10^{-6}}{0.15\times0.15}\right]$$

$\Rightarrow E = 4.0 \times 10^5 Vm^{-1}$ बड़े से छोटे आवेशों की दिशा में

b. माना हमें बिन्दु P पर विद्युत विभव तथा विद्युत-क्षेत्र ज्ञात करता है

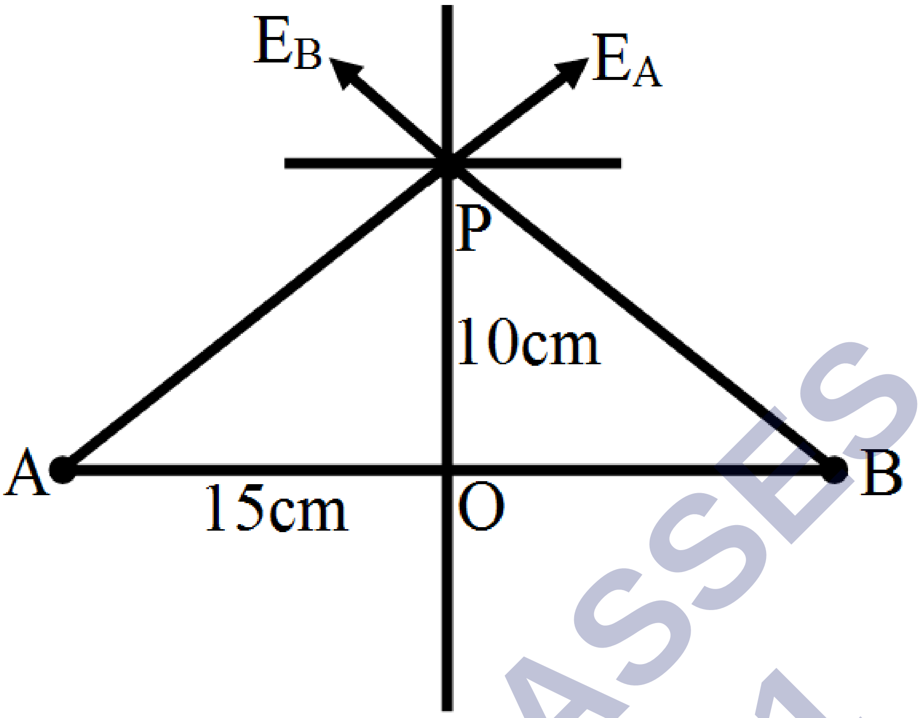
तब $AP^2 = BP^2 = 15^2 + 10^2$

$= 325 = 25 \times 13$

$\Rightarrow AP = BP\ 5\sqrt{13cm}$

$= 18cm = 0.18m$

SHIVOM CLASSES 8696608541



∴ बिन्दु p पर विभव

$$V = V_A + V_B = 9 \times 10^9 \left[\frac{2.5\times10^{-6}}{0.18} + \frac{1.5\times10^{-6}}{0.18}\right]$$

$$= 2 \times 10^5 V$$

बिन्दु p पर q_A के कारण विद्युत-क्षेत्र

$$E_B = 9 \times 10^9 \times \frac{1.5\times10^{-6}}{(0.18)^2} = 4.17 \times 10^{-5} N/C$$ [AP दिशा में

q_B के कारण बिन्दु p पर विद्युत-क्षेत्र

$$E_B = 9 \times 10^9 \times \frac{2.5\times10^{-6}}{(0.18)^2} = 6.94 \times 10^5 N/C$$ [BP दिशा में]

माना $\angle APO = \angle BPO = \alpha$

तब $\tan\alpha = \frac{AO}{OP} = \frac{15}{10} = 1.5$

$\therefore \alpha = \tan^{-1}(1.5) = 56.3^\circ$

SHIVOM CLASSES 8696608541

∴ बिन्दु p पर परिणाम विद्युत-क्षेत्र $E = \sqrt{[E_A^2 + E_B^2 + 2E_A E_B \cos\theta]}$

$= 10^5 \sqrt{[(4.17)^2 + (6.94)^2 + 2 \times 4.17 \times 6.94 \times (-0.38)}$

$E = 6.6 \times 10^5 Vm^{-1}$

माना परिणाम क्षेत्र BP दिशा से (E_B की दिशा में) β कोण बनाता है, तब

$\tan\beta = \frac{E_A \sin\theta}{E_B + E_A \cos\theta} \left[\begin{array}{l} \sin\theta = \sin 112.6^\circ = 0.92 \\ \cos\theta = \cos 112.6^\circ = -0.38 \end{array} \right]$

$= \frac{4.17 \times 0.92}{6.94 + 4.17 \times (-0.38)} = 0.715$

$\Rightarrow \beta = \tan^{-1}(0.715) = 35.6^\circ$

∴ परिणाम क्षेत्र द्वारा BA दिशा से बनाया गया कोण

$\phi = \angle ABP + \beta = 90^\circ - \alpha + 35.6^\circ$

$= 90^\circ - 56.3^\circ + 35.6^\circ = 69.3^\circ$

अतः परिणाम क्षेत्र 6.6 × 105Vm^{-1} है जो BA दिशा से 69° का कोण बनता है।

प्रश्न 15 आन्तरिक त्रिज्या r_1 तथा बाह्य त्रिज्या r_2 वाले एक गोलीय चालक खोल (कोश) पर Q आवेश है।

a. खोल के केन्द्र पर एक आवेश q रखा जाता है। खोल के भीतरी और बाहरी पृष्ठों पर पृष्ठ आवेश घनत्व क्या है?

b. क्या किसी कोटर (जो आवेश विहीन है) में विद्युत-क्षेत्र शून्य होता है, चाहे खोल गोलीय न होकर किसी भी अनियमित आकार का हो? स्पष्ट कीजिए।

उत्तर-

SHIVOM CLASSES 8696608541

a. जब चालक को केवल Q आवेश दिया गया है तो यह पूर्णतः चालक के बाह्य पृष्ठ पर रहता है। हम जानते हैं कि एक चालक के भीतर नैट आवेश शून्य रहता है; अतः खोल के केन्द्र पर q आवेश रखने पर, खोल की भीतरी सतह पर -q आवेश प्रेरित हो जाता है तथा बाहरी सतह पर अतिरिक्त +q आवेश आ जाता है।

अतः भीतरी सतह पर आवेश = -q

बाहरी सतह पर आवेश Q + q

∴ भीतरी सतह पर पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma_1 = -\frac{q}{4\pi r_1^2}$

तथा बाहरी सतह पर पृष्ठीय आवेश घनत्व $\sigma_2 = \frac{Q+q}{4\pi r_2^2}$

b. हाँ, यदि कोटर आवेशविहीन है तो उसके अन्दर विद्युत-क्षेत्र शून्य होगा। इसके विपरीत कल्पना करें कि किसी चालक के भीतर एक अनियमित आकृति का आवेशविहीन कोटर है जिसके भीतर विद्युत-क्षेत्र शून्य नहीं है। अब एक ऐसे बन्द लूप पर विचार करें जिसका कुछ भाग कोटर के भीतर क्षेत्र रेखाओं के समान्तर है तथा शेष भाग कोटर से बाहर परन्तु चालक के भीतर है। चूंकि चालक के भीतर विद्युत-क्षेत्र शून्य है।

अतः यदि एकांक आवेश को इस बन्द लूप के अनुदिश ले जाया जाए तो क्षेत्र द्वारा किया गया नैट कार्य प्राप्त होगा। परन्तु यह स्थिति स्थिरविद्युत क्षेत्र के लिए सत्य नहीं है (बन्द लूप पर नैट कार्य शून्य होता है)। अतः हमारी परिकल्पना कि कोटर के भीतर विद्युत-क्षेत्र शून्य नहीं है, गलत है। अर्थात् चालक के भीतर आवेशविहीन कोटर के भीतर विद्युत-क्षेत्र शून्य होगा।

प्रश्न 16

a. दर्शाइए कि आवेशित पृष्ठ के एक पाश्र्व से दूसरे पाश्र्व पर स्थिरविद्युत-क्षेत्र के अभिलम्ब घटक में असांतत्य होता है, जिसे $(E_2 - E_1).\hat{n} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ द्वारा व्यक्त किया जाता है। जहाँ एक बिन्दु पर पृष्ठ के अभिलम्ब एकांक सदिश है तथा σ उस बिन्दु पर पृष्ठ आवेश घनत्व है ($\hat{n}$ की दिशा पाश्र्व 1 से पाश्र्व 2 की ओर है)। अतः दर्शाइए कि चालक के ठीक बाहर विद्युत-क्षेत्र $\frac{\sigma\hat{n}}{\epsilon_0}$ है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

