# गणित

## अध्याय-15: सांख्यिकी

SHIVOM CLASSES 8696608541

## अपकिरण या विक्षेपण (Dispersion)

किसी श्रेणी का सांख्यिकी माध्य उस श्रेणी का प्रतिनिधित्व तो करता है, किन्तु उस श्रेणी की रचना की सही एवं पूर्ण जानकारी नहीं दे पाता है। निम्न उदाहरण इस तथ्य की पुष्टि करते हैं

## उदाहरण

माना कि दो छात्रों को 5 भिन्न-भिन्न विषयों में निम्नलिखित अंक प्राप्त हुए

| विषय | पहला छात्र | दूसरा छात्र |
|---|---|---|
| हिन्दी | 20 | 48 |
| गणित | 55 | 52 |
| अंग्रेजी | 60 | 55 |
| विज्ञान | 50 | 50 |
| संस्कृत | 80 | 60 |

**हल :** पहले छात्र के प्राप्तांकों का समान्तर माध्य

$$= \frac{20 + 55 + 60 + 50 + 80}{5}$$

$$= \frac{265}{5} = 53$$

दूसरे छात्र के प्राप्तांकों का समान्तर माध्य

$$= \frac{48 + 52 + 55 + 50 + 60}{5}$$

$$= \frac{265}{5} = 53$$

दोनों छात्रों के प्राप्तांकों का स.मा. 53 है। इस समानता के आधार पर निष्कर्ष यह निकलता है कि दोनों छात्रों की पाँचों विषयों की उपलब्धि समान है। परन्तु ध्यानपूर्वक देखा जाय तो वास्तव में ऐसा नहीं है। पहले छात्र को हिन्दी में केवल 20 अंक प्राप्त हुए हैं जबकि संस्कृत में 80, दूसरे



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

छात्र के प्राप्तांक, समान्तर माध्य (53) के अपेक्षाकृत बहुत निकट है। अतः ऐसी स्थिति में प्राप्त समान्तर माध्य (53) दूसरे छात्र के प्राप्तांकों को तो सही रूप से प्रतिनिधित्व करता है, परन्तु पहले छात्र के प्राप्तांकों का सही प्रतिनिधित्व नहीं कर पाता है।

## उदाहरण

| श्रेणी A | श्रेणी B | श्रेणी C |
|---|---|---|
| 4 | 0 | 10 |
| 8 | 8 | 9 |
| 10 | 14 | 10 |
| 12 | 18 | 11 |
| 16 | 10 | 10 |
| योग = 50 | 50 | 50 |
| स.मा. $= \frac{50}{5} = 10$ | स.मा. $= \frac{50}{5} = 10$ | स.मा. $= \frac{50}{5} = 10$ |

**हल:** उपर्युक्त तीनों श्रेणियों का समान्तर माध्य एकसमान है, किन्तु यह माध्य, एक ही श्रेणी C का यथार्थ प्रतिनिधित्व करता है, क्योंकि उसके विभिन्न पद माध्य के निकट हैं। श्रेणी A और B के विभिन्न पदों का माध्य से अन्तर अपेक्षाकृत बहुत अधिक है।

**उदाहरण 1.** निम्न उदाहरण पर विचार कीजिए

| श्रेणी A | श्रेणी B | श्रेणी C |
|---|---|---|
| 20 | 40 | 94 |
| 21 | 41 | 95 |
| 22 | 42 | 96 |
| 23 | 43 | 97 |
| 24 | 44 | 98 |
| योग = 110 | 210 | 480 |
| स.मा. $= \frac{110}{5} = 22$ | स.मा. $= \frac{210}{5} = 42$ | स.मा. $= \frac{480}{5} = 96$ |



SHIVOM CLASSES 8696608541

**हल :** इस उदाहरण में श्रेणियों के माध्य भिन्न-भिन्न होने पर भी उनकी रचना समान है क्योंकि माध्य से विभिन्न पदों के विचलन एकसमान हैं।

उपर्युक्त उदाहरणों से स्पष्ट है कि किसी बंटन के पूर्ण अध्ययन के लिये माध्यों के साथ-साथ यह भी ज्ञान होना चाहिए कि उसके विभिन्न पद माध्य से कितनी दूरी पर हैं अर्थात् श्रेणी के विभिन्न पद माध्य से कितने बड़े या छोटे हैं। यह गुण विक्षेपण कहलाता है। अतः "वह गुण जो यह बताता है कि पदों के मान माध्यों के परितः कहाँ तक बिखरे हुए हैं, विक्षेपण कहलाता है।"