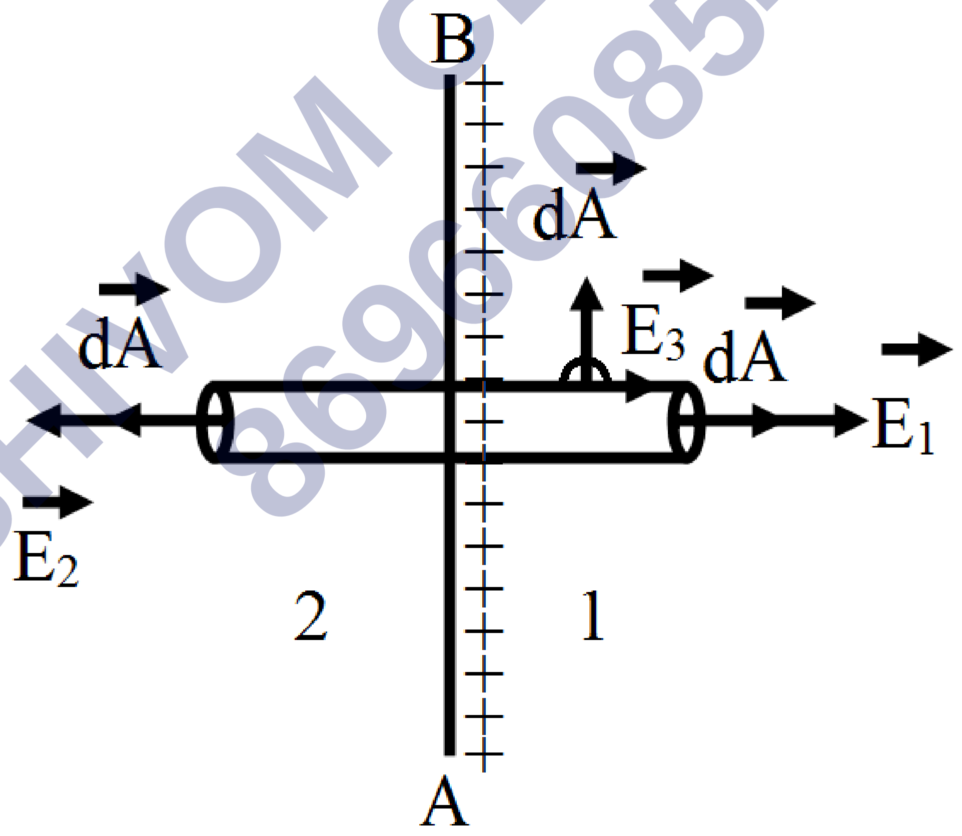
b. दर्शाइए कि आवेशित पृष्ठ के एक पाश्र्व से दूसरे पाश्र्व पर स्थिरविद्युत-क्षेत्र का स्पर्शीय घटक संतत है।

उत्तर-

a. माना AB एक आवेशित पृष्ठ है जिस पर पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है। पृष्ठ के समीप प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ समान तथा पृष्ठ के लम्बवत् बाहर की ओर है।

चित्र में एक बेलनाकार गाउसीय पृष्ठ को प्रदर्शित किया गया है। इस पृष्ठ के वृत्ताकार परिच्छेदों पर अभिलम्ब सदिश $\widehat{n_1}$ व् $\widehat{n_2}$ क्रमशः क्षेत्रों $\vec{E_1}$ व् $\vec{E_2}$ के समदिश हैं जबकि वक्र पृष्ठ पर अभिलम्ब संगत क्षेत्र $\vec{E_3}$ के लम्बवत् हैं।

माना प्रत्येक वृत्तीय परिच्छेद का क्षेत्रफल $\triangle A$ है तब गाउसीय पृष्ठ से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$\phi_A \vec{E}.\,d\vec{A} = \int_I .\, E_1, d\vec{A} + \int_{II} \vec{E}_2.\,d\vec{A} + \int_{III} \vec{E}_3.\,d\vec{A}$

$= \int_I E_1 dA + \int_{II} E_2 dA + 0$

$[\therefore$ वक्र पृष्ट पर $\vec{E}_3 \perp d\vec{A} \because \int_{III} \vec{E}_1.\,d\vec{A} = 0]$

$= E_I \int_1 dA + E_2 \int_{II} dA$

$[\therefore$ वृतीय पृष्ठों पर E_1 व् E_2 नियत है तथा $\vec{E}_1 || \vec{d}A, \vec{E}_2 || d\vec{A}]$

$= E_1 \triangle A + E_2 \triangle A$

परन्तु गाउस प्रमेय से,

$\phi \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \triangle q = \frac{1}{\epsilon_0}(\sigma \triangle A)$

$\therefore E_1 \triangle A + E_2 \triangle A = \frac{\sigma \triangle A}{\epsilon_0}$

$E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \ldots (1)$

जहाँ E_1 व् E_2 क्रमशः $\vec{E}_1$ व् $\vec{E}_2$ के परिणाम है

स्पष्ट है की $\vec{E}_1 = E_1\,\hat{n}_1$ व् $\vec{E}_2 = E_2\,\hat{n}_2$

$\therefore \overrightarrow{E}_1.\,\hat{n_1} = E_1$ व् $\vec{E}_2.\,\hat{n}_2 = E_2$

परन्तु $\hat{n}_1 = -\hat{n_2}$

$\therefore \quad -\vec{E}_1.\,\hat{n_2} = E_1$

अतः समीकरण (1) में मान रखने पर

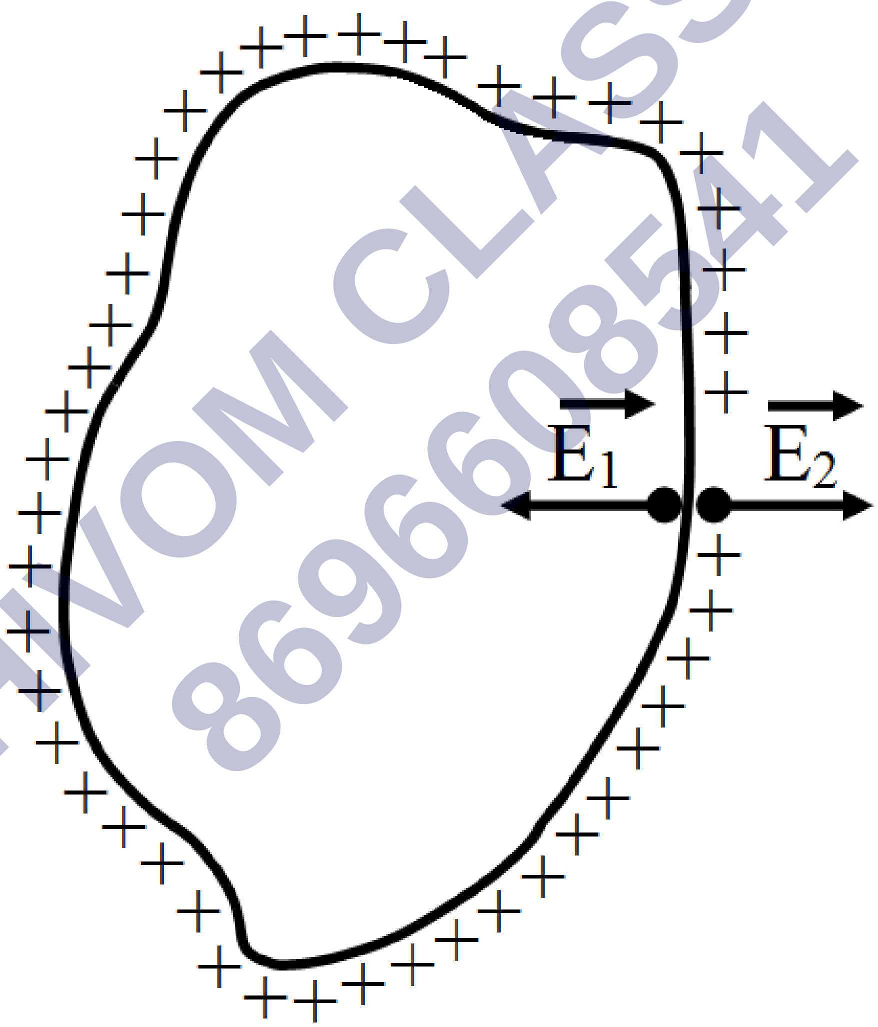
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$-\vec{E}_1 . \hat{n_2} + \vec{E}_2 . \hat{n_2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) . \hat{n_2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$\hat{n_2}$ के स्थान पर $\hat{n}$ रखने पर,

$$(\overrightarrow{E_2} + \vec{E}_1) . \hat{n} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \ldots (2)$$



जहाँ $\hat{n}$ की दिशा (अर्थात $\widehat{n_2}$ की दिशा) पाशर्व 2 से पाशर्व 1 की ओर है।

उपर्युक्त समीकरण (2) किसी आवेशित सतह के दोनों ओर स्थिरविद्युत-क्षेत्र के बिच सम्बन्ध को व्यक्त करता है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

अब संलग्न चित्र में प्रदर्शित अनियमित आकृति के आवेशित चालक पर विचार कीजिए। चालक का सम्पूर्ण आवेश उसकी बाह्य सतह पर फेला है। अतः चालक की बाह्य सतह पर समविभव पृष्ठ है। आइये हम समीकरण (2) को इस चालक के बहार विद्युत-क्षेत्र ज्ञात करने के लिए प्रयुक्त करते है।

चित्र से स्पष्ट है की विद्युत क्षेत्र $\vec{E_1}$ चालक के भीतर है। परन्तु चालक के भीतर विद्युत-क्षेत्र शून्य होता है,

अतः $\overrightarrow{E_1} = 0$ समीकरण (2) में $\overrightarrow{E_1} = 0$ रखने पर

$\overrightarrow{E_2} . \hat{n} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ या $E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

$\therefore$ चालक के बाहर विद्युत-क्षेत्र $E = E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

या सदिश रूप में $\vec{E} = \frac{\sigma \hat{n}}{\epsilon_0}$

b. आवेशित पृष्ठ के एक ओर से दूसरी ओर जाने पर स्थिरविद्युत-क्षेत्र का स्पर्श रेखीय घटक सतत (सर्वथा शून्य) होता है, अन्यथा पृष्ठ के विभिन्न बिन्दु अलग-अलग विभवों पर होंगे तथा धनावेश पृष्ठ के अनुदिश उच्च विभव से निम्न विभव के बिन्दुओं की ओर गति करता रहेगा।

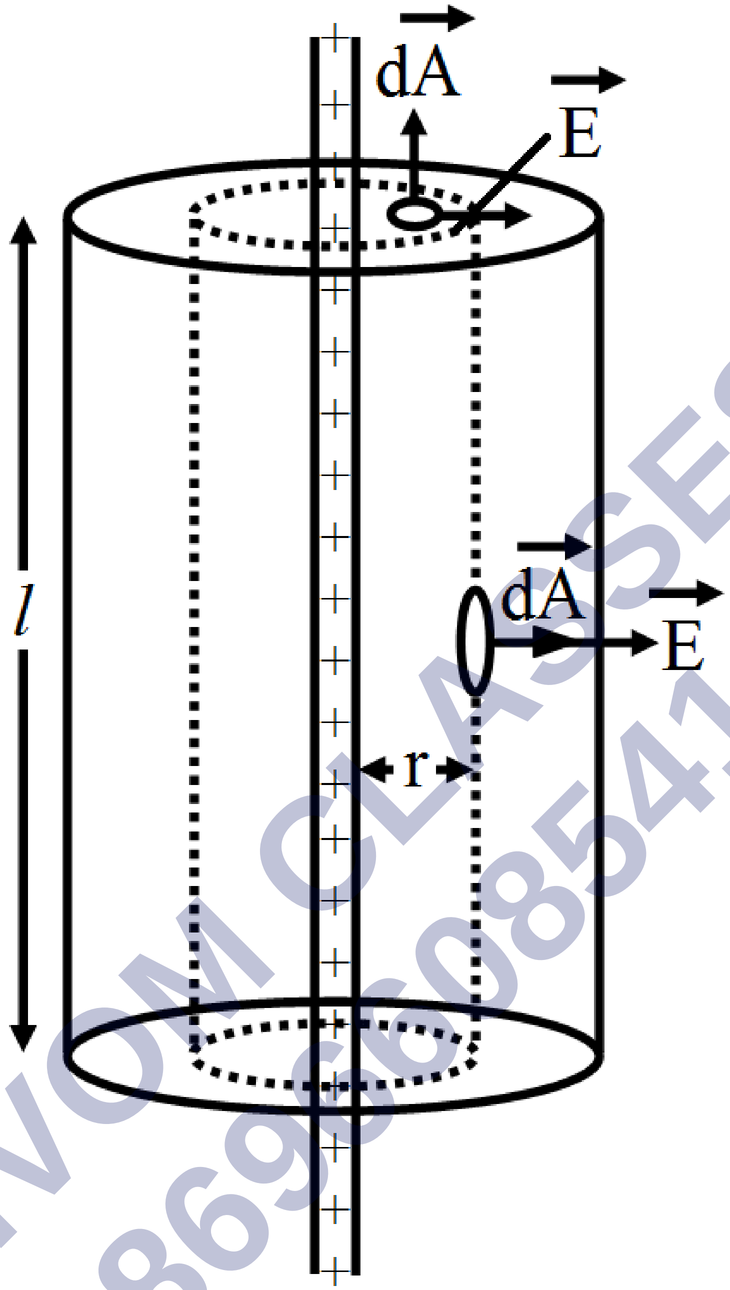
प्रश्न 17 रैखिक आवेश घनत्व λ वाला एक लम्बा आवेशित बेलन एक खोखले समाक्षीय चालक बेलन द्वारा घिरा है। दोनों बेलनों के बीच के स्थान में विद्युत-क्षेत्र कितना है?

उत्तर- दोनों बेलनों के बिच r त्रिज्या तथा l लम्बाई के समाक्षीय बेलनाकार गाउसिय पृष्ठ पर विचार किजिए।

सममिति के कारण इस बेलन के वक्र पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर विद्युत-क्षेत्र $\vec{E}$ सर्वत्र सामान तथा अल्पांश $d\vec{A}$ के समान्तर है जबकि वृतीय पृष्ठों पर $\vec{E}$ अल्पांश $d\vec{A}$ के लम्बवत है अतः गाउसिय पृष्ठ से गुजरने वाला विद्युत-फ्लाक्स

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



SHIVOM CLASSES 8696608541

$$\phi E = \oint \vec{E}.d\vec{A} = \int_{\text{वक्र पृष्ठ}} \vec{E}.d\vec{A} + \int_{\text{वृत्तीय पृष्ठ}} \vec{E}.d\vec{A}$$

या $\frac{q}{\varepsilon_0} = \int_{\text{वक्र पृष्ठ}} E.dA\cos 0 + \int_{\text{वृत्तीय पृष्ठ}} E.dA\cos 90^\circ$ (गाउस प्रमेय से)

या $\frac{1}{\varepsilon_0}(\lambda l) = E\int dA + 0 = E(A) \quad [\because q = \lambda l]$

$$\frac{\lambda l}{\varepsilon_0} = E(2\pi rl)$$

$$\therefore E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

यह दोनों बेलनों के बीच अक्ष से r दुरी पर विद्युत-क्षेत्र का सूत्र है।

प्रश्न 18 एक हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन तथा प्रोटॉन लगभग 0.53A° दूरी पर परिबद्ध हैं

a. निकाय की स्थितिज ऊर्जा का eV में परिकलन कीजिए, जबकि प्रोटॉन व इलेक्ट्रॉन के मध्य की अनन्त दूरी पर स्थितिज ऊर्जा को शून्य माना गया है।
b. इलेक्ट्रॉन को स्वतन्त्र करने में कितना न्यूनतम कार्य करना पड़ेगा, यदि यह दिया गया है कि इसकी कक्षा में गतिज ऊर्जा (a) में प्राप्त स्थितिज ऊर्जा के परिमाण की आधी है?
c. यदि स्थितिज ऊर्जा को 1.06 $\dot{A}$ पृथक्करण पर शून्य ले लिया जाए तो, उपर्युक्त (a) और (b) के उत्तर क्या होंगे?

उत्तर-

यहाँ $d_1 = -1.6 \times 10^{-19}C, q_2 = +1.6 \times 10^{-19}C$

$$r = 0.53\text{Å} = 5.3 \times 10^{-11}m$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

a. इलेक्ट्रॉन-प्रोटॉन के नियम की विद्युत स्थितिज ऊर्जा

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r} = 9 \times 10^9 \times \frac{(-1.6\times10^{-19})\times(1.6\times10^{-19})}{5.3\times10^{-11}}$$

$$= -4.35 \times 10^{-18} J$$

$$= \frac{-4.35\times10^{-18}}{1.6\times10^{-19}} eV = -27.17\ eV = -27.2\ eV$$

b. इलेक्ट्रान की स्थितिज ऊर्जा $U = -27.17\ eV$

तथा गतिज ऊर्जा $K = \frac{1}{2}|U| = \frac{1}{2} \times 27.2\ eV = 13.6\ eV$

माना इलेक्ट्रॉन को मुक्त करने के लिए आवश्यक कार्य = W

तब W + U + W = मुक्त होने के बाद इलेक्ट्रान की ऊर्जा

= 0

$$\Rightarrow W = -U - K = 13.6\ eV$$

c. $r' = 1.06 Å = 1.06 \times 10^{-10} m$ की दुरी पर निकाय की विद्युत स्थितिज ऊर्जा

$$U' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r'}$$

$$= 9 \times 10^9 \times \frac{(-1.6\times10^{-19})\times(1.6\times10^{-19})}{1.06\times10^{-10}}$$

$$= -2.175\ J = -13.6\ eV$$

U' को शून्य मानने पर $r = 0.53 Å$ दुरी पर स्थितिज ऊर्जा

$$U'' = U = U' = -27.2 + 13.6$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

$$= -13.6 \text{ eV}$$

जबकि $K = 13.6 \text{ eV}$

$\therefore$ हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रान की कुल ऊर्जा

$$E = K + U'' = 0$$

अतः इलेक्ट्रान को मुक्त करने के लिए आवश्यक कार्य

$$W = E - U' = 0(-13.6)$$

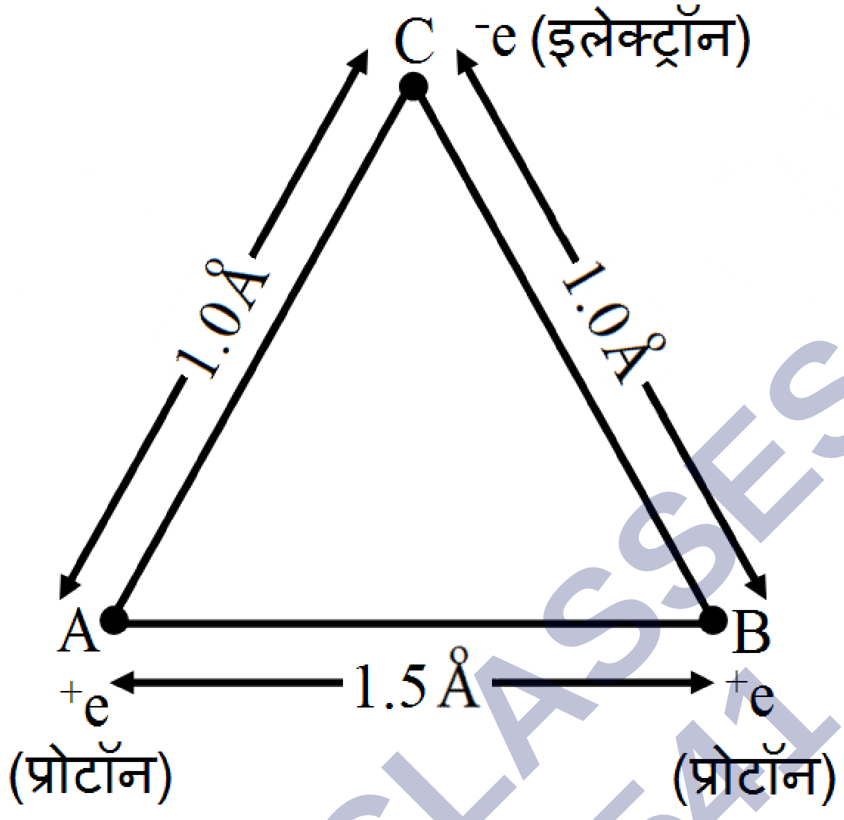
$$= 13.6 \text{eV}$$

प्रश्न 19 यदि H_2 अणु के दो में से एक इलेक्ट्रॉन को हटा दिया जाए तो हमें हाइड्रोजन आण्विक आयन(H_2+) प्राप्त होगा। (H_2+) की निम्नतम अवस्था (ground state) में दो प्रोटॉन के बीच दूरी लगभग 1.5A° है और इलेक्ट्रॉन प्रत्येक प्रोटॉन से लगभग 1A° की दूरी पर है। निकाय की स्थितिज ऊर्जा ज्ञात कीजिए। स्थितिज ऊर्जा की शून्य स्थिति के चयन का उल्लेख कीजिए।