विक्षेपण का प्रयोग मुख्यतः दो प्रकार से होता है

(1) दी गई श्रेणी के विभिन्न पदों में कितना अन्तर है, ज्ञात करना।

(2) श्रेणी के माध्य से विभिन्न पद मूल्यों की औसत दूरी ज्ञात करना।

अधिकतर प्रयुक्त होने वाले विक्षेपण निम्नलिखित हैं

(1) परिसर (Range),

(2) चतुर्थक विचलन (Quartile Deviation),

(3) माध्य विचलन (Mean Deviation),

(4) मानक विचलन या प्रमाप विचलन (Standard Deviation)।

## माध्य विचलन (Mean Deviation)

यदि किसी माध्य (समान्तर माध्य, माध्यिका) अथवा बहुलक से श्रेणी के प्रत्येक पद का विचलन लिया जाय जो उन्हें बीजीय चिन्हों से रहित धन मानकर उनके निरपेक्ष संख्यात्मक मानों के समान्तर माध्य को माध्य विचलन कहते हैं।

यदि विचलन समान्तर माध्य से लिये जायें तो उपर्युक्त विचलन, समान्तर माध्य से माध्य विचलन कहलाता है और यदि माध्यिका से लिए जायें तो यह माध्यिका से माध्य विचलन कहा जाता

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

माध्य विचलन और माध्य के अनुपात को माध्य विचलन गुणांक (Coefficient of Mean Deviation) कहते हैं। इस प्रकार,

$$\text{माध्यविचलनगुणांक} = \frac{\text{माध्यविचलन}}{\text{प्रयुक्तमाध्य}}$$

## माध्य विचलन ज्ञात करने की विधि (Methods of Finding Mean Deviation)

(1) व्यक्तिगत श्रेणी में,

$$\text{माध्य विचलन} = \frac{\sum|x-M|}{n} = \frac{\sum|d|}{n}$$

जहाँ x = पद-मूल्य, M = माध्य, n = पदों की संख्या, d= पद-मूल्य का माध्य से विचलन है।

यहाँ|x-M| या |d|का आशय यह है किx-M याd का मान धन चिन्ह के साथ लेना है। जैसे-13-4|या |-1| का मान 1 लेंगे न कि-1 तथा ∑ का अर्थ योग (Summation) से है।

नोट-चिन्ह |......... को मापांक (Modulus) कहते हैं। यह

सदैव धनात्मक लिया जाता है।

(2) असतत श्रेणी में,

$$\text{माध्य विचलन} = \frac{\sum|x-M|}{\sum f} = \frac{\sum|d|}{N}$$

जहाँ f = उस पद की बारम्बारता है जिसका विचलन d, माध्य से निकाला गया है तथा N सभी बारम्बारताओं का योगफल है।

(3) सतत श्रेणी में,

$$\text{माध्य विचलन} = \frac{\sum f|x-M|}{\sum f} = \frac{\sum|d|}{N}$$



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

जहाँ x= वर्ग का मध्यमान, f=संगत बारम्बारता, N=∑ f कुल आवृत्ति, M= माध्य, शेष अर्थ पूर्ववत् हैं।

## माध्य विचलन के गुण (Merits of Mean Deviation)

(1) यह सुपरिभाषित होता है।

(2) इसकी गणना सरल है।

(3) यह समस्त पद-मूल्यों पर आधारित है।

(4) इस पर सीमान्त पदों का प्रभाव कम पड़ता है।

(5) यह सभी मानों को उनकी सापेक्ष महत्ता प्रदान करता है।

## माध्य विचलन के दोष (Demerits of Mean Deviation)

(1) प्रत्येक विचलन को धनात्मक मानने के कारण यह गणितीय दृष्टि से अशुद्ध है।

(2) यह किसी भी माध्य से निकाला जा सकता है। अतः अनिश्चित है।

(3) यह बीजगणितीय विवेचन के अनुपयुक्त है।

## माध्य विचलन का उपयोग (Utility of Mean Deviation)

इसका उपयोग आर्थिक, सामाजिक तथा व्यापारिक क्षेत्रों में अधिक होता है। आय व धन के वितरण आदि का अध्ययन माध्य विचलन द्वारा किया जाता है।

## उदाहरण (EXAMPLES)

**उदाहरण 1.** दिये गये आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

4,7,8,9,10, 12, 13, 17.