उत्तर- स्थितिज ऊर्जा की शुन्य स्थितिअनन्त पर मानते हुए दिए गए वैद्युत निकाय (जिसमें चित्र के अनुसार दो प्रोटॉम एवं एक इलेक्ट्रॉन है) की स्थितिज ऊर्जा 3

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



$$U = U_{e,e} + U_{e,-e} + U_{-e,e}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{e\times e}{AB}\right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{e\times -e}{BC}\right) + \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-e\times e}{AC}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)e^2\left[\frac{1}{AB} - \frac{1}{BC} - \frac{1}{AC}\right]$$

$$= (9\times10^9)(1.6\times10^{-19})^2\left[\frac{1}{1.5\times10^{-10}} - \frac{1}{1\times10^{-10}} - \frac{1}{1\times10^{-10}}\right] \text{ जुल}$$

$$= (9\times10^9)\times(2.56\times10^{-38})\left[\frac{2}{3} - 1 - 1\right]\times10^{10} \text{ जुल}$$

$$= 9\times2.56\times\left[-\left(\frac{4}{3}\right)\right]\times10^{-19} \text{ जुल}$$

$$= -3\times2.56\times4\times10^{-19} \text{ जुल} = -30.72\times10^{-19} \text{ जुल}$$

$$= \left[(-30.72\times10^{-19})\div(1.6\times10^{-19})\right] \text{eV} = -19.2 \text{ ev}$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 20 a और b त्रिज्याओं वाले दो आवेशित चालक गोले एक तार द्वारा एक-दूसरे से जोड़े गए हैं। दोनों गोलों के पृष्ठों पर विद्युत-क्षेत्रों में क्या अनुपात है? प्राप्त परिणाम को, यह समझाने में प्रयुक्त कीजिए कि किसी एक चालक के तीक्ष्ण और नुकीले सिरों पर आवेश घनत्व, चपटे भागों की अपेक्षा अधिक क्यों होता है?

उत्तर- माना इन गोलों पर आवेश क्रमशः क q_1 तथा q_2 हे।

∵ दोनों गोले चालक तार द्वारा जुड़े है। अतः दोनों के पृष्ठीय विभाग बराबर होंगे।

$$\text{अतः } \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{a} = \frac{q_2}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{q_1}{b_2} = \frac{q}{b}$$

अतः गोले के पृष्ठो पर विद्युत-क्षेत्र क्रमशः निम्नलिखित है।

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{a^2} \text{ तथा } E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2}{b^2}$$

$$\therefore \frac{E_1}{E_2} = \frac{q_1}{q_2} \times \frac{b^2}{a^2} = \frac{a}{b} \times \frac{b^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{E_1}{E_2} = \frac{b}{a}$$

सिद्ध करना कि आवेश घनत्व $\propto \frac{1}{\text{वक्रता-त्रिज्या}}$

माना किसी आवेशित चालक के दो अलग-अलग भागो की वक्रता-त्रिज्याएँ a तथा b है माना चालक का प्रथम भगा दूसरे की तुलना में अधिक नुकीला है तब a > b होगा।

SHIVOM CLASSES 8696608541

यदि इन भाग पर q_1 व् q_2 आवेश संचित है तो

$$\frac{q_1}{q_2}=\frac{a}{b}$$

इन भागो पर पृष्ठीय आवेश घनत्व क्रमशः $\sigma_1=\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0}$ तथा $\sigma_2=\frac{q_2}{4\pi\epsilon_0}$ होगा।

$$\therefore\ \frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{q_1}{q_2}\times\frac{b^2}{a^2}=\frac{a}{b}\times\frac{b^2}{a^2}$$

$$\Rightarrow\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{b}{a}$$

$$\sigma\propto\frac{1}{\text{वक्रता-त्रिज्या}}$$

$\because a<b\ \therefore \sigma_1>\sigma_2$

अर्थात काम वक्रता-त्रिज्या वाले भाग (नुकीले भाग) का पृष्ठीय घनत्व अधिक क्रता-त्रिज्या वाले भाग की तुलना में अधिक होगा।

प्रश्न 21 बिन्दु (0, 0, -a) तथा (0, 0, a) पर दो आवेश क्रमशः -q और +q स्थित हैं।

a. बिन्दुओं (0, 0, z) और (x, y, 0) पर स्थिरविद्युत विभव क्या है?
b. मूल बिन्दु से किसी बिन्दु की दूरी r पर विभव की निर्भरता ज्ञात कीजिए, जबकि $\frac{r}{a}\gg 1$ है।
c. x-अक्ष पर बिन्दु (5, 0, 0) से बिन्दु (-7, 0, 0) तक एक परीक्षण आवेश को ले जाने में कितना कार्य करना होगा? यदि परीक्षण आवेश को उन्हीं बिन्दुओं के बीच x-अक्ष से होकर न ले जाएँ तो क्या उत्तर बदल जाएगा?

उत्तर-

दिए गए बिन्दु आवेश एक विद्युत द्विध्रुव बनाते हैं।

आवेशों के बीच की दूरी = 2a

$\therefore$ विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p}=q\times 2\vec{a}$

$=2q\vec{a}$

बिन्दु (0, 0, z) द्विध्रुव की अक्ष पर स्थित है

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

∴ इस बिन्दु पर विद्युत विभव $V = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{(z^2 - a^2)}$

बिन्दु (x, y, 0) विद्युत के विषुवत तल में स्थित है अतः इस बिन्दु पर विद्युत विभव शून्य होगा।

दिए गए बिन्दु आवेश एक विद्युत द्विध्रुव बनाते हैं।

आशों के बीच की दूरी = 2a

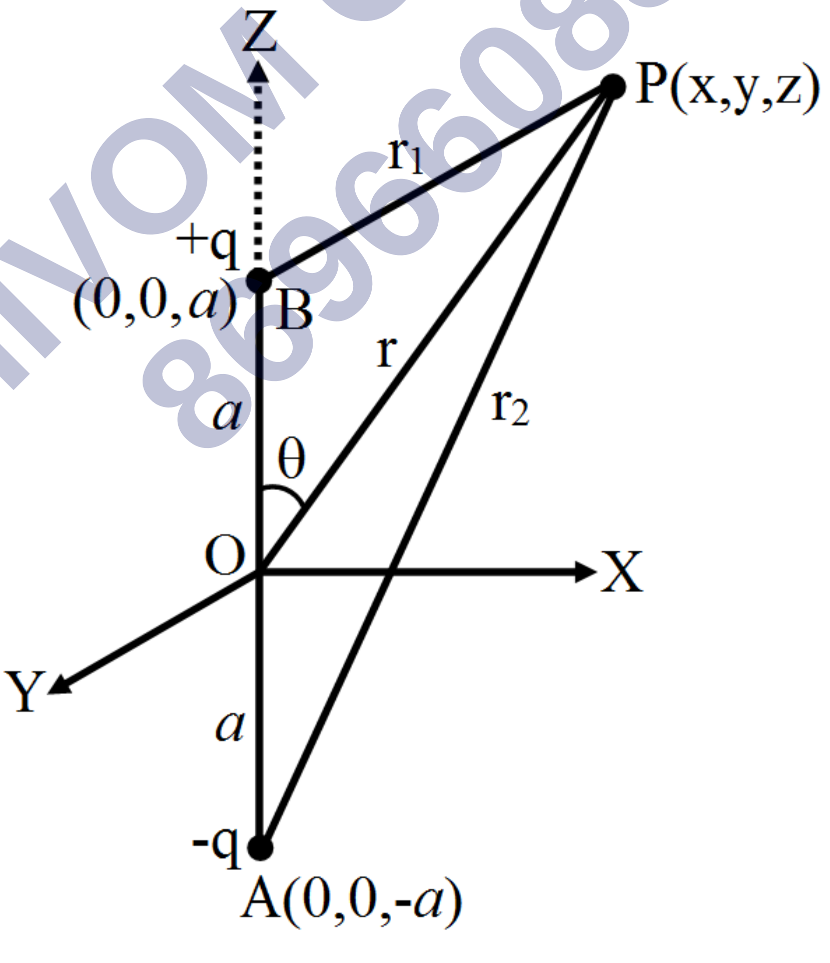
∴ विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p} = q \times 2\vec{a}$

$= 2q\,\vec{a}$

द्विध्रुव के कारण किसी बिन्दु पर विद्युत विभव:

माना कोई बिन्दु p, विद्युत के केन्द्र (मूल बिन्दु) से r दुरी पर स्थित हे। इस बिन्दु की बिन्दु आवेशों +q तथा -q से दूरियाँ क्रमशः r_1 तथा r_2 है।

तब बिन्दु p पर द्विध्रुव के कारण विद्युत विभव



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2}\right) \ldots (1)$$

माना $\angle ZOP = \theta$ तब

$\triangle OBP$ में

$$r_1^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\theta \ldots (2)$$

तथा $\triangle AOP$ में

$$r_2^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos(180^\circ - \theta)$$

या $r_2^2 = r^2 + a^2 - 2ar\cos\theta \ldots (3)$

∴ समीकरण (2) से,

$$r_1^2 = r^2\left(1 - \frac{2a}{r}\cos\theta + \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$\approx r^2\left(1 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right)$$ $\left[\frac{r}{a} >> 1 \text{ मानते हुए } \frac{a}{r} \text{ के द्विघात पर छोड़ने पर}\right]$

इसी प्रकार $r_2^2 \approx r^2\left(1 + \frac{2a}{r}\cos\theta\right)$

$$\therefore \frac{1}{r_1} \approx \frac{1}{r}\left(1 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right)^{\frac{-1}{2}}$$

$$\frac{1}{r_1} \approx \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right)$$

इसी प्रकार $\frac{1}{r_2} \approx \frac{1}{r}\left(1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right)$

∴ समीकरण (1) में मन रखने पर

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \times \frac{2a}{r}\cos\theta$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(2qa)\cos\theta}{r^2}$$

अतः द्विध्रुव के कारण उसके केन्द्र से r दुरी पर $\left(\frac{r}{a} >> 1\right)$ विद्युत विभव

$$V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$ जहाँ p =2qa

परन्तु $p\cos\theta = \vec{p}.\hat{r}$

SHIVOM CLASSES 8696608541

दिए गए बिन्दु आवेश एक विद्युत द्विध्रुव बनाते हैं।

आवेशों के बीच की दूरी = 2a

∴ विद्युत द्विध्रुव आघूर्ण $\vec{p} = q \times 2\vec{a}$

$= 2q\vec{a}$

बिन्दु p (5, 0, 0) तथा Q(-7, 0, 0) द्विध्रुव के विषुवत तल में स्थित है: अतः इन दोनों बिन्दुओ पर विभव शून्य होगा।

∴ परीक्षण-क्षेत्र आवेश q0 को बिन्दु P से Q तक ले जाने में किया गया कार्य

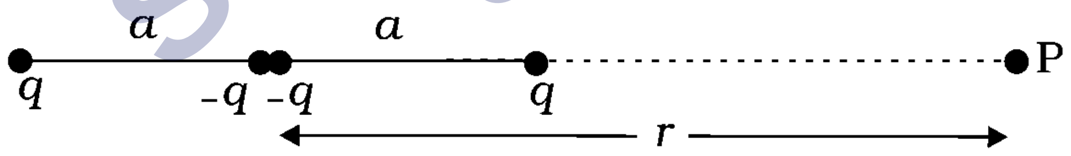
$$W = q_0[V(Q) - V(Q)] = 0$$

$$[\because V(P) = V(Q) = 0]$$

विद्युत-क्षेत्र एक संरक्षी क्षेत्र है जिससे किया गया कार्य केवल अत्यंत बिन्दुओ पर निर्भर करता है न की मार्ग पर।

अतः उत्तर में कोई परिवर्तन नहीं आएगा।

प्रश्न 22 नीचे दिए गए चित्र 2.14 में एक आवेशविन्यास जिसे विद्युत चतुर्भुवी कहा जाता है, दर्शाया गया है। चतुर्भुवी के अक्ष पर स्थित किसी बिन्दु के लिए पर विभव की निर्भरता प्राप्त कीजिए जहाँ $\frac{r}{a} \gg 1$ अपने परिणाम की तुलना एक विद्युत द्विध्रुव व विद्युत एकल ध्रुव (अर्थात् किसी एकल आवेश) के लिए प्राप्त परिणामों से कीजिए।



उत्तर- माना P की विभिन्न आवेशों से दूरियाँ निम्नलिखित हैं-

r – a, r, r + a

चतुर्भुवी होने के कारण बिन्दु P पर विद्युत विभव

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q}{r-a} - \frac{2q}{r} + \frac{q}{r+a}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{r(r-a)-2(r^2+a^2)+r(r-a)}{r(r^2-a^2)}\right]$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{2a^2}{r^3\left(1-\frac{a^2}{r^2}\right)}\right]$$

$$= \frac{2a^2}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\left[\frac{r}{a} >> 1 \Rightarrow \frac{a}{r} << 1\right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{pa}{r^3}$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{pa}{r^3}$$

$$V \propto \frac{1}{r^3}$$

विद्युत द्विध्रुव् के कारण अक्ष पर विभव दुरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती $\left(V \propto \frac{1}{r^2}\right)$ होता है।एकल ध्रुव के कारण यह दुरी के व्यत्क्रमानुसार $\left(V \propto \frac{1}{r}\right)$ होता है अतः चतुर्ध्रुवी होने के कारण विभव, विद्युत द्विध्रुव तथा एकल ध्रुव की तुलना में अधिक से घुटता है।

प्रश्न 23 एक विद्युत टैक्नीशियन को 1kV विभवान्तर के परिपथ में 2μF संधारित्र की आवश्यकता है। 1μF के संधारित्र उसे प्रचुर संख्या में उपलब्ध हैं जो 400V से अधिक का विभवान्तर वहन नहीं कर सकते। कोई सम्भव विन्यास सुझाइए जिसमें न्यूनतम संधारित्रों की आवश्यकता हो।

उत्तर-

SHIVOM CLASSES 8696608541

माना हम प्रत्येक पंक्ति में n संधारित्र जोड़ते हैं तथा ऐसी m पंक्तियों को समान्तर क्रम में जोड़ते हैं। श्रेणीक्रम में, 1kV = 1000V को विभवान्तर n संधारित्रों में बराबर बँट जाएगा।

प्रत्येक संधारित्र पर विभवान्तर $= \frac{1000}{n}$

$$\because \frac{1000}{n} < 400$$

$$\Rightarrow \frac{1000}{400} < n$$

$$\Rightarrow 2.5 < n$$

∵ n न्यूनतम पूर्णांक है: अतः n = 3

प्रत्येक पंक्ति की धारिता $= \frac{1}{n} \mu F$ होगा।

समान्तर क्रम में जुडी ऐसी m पंक्तियों की धारिता.

$$\frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots + m$$

$$\Rightarrow \frac{m}{n} \mu F = 2\mu F$$

$$\Rightarrow m = 2n = 2 \times 3 = 6$$

हमें 3-3 संधारित्रों को श्रेणीक्रम में जोड़कर इस प्रकार की 6 पंक्तियाँ बनानी होंगी। अब इन 6 पंक्तियों को समान्तर क्रम में जोड़ना होगा।

प्रश्न 24 2F वाले एक समान्तर पट्टिका संधारित्र की पट्टिका का क्षेत्रफल क्या है, जबकि पट्टिकाओं का पृथकन 0.5 सेमी है? [अपने उत्तर से आप यह समझ जाएँगे कि सामान्य संधारित्र μF या कम परिसर के क्यों होते हैं? तथापि विद्युत-अपघटन संधारित्रों (Electrolytic capacitors) की धारिता कहीं अधिक (0.1F) होती है क्योंकि चालकों के बीच अति सूक्ष्म पृथकन होता है।

उत्तर- दिया है, समान्तर पट्ट संधारित्र की धारिता C = 2F.

इसकी प्लेटों के बीच पृथक्करण (दूरी) $d = 0.5$ सेमी $= 5 \times 10^{-3} m$

प्लेट का क्षेत्रफल A = ?, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} C^2/Nm^2$

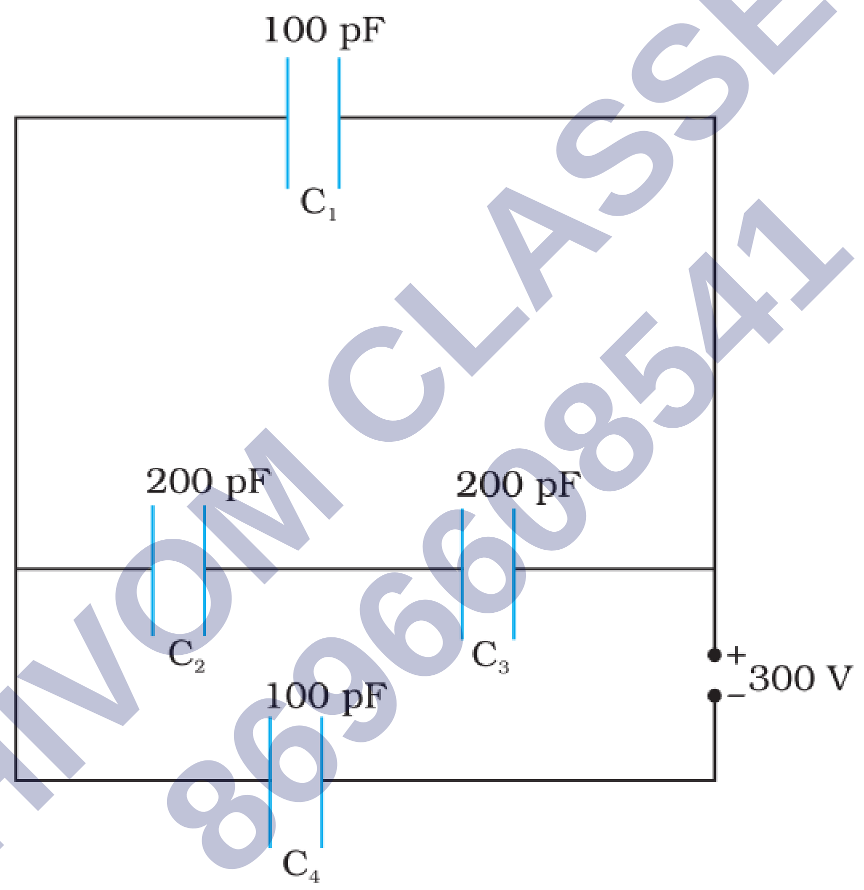
SHIVOM CLASSES 8696608541

$$C = \frac{\epsilon_{0A}}{d}$$

$$A = \frac{Cd}{\epsilon_0} = \frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12}}$$

$= 1130 \times 10^6$ मीटर^2 1130 किमी^{2}

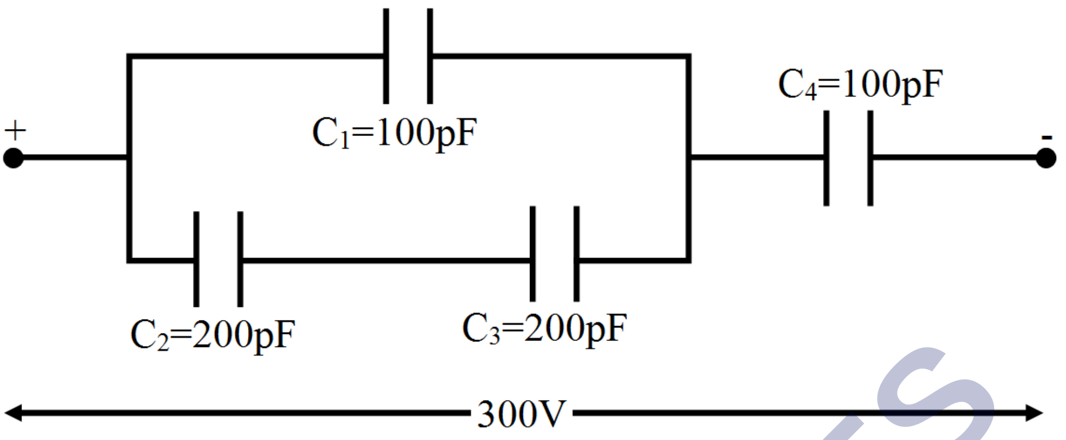
प्रश्न 25 चित्र के नेटवर्क (जाल) की तुल्य धारिता प्राप्त कीजिए। 300V संभरण (सप्लाई) के साथ प्रत्येक संधारित्र का आवेश व उसकी वोल्टता ज्ञात कीजिए।



उत्तर- दिए गए नेटवर्क को संलग्न चित्र की भाँति व्यवस्थित किया जा सकता है-

सर्वप्रथम C_2 व C_3 श्रेणीक्रम में जुड़े हैं, इनकी तुल्य धारिता

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



$$= \frac{C_2 \times C_3}{C_2 + C_3} = \frac{200 \times 200}{200 + 200} = 100\text{pF}$$

अब यह 100pF की धारिता C1 के साथ समान्तर क्रम में जुड़ी है,

अतः तुल्य-धारिता = 100 + 100 = 200pF

पुनः यह 200pF, C4 के साथ श्रेणीक्रम में जुड़ा है।

∴ नेटवर्क की तुल्य धारिता

$$C = \frac{200 \times C_4}{200 + C_4} = \frac{200 \times 100}{200 + 100}$$

या

$$C = \frac{200}{3}\text{pF}$$

∵ संयोजन की वोल्टता V = 300V

∴ संयोजन पर कुल आवेश

$$q = CV = \frac{200 \times 10^{-12}}{3}\text{F} \times 300\text{V}$$

$$= 2 \times 10^{-8C}$$

∵ C_4 शेष संयोजन (धारिता 200pF) के साथ श्रेणीक्रम में जुडा है,

अतः C_4 तथा शेष संयोजन, दोनों पर यही आवेश होगा।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

∴ C_4 का विभवान्तर $\frac{q}{C_4} = \frac{2\times10^{-8}}{100\times10^{-12}} = 200V$

शेष संयोजन का विभवान्तर V = 300V - 200V = 100V

C_1, C_2 व C_3 के श्रेणी संयोजन से समान्तर क्रम में जुड़ा है,

C_1 का विभवान्तर = 100V

तथा C_2 व C_3 के श्रेणी संयोजन का विभवान्तर = 100V

C_1 पर आवेश $q_1 = C_1V_1 = 100 \times 10^{-12}F \times 100V = 10^{-8}C$

$C_2 = C_3$; अतः कुल विभवान्तर 100V इन पर बराबर-बराबर बंटेगा।

प्रत्येक का विभवान्तर = 50V

प्रत्येक पर आवेश $q_2 = C_2V_2 = 200 \times 10^{-12}F \times 50V = 10^{-8}C$

अतः संयोजन की धारिता $C = \frac{200}{3}pF$

C_1 का विभवान्तर = 100 V तथा आवेश = $10^{-8}C$

C_2 का विभवान्तर = 50 V तथा आवेश = $10^{-8}C$

C_3 का विभवान्तर = 50 V तथा आवेश = $10^{-8}C$

C_4 का विभवान्तर = 200V तथा आवेश = $2 \times 10^{-8}C$

प्रश्न 26 किसी समान्तर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका का क्षेत्रफल 90 सेमी^{2} है और उनके बीच पृथकन 2.5mm है। 400V संभरण से संधारित्र को आवेशित किया गया है।

a. संधारित्र कितना स्थिरविद्युत ऊर्जा संचित करता है?
b. इस ऊर्जा को पट्टिकाओं के बीच स्थिरविद्युत-क्षेत्र में संचित समझकर प्रति एकांक आयतन ऊर्जा u ज्ञात कीजिए। इस प्रकार, पट्टिकाओं के बीच विद्युत-क्षेत्र E के परिमाण और u में सम्बन्ध स्थापित कीजिए।

उत्तर- दिया है, $A = 90cm^2 = 9 \times 10^{-3}\ m^2$, $d = 2.5mm = 2.5 \times 10^{-3}m$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

V = 400V, U = ?

एकांक आयतन में ऊर्जा u = ?

u व् E के बिच संबन्ध = ?

a. संधारित्र में संचित ऊर्जा $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{d}V^2$

$= \frac{1}{2}\frac{8.854\times10^{-12}\times9\times10^{-3}}{2.5\times10^{-3}} \times (400)^2\ J$

$= 2.55 \times 10^{-6}\ J$

b. संधारित्र का आयतन $Ad = 9 \times 10^{-3}m^2 \times 2.5 \times 10^{-3}m$

$= 22.5 \times 10^{-6}m^3$

∴ एकांक आयतन में संचित ऊर्जा = $\frac{\text{कुल ऊर्जा}}{\text{आयतन}}$

$= \frac{2.55 \times 10^{-6}}{22.5 \times 10^{-6}}$

$= 0.113 Jm^{-3}$

पुनः चूँकि कुल संचित ऊर्जा $U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{d}V^2$

∴ एकांक आयतन में संचित ऊर्जा $u = \frac{U}{Ad} = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 AV/d}{Ad}$

$= \frac{1}{2}\epsilon_0\left(\frac{V}{d}\right)^2$

(परन्तु $\frac{V}{D} = E =$ विद्युत-क्षेत्र)

∴ एकांक आयतन में संचित ऊर्जा $u = \frac{1}{2}\epsilon_{0E}^2$

प्रश्न 27 एक 4μF के संधारित्र को 200V संभरण (सप्लाई) से आवेशित किया गया है। फिर संभरण से हटाकर इसे एक अन्य अनावेशित 2μF के संधारित्र से जोड़ा जाता है। पहले संधारित्र की कितनी स्थिरविद्युत ऊर्जा का ऊष्मा और विद्युत चुम्बकीय विकिरण के रूप में ह्रास होता है?

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उत्तर- दिया है, $C_1 = 4 \times 10^{-6}F$, $V_1 = 200V$, $C_2 = 2 \times 10^{-6}F$, $V_2 = 0V$

माना जोड़ने के पश्चात् दोनों का उभयनिष्ठ विभव V है।

जोड़ने से पूर्व संभरण को हटा लिया गया है; अतः कुल आवेश स्थिर रहेगा।

$$\therefore C_1V_1 + C_2V_2 = (V_1 + C_2)V$$

$$\therefore V = \frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}$$

$$= \frac{4\times10^{-6}\times200+0}{4\times10^{-6}+2\times10^{-6}}$$

$$= \frac{400}{3}V$$

∴ विकिरण के रूप में ऊर्जा का ह्रास

$$\triangle U = U_1 - U_2 = \left(\frac{1}{2}c_1V_1^2 + \frac{1}{2}C_2V_2^2\right) - \frac{1}{2}(C_1 + C_2)V^2$$

$$= \left[\frac{1}{2}4 \times 10^{-5} \times (200)^2 + 0\right] - \frac{1}{2}[4+2] \times 10^{-6} \times \left(\frac{400}{3}\right)^2$$

$$= 8 \times 10^{-2} - \frac{16}{3} \times 10^{-2} = \frac{8}{3} \times 10^{-2} J$$

$$\triangle U = 2.67 \times 10^{-2} J$$

अन्य विधि:

$$\text{ऊर्जा ह्रास } \triangle U = \frac{C_1C_2}{2(c_1+C_2)} \times (V_1 \sim V_2)^2$$

$$= \frac{4\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{2(4+2)\times10^{-6}} \times (200-0)62$$

$$= 2.67 \times 10^{-2} J$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 28 दर्शाइए कि एक समान्तर पट्टिका संधारित्र की प्रत्येक पट्टिका पर बल का परिमाण $\frac{1}{2}QE$ है, जहाँ Q संधारित्र पर आवेश है और E पट्टिकाओं के बीच विद्युत-क्षेत्र का परिमाण है। घटक $\frac{1}{2}$ के मूल को समझाइए।

उत्तर- माना दोनों पट्टिकाओं के बीच लगने वाला पारस्परिक आकर्षण बल F है तथा प्लेटों के बीच की दूरी है। दूरी x में dx की वृद्धि करने पर आकर्षण बल F के विरुद्ध कृत कार्य

dW = Fdx .....(i)

प्लेटों के बीच विद्युत-क्षेत्र E है; अत: संधारित्र के एकांक आयतन में संचित ऊर्जा $u = \frac{1}{2}\epsilon_{0E}^{2}$
प्लेटों का क्षेत्रफल A व बीच की दूरी 4 है; अत: संधारित्र की कुल ऊर्जा

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 (Ax)$$

∴ दुरी x में dx की वृद्धि करने पर ऊर्जा में वृद्धि

$$dU = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 A\, dx$$

स्पष्ट है की $dW = dU$

$$\Rightarrow F\, dx = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 A\, dx$$

$$F = \frac{1}{2}E(\epsilon_0 EA)$$

$$\left[\therefore = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \Rightarrow \epsilon_0 EA = Q\right]$$

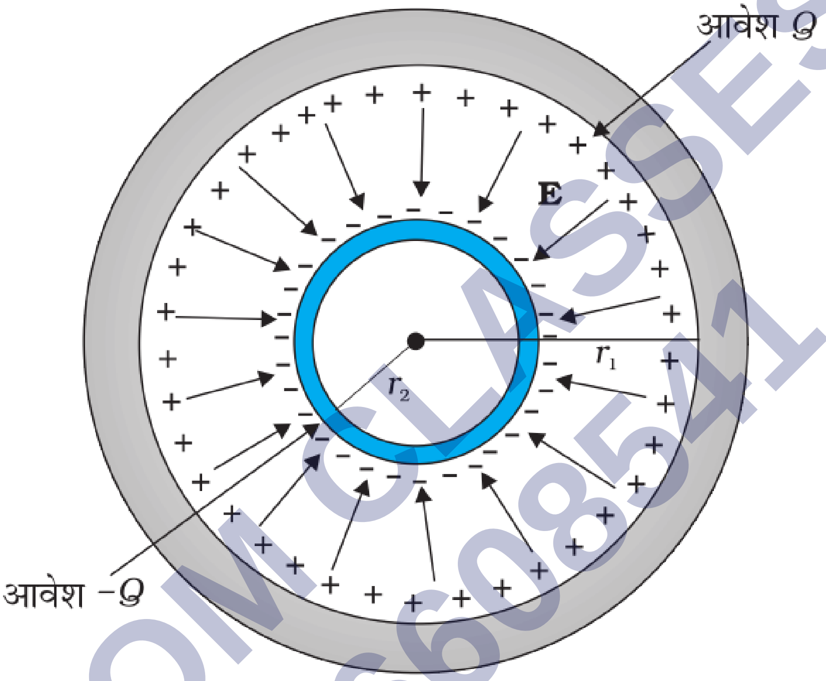
$$F = \frac{1}{2}QE$$

घटक $\frac{1}{2}$ का मूल इस तथ्य में निहित है कि चालक प्लेट के बाहर विद्युत-क्षेत्र $\frac{E}{2}$ तथा प्लेट के भीतर शून्य होता है। अत: औसत विद्युत-क्षेत्र में होता है, जिसके विरुद्ध प्लेट को खिसकाया जाता है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 29 दो संकेन्द्री गोलीय चालकों जिनको उपयुक्त विद्युतरोधी आलम्बों से उनकी स्थिति में रोका गया है, से मिलकर एक गोलीय संधारित्र बना है। दर्शाइए कि गोलीय संधारित्र की धारिता C इस प्रकार व्यक्त की जाती है-

$$C = \frac{4\pi\epsilon_0\, r_1 r_2}{r_1 - r_2}$$



जहाँ r_1 और r_2 क्रमशः बाहरी तथा भीतरी गोलों की त्रिज्याएँ है।

उत्तर- गोलीय अथवा गोलाकार संधारित्र की धारिता (Capacitance of Spherical Capacitor) का व्यंजक-माना गोलीय संधारित्र धातु के दो समकेन्द्रीय खोखले गोलों A व B का बना है, जो एक-दूसरे को कहीं भी स्पर्श नहीं करते। जब गोले A को -q आवेश दिया जाता है तो प्रेरण द्वारा गोले B पर +q आवेश उत्पन्न हो जाता है। चूंकि गोले B का बाहरी तल पृथ्वी से जुड़ा है; अतः गोले B के बाहरी तल पर उत्पन्न -q आवेश पृथ्वी से आने वाले इलेक्ट्रॉनों से निरावेशित हो जाता है। इस प्रकार गोले B के आन्तरिक पृष्ठ पर +q आवेश रह जाता है। माना गोले A की त्रिज्या r_2 तथा गोले B की त्रिज्या b है।

गोले A पर -q आवेश के कारण विभव

SHIVOM CLASSES 8696608541
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_2}$$

चूँकि विभव आदिश राशि है: अतः गोले A पर परिणामी विभव

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r_2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)$$

गोला B पृथ्वी से जुड़ा होने क कारण इस पर विभव शून्य है। अतः गोले A व् B के बीच विभवान्तर

$$V = 0 - \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2}\right)$$

अथवा

$$\frac{q}{V} = 4\pi\epsilon_0\left(\frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}\right)$$

संधारित्र की धारिता के सूत्र $C = 4\pi\epsilon_0\left(\frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}\right)$

यदि गोलों के बिच का स्थान K पारावैधुतांक वाले माध्यम द्वारा भरा है तो ϵ_0 के स्थान पर $\epsilon_0 K$ रखने पर अभीष्ट धारिता $C = \frac{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2}{(r_1 - r_2)}$ होगा।

प्रश्न 30 एक गोलीय संधारित्र के भीतरी गोले की त्रिज्या 12 सेमी है तथा बाहरी गोले की त्रिज्या 13 सेमी है। बाहरी गोला भू-सम्पर्कित है तथा भीतरी गोले पर 2.5μC का आवेश दिया गया है। संकेन्द्री गोलों के बीच के स्थान में 32 परावैद्युतांक का द्रव भरा है।

a. संधारित्र की धारिता ज्ञात कीजिए।
b. भीतरी गोले का विभव क्या है?
c. इस संधारित्र की धारिता की तुलना एक 12 सेमी त्रिज्या वाले किसी वियुक्त गोले की धारिता से कीजिए। व्याख्या कीजिए कि गोले की धारिता इतनी कम क्यों है?

उत्तर- दिया है, r_1 = 13 सेमी = 0.13 मी, r_2 = 0.12 मी, K = 32, Q = 2.5×10^{-6}C

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

a. गोलीय संधारित्र की धारिता

$$C = 4\pi\epsilon_0 K = \left(\frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}\right) = \frac{1}{9\times10^9} \times 32\left(\frac{0.13\times0.12}{0.13-0.12}\right)F$$

$$= 5.55 \times 10^{-9}F = 5550pF$$

$$= 5.5 \times 10^{-9}F$$

b. संधारित्र की विभवान्तर $V = \frac{Q}{C} = \frac{2.5\times10^{-6C}}{5.55\times10^{-9F}} = 450V$

बाहरी गोले का विभव = 0

यदि भीतरी गोले का विभव = V_1 है तो

$$V_1 - 0 = 450 \Rightarrow \text{भीतरी गोले का विभव } V = 450\ V = 4.5 \times 10^2 V$$

c. $r = 12cm = 0.12m$ त्रिज्या के गोले की धारिता $C' = 4\pi\epsilon_0 r$

$$= \frac{1}{9\times10^9} \times 0.12 = 13.3\ pF = 1.3 \times 10^{-11}F$$

$$\therefore \frac{C}{C'} = 416$$

$$\Rightarrow C = 416C'$$

अर्थात् गोलीय संधारित्र की धारिता एकल गोले की धारिता से 416 गुनी अधिक है। इससे यह निष्कर्ष प्राप्त होता है कि एकल चालक के समीप एक अन्य भू-सम्पर्कित चालक रखकर उनके बीच के स्थान में परावैद्युत भरने से धारिता बहुत अधिक बढ़ जाती है।

प्रश्न 31 सावधानीपूर्वक उत्तर दीजिए:

a. दो बड़े चालक गोले जिन पर आवेश Q_1 और Q_2 हैं, एक-दूसरे के समीप लाए जाते हैं। क्या इनके बीच स्थिर विद्युत बल का परिमाण तथ्यत: $\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ द्वारा दर्शाया जाता है, जहाँ r इनके केन्द्रों के बीच की दूरी है।

b. यदि कूलॉम के नियम में $\frac{1}{r^3}$ निर्भरता का समावेश ($\frac{1}{r^3}$ के स्थान पर) हो तो क्या गाउस का नियम अभी भी सत्य होगा?

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

c. स्थिरविद्युत-क्षेत्र विन्यास में एक छोटा परीक्षण आवेश किसी बिन्दु पर विराम में छोड़ा जाता है। क्या यह उस बिन्दु से होकर जाने वाली क्षेत्र रेखा के अनुदिश चलेगा?

d. इलेक्ट्रॉन द्वारा एक वृत्तीय कक्षा पूरी करने में नाभिक के क्षेत्र द्वारा कितना कार्य किया जाता है? यदि कक्षा दीर्घवृत्ताकार हो तो क्या होगा?

e. हमें ज्ञात है कि एक आवेशित चालक के पृष्ठ के आर-पार विद्युत-क्षेत्र असंतत होता है। क्या वहाँ विद्युत विभव भी असंतत होगा?

f. किसी एकल चालक की धारिता से आपका क्या अभिप्राय है?

g. एक सम्भावित उत्तर की कल्पना कीजिए कि पानी का परावैद्युतांक (= 80), अभ्रक के परावैद्युतांक (= 6) से अधिक क्यों होता है?

उत्तर-

a. यदि दोनों गोले एक-दूसरे से बहुत अधिक दूरी पर होंगे तभी वे बिन्दं आवेशों की भाँति कार्य करेंगे। कूलॉम का नियम केवल बिन्दु आवेशों के लिए सत्य है; अत: गोलों को समीप लाने पर कूलॉम का नियम लागू नहीं होगा।

b. नहीं, गाउस का नियम केवल तभी तक सत्य है जब तक कि कूलॉम के नियम में निर्भरता $\frac{1}{r^3}$ अतः कूलॉम के नियम में निर्भरता $(\frac{1}{r^3})$ होने पर गाउस का नियम लागू नहीं होगा।

c. नहीं, यदि क्षेत्र रेखा एक सरल रेखा है, केवल तभी परीक्षण आवेश क्षेत्र रेखा के अनुदिश चलेगा।

d. शून्य, स्थिर विद्युत क्षेत्र में बिन्दु आवेश के बन्द वक्र पर चलाने में किया गया कार्य शून्य होता है। यदि वक्र दीर्घवृत्ताकार है तो भी कार्य शून्य होगा।

e. नहीं, चालक की पूरी सतह पर विद्युत विभव सतत होता है।

f. एकल चालक की धारिता एक ऐसे संधारित्र की धारिता है, जिसकी दूसरी प्लेट अनन्त पर है।

g. जल के अणुओं का अपना स्थायी द्विध्रुव आघूर्ण होता है; अत: जल का परावैद्युतांक उच्च होता है, इसके विपरीत अभ्रक के अणुओं का द्विध्रुव आघूर्ण शून्य होता है; अत: इसका परावैद्युतांक निम्न होता है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 32 एक बेलनाकार संधारित्र में 15 सेमी लम्बाई एवं त्रिज्याएँ 1.5 सेमी तथा 1.4 सेमी के दो समाक्ष बेलन हैं। बाहरी बेलन भू-सम्पर्कित है और भीतरी बेलन को 3.5μF का आवेश दिया गया है। निकाय की धारिता और भीतरी बेलन का विभव ज्ञात कीजिए। अन्त्य प्रभाव (अर्थात सिरों पर क्षेत्र रेखाओं का मुड़ना) की उपेक्षा कर सकते हैं।

उत्तर- बेलनाकार संधारित्र की धारिता

$$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{l}{2.303 \log_{10}\left(\frac{b}{a}\right)}$$

यहाँ $l = 0.15\text{m},\ a = 1.4\text{cm}, b = 1.5\text{cm}, Q = 3.5\mu\text{C}$

$$\therefore C = \frac{1}{2\times6\times10^9} \times \frac{0.15}{2.303 \log_{10}\left(\frac{1.5}{1.4}\right)}$$

$$= \frac{0.15}{18\times10^9\times2.303\times0.0299}$$

$$= 1.21 \times 10^{-10}\text{F} = 121\ \text{pF} = 1.2 \times 10^{-10}\text{F}$$

संधारित्र की विभवान्तर $V = \frac{Q}{C} = \frac{3.5\times10^{-6}}{121\times10^{-12}} = 2.89 \times 10^4\text{V}$

$\because$ बाहरी बेलन का विभव = 0

$\therefore$ भीतरी बेलन का विभव = $= 2.89 \times 10^4\text{V}$ या $2.9 \times 10^4\text{V}$

प्रश्न 33 3 परावैद्युतांक तथा 10^7Vm^{-1} की परावैद्युत सामर्थ्य वाले एक पदार्थ से 1kV वोल्टता अनुमतांक के समान्तर पट्टिका संधारित्र की अभिकल्पना करनी है। [परावैद्यत सामर्थ्य वह अधिकतम विद्युत-क्षेत्र है जिसे कोई पदार्थ बिना भंग हुए अर्थात आंशिक आयनन द्वारा बिना विद्युत संचरण आरम्भ किए सहन कर सकता है। सुरक्षा की दृष्टि से क्षेत्र को कभी भी परावैद्युत सामर्थ्य के 10% से अधिक नहीं होना चाहिए।] 50pF धारिता के लिए पट्टिकाओं का कितना न्यूनतम क्षेत्रफल होना चाहिए?

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

SHIVOM CLASSES 8696608541

उत्तर- दिया है, K = 3 परावैद्युत सामर्थ्य = 10^7 वोल्ट/m, C = 500pF, न्यूनतम क्षेत्रफल A = ?

V = 1000 वोल्ट

प्लेटो के बिच अधिकतम क्षेत्र E_{max} = परावैद्युत सामर्थ्य का 10%

$$= \frac{10}{100} \times 10^7 = 10^{6V/m}$$

माना प्लेटो के बिच की दुरी d है तो

$$E_{max} = \frac{V}{d}$$

$$\Rightarrow d = \frac{V}{E_{max}} = \frac{1000}{10^6} = 10^{-3} m$$

$$\therefore c = \frac{\epsilon_0 KA}{d} \text{ से } A = \frac{Cd}{\epsilon_0 K}$$

$$\therefore \text{ प्लेटो के बिच का क्षेत्रफल } A = \frac{50 \times 10^{-12} \times 10^{-3}}{8.854 \times 10^{-12} \times 3} = 1.88 \times 10^{-3} m^2$$

= 18.8cm^2 = 19cm

प्रश्न 34 व्यवस्थात्मकतः निम्नलिखित में संगत समविभव पृष्ठ का वर्णन कीजिए:

a. z-दिशा में अचर विद्युत-क्षेत्र।
b. एक क्षेत्र जो एकसमान रूप से बढ़ता है, परन्तु एक ही दिशा (मान लीजिए z-दिशा में रहता है।
c. मूल बिन्दु पर कोई एकल धनावेश।
d. एक समतल में समान दूरी पर समान्तर लम्बे आवेशित तारों से बने एकसमान जाल।

उत्तर-

a. x-y समतल के समान्तर समतल।
b. समविभव पृष्ठ x-y समतल के समान्तर होंगे, परन्तु बढ़ते क्षेत्र के साथ, भिन्न-भिन्न नियत विभव वाले समतल एक-दूसरे के समीप होते जाएँगे।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

c. संकेन्द्रीय गोले जिनके केन्द्र मूल बिन्दु पर हैं।

d. ग्रिड के समीप, समविभव पृष्ठों की आकृति समय के साथ बदलेगी परन्तु ग्रिड से दूर जाने पर समविभव पृष्ठ ग्रिड (जाल) के अधिकाधिक समान्तर होते जाएँगे।

प्रश्न 35 r_1 त्रिज्या तथा q_1 आवेश वाला एक छोटा गोला r_2 त्रिज्या और q_2 आवेश के गोली खोल (कोश) से घिरा है। दर्शाइए यदि q_1 धनात्मक है तो (जब दोनों को एक तार द्वारा जोड़ दिया जाता है) आवश्यक रूप से आवेश, गोले से खोल की तरफ ही प्रवाहित होगा, चाहे खोल पर आवेश q_2 कुछ भी हो।

उत्तर- हम जानते हैं कि किसी चालक का सम्पूर्ण आवेश उसके बाह्य पृष्ठ पर रहता है; अतः जैसे ही दोनों गोलों को चालक तार द्वारा जोड़ा जाएगा वैसे ही अन्दर वाले छोटे गोले को सम्पूर्ण आवेश तार से होकर बाहरी खोल की ओर प्रवाहित हो जाएगा, चाहे खोल पर आवेश q_2 कुछ भी क्यों न हो।

प्रश्न 36 निम्न का उत्तर दीजिए-

a. पृथ्वी के पृष्ठ के सापेक्ष वायुमण्डले की ऊपर परत लगभग 400kV पर है, जिसके संगत विद्युत-क्षेत्र ऊँचाई बढ़ने के साथ कम होता है। पृथ्वी के पृष्ठ के सापेक्ष विद्युत-क्षेत्र लगभग $100 Vm^{-1}$ है। तब फिर जब हम घर से बाहर खुले में जाते हैं तो हमें विद्युत आघात क्यों नहीं लगता? (घर को लोहे का पिंजरा मान लीजिए; अतः उसके अन्दर कोई विद्युत-क्षेत्र नहीं है।)

b. एक व्यक्ति शाम के समय अपने घर के बाहर 2 मी ऊँचा अवरोधी पट्ट रखता है जिसके शिखर पर एक 1 मी2 क्षेत्रफल की बड़ी ऐलुमिनियम की चादर है। अगली सुबह वह यदि धातु की चादर को छूता है तो क्या उसे विद्युत आघात लगेगा?

c. वायु की थोड़ी-सी चालकता के कारण सारे संसार में औसतन वायुमण्डल में विसर्जन धारा 1800A मानी जाती है। तब यथासमय वातावरण स्वयं पूर्णतः निरावेशित होकर विद्युत उदासीन क्यों नहीं हो जाता? दूसरे शब्दों में, वातावरण को कौन आवेशित रखता है?

d. तड़ित के दौरान वातावरण की विद्युत ऊर्जा, ऊर्जा के किन रूपों में क्षयित होती है?

उत्तर-

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

a. हमारा शरीर तथा पृथ्वी के समान विभव पर रहने के कारण हमारे शरीर से होकर कोई विद्युत धारा प्रवाहित नहीं होती इसीलिए हमें कोई विद्युत आघात नहीं लगता।

b. हाँ, पृथ्वी तथा ऐलुमिनियम की चादर मिलकर एक संधारित्र बनाती हैं तथा अवरोधी पट्ट परावैद्युत का कार्य करती है। ऐलुमिनियम की चादर वायुमण्डलीय आवेश के लगातार गिरते रहने से आवेशित होती रहती है और उच्च विभव प्राप्त कर लेती है; अतः जब व्यक्ति इस चादर को छूता है तो उसके शरीर से होकर एक विद्युत धारा प्रवाहित होती है और इस कारण उस व्यक्ति को विद्युत आघात लगेगा।

c. यद्यपि वायुमण्डल 1800A की औसत विसर्जन धारा के कारण लगातार निरावेशित होता रहता है। परन्तु साथ ही तड़ित तथा झंझावात के कारण यह लगातार आवेशित भी होता रहता है और इन दोनों के बीच एक सन्तुलन बना रहता है जिससे कि वायुमण्डल कभी भी पूर्णत: निरावेशित नहीं हो पाता।

d. तड़ित के दौरान वातावरण की विद्युत ऊर्जा, प्रकाश ऊर्जा, ध्वनि ऊर्जा तथा ऊष्मीय ऊर्जा के रूप में क्षयित होती है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)