**हल :** माध्य $= \frac{4+7+8+9+10+12+13+17}{8}$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$\overline{x} = \frac{80}{8} = 10$

| $x$ | $\lvert x-\overline{x} \rvert$ |
|---|---|
| 4 | $\lvert 4-10 \rvert = 6$ |
| 7 | $\lvert 7-10 \rvert = 3$ |
| 8 | $\lvert 8-10 \rvert = 2$ |
| 9 | $\lvert 9-10 \rvert = 1$ |
| 10 | $\lvert 10-10 \rvert = 0$ |
| 12 | $\lvert 12-10 \rvert = 2$ |
| 13 | $\lvert 13-10 \rvert = 3$ |
| 17 | $\lvert 17-10 \rvert = 7$ |
| | $\sum \lvert x-\overline{x} \rvert = 24$ |

माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum(x-\overline{x})}{x}$

$= \frac{24}{8} = 3.$

**उदाहरण 2.** दिये गये आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

38, 70, 48, 40, 42,55, 63, 46, 54, 44.

**हल :** माध्य

$= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{10}$

$= \frac{38 + 70 + 48 + 40 + 42 + 55 + 63 + 46 + 54 + 44}{10}$

$= \frac{500}{10}$

माध्य $\overline{x} = 50$



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| $x$ | $\|x-\bar{x}\|$ |
|---|---|
| 38 | $\|38-50\|=12$ |
| 70 | $\|70-50\|=20$ |
| 48 | $\|48-50\|=2$ |
| 40 | $\|40-50\|=10$ |
| 42 | $\|42-50\|=8$ |
| 55 | $\|55-50\|=5$ |
| 63 | $\|63-50\|=13$ |
| 46 | $\|46-50\|=4$ |
| 54 | $\|54-50\|=4$ |
| 44 | $\|44-50\|=6$ |
| | $\sum\|x-\bar{x}\|=84$ |

माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum(x-\bar{x})}{N}$

$= \frac{84}{10} = 8.4.$

**उदाहरण 3.** दिये गये आँकड़ों के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए13, 17, 16, 14, 11, 13, 10, 16, 11, 18, 12, 17.

**हल :** दिये गये आँकड़ों को बढ़ते हुए क्रम में रखने पर, 10, 11, 11, 12, 13, 13, 14, 16, 16, 17, 17, 18 प्रेक्षणों की संख्या सम है।

अतः n = 12

माध्यिका $= \frac{\frac{N}{2}\text{ वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{N}{2}+1\right)\text{वाँ प्रेक्षण}}{2}$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$= \frac{\left(\frac{12}{2}\right)\text{वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{12}{2}+1\right)\text{वाँ प्रेक्षण}}{2}$$

$$= \frac{6\text{वाँ प्रेक्षण} + 7\text{वाँ प्रेक्षण}}{2}$$

$$= \frac{13+14}{2} = \frac{27}{2}$$

$\therefore \quad M_d = 13{\cdot}5$

| $x$ | $x - M_d$ |
|---|---|
| 10 | $\lvert 10-13{\cdot}5 \rvert = 3{\cdot}5$ |
| 11 | $\lvert 11-13{\cdot}5 \rvert = 2{\cdot}5$ |
| 11 | $\lvert 11-13{\cdot}5 \rvert = 2{\cdot}5$ |
| 12 | $\lvert 12-13{\cdot}5 \rvert = 1{\cdot}5$ |
| 13 | $\lvert 13-13{\cdot}5 \rvert = 0{\cdot}5$ |
| 13 | $\lvert 13-13{\cdot}5 \rvert = 0{\cdot}5$ |
| 14 | $\lvert 14-13{\cdot}5 \rvert = 0{\cdot}5$ |
| 16 | $\lvert 16-13{\cdot}5 \rvert = 2{\cdot}5$ |
| 16 | $\lvert 16-13{\cdot}5 \rvert = 2{\cdot}5$ |
| 17 | $\lvert 17-13{\cdot}5 \rvert = 3{\cdot}5$ |
| 17 | $\lvert 17-13{\cdot}5 \rvert = 3{\cdot}5$ |
| 18 | $\lvert 18-13{\cdot}5 \rvert = 4{\cdot}5$ |
| | $\Sigma \lvert x - M_d \rvert = 28$ |

माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन

$$= \frac{\Sigma \lvert x - M_d \rvert}{n}$$

$$= \frac{28}{12} = 2{\cdot}33.$$

## मानक विचलन या प्रमाप विचलन या मूल माध्य वर्ग विचलन

## (Standard Deviation or Root Mean Square Deviation)



SHIVOM CLASSES 8696608541

आँकड़ों के किसी समूह के पद-मूल्यों के समान्तर माध्य से विचलन के वर्गों के समान्तर माध्य के धनात्मक वर्गमूल को मानक विचलन कहते हैं। इसे प्रायः ग्रीक अक्षर (सिग्मा) से प्रदर्शित करते हैं।

**मानक विचलन की गणना (Computation of Standard Deviation)**

## (1) प्रत्यक्ष विधि (Direct Method)

**(A) व्यक्तिगत श्रेणी में :**

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum(x-M)^2}{n}}$$

जहाँ x = चर मूल्य, M = समान्तर माध्य, n= चरों की कुल संख्या।

**(B) असतत श्रेणी में :**

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum f(x-M)^2}{\sum f}}$$

जहाँ f = उस पद x की बारम्बारता है, जिसका समान्तर माध्य M से विचलन लिया गया है और $\sum f$ = कुल बारम्बारता। शेष अर्थ पूर्ववत् हैं।

**(C) सतत श्रेणी में:**

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum f(x-M)^2}{\sum f}}$$

जहाँ x = वर्ग-अन्तराल का मध्यमान है, शेष अर्थ पूर्ववत् हैं ।

## (2) लघु विधि (Short Cut Method)

**(A) व्यक्तिगत श्रेणी में:**

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum d^2}{n}-\left(\frac{\sum d}{n}\right)^2}$$

जहाँ d =x-A, चर x का कल्पित स. मा. A से विचलन __ है। शेष अर्थ पूर्ववत् हैं।



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

**(B) असतत श्रेणी में :**

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum fd^2}{\sum f} - \left(\frac{\sum fd^2}{\sum f}\right)^2}$$

जहाँ d =x-A, पद-मूल्य x का कल्पित माध्य A से विचलन है तथा उसकी आवृत्ति है और $\sum f$ = कुल बारम्बारता। शेष अर्थ पूर्ववत् हैं।

**(C) सतत श्रेणी में :**

जहाँ d =x-A, जहाँ x वर्ग मध्यमान है तथा शेष अर्थ पूर्ववत् हैं।

## मानक विचलन गुणांक (Coefficient of Standard Deviation)

**मानक विचलन**

$$\text{मानक विचलन गुणांक} = \frac{\text{मानक विचलन}}{\text{समान्तर माध्य}} = \frac{\sigma}{M}$$

## प्रसरण या विचरण (Variance)

$$\text{विचरण} = \sigma^2$$

## विचरण गुणांक (Coefficient of Variation)

$$\text{विचरण गुणांक} = \frac{\sigma}{M} \times 100$$

विचरण गुणांक का उपयोग दो समंक मालाओं की स्थिरता, संगतता, सजातीयता अथवा एकरूपता की तुलना करने में किया जाता है। जिस समंक माला का विचरण गुणांक कम होता है वह अपेक्षाकृत अधिक स्थिर होता है तथा जिस समंक माला का विचरण गुणांक अधिक होता है वह अपेक्षाकृत अधिक अस्थिर होती है।

## मानक विचलन के गुण (Merits ofStandard Deviation)

(1) यह सभी पदों पर आधारित होता है।

(2) यह सुपरिभाषित है।



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

(3) इसमें विचलनों का वर्ग लेने के कारण विचलन धनात्मक हो जाते हैं।

अतः यह गणित की दृष्टि से ही पूर्ण तथा शुद्ध होता है और विभिन्न उच्च सांख्यिकीय अध्ययनों में प्रयुक्त होता है।

**उदाहरण 1.** कक्षा 9 के विद्यार्थियों के विज्ञान प्रयोगात्मक परीक्षा में प्राप्तांक निम्न सारणी में दिये गये हैं। उनका मानक विचलन ज्ञात कीजिए प्राप्तांक

| प्राप्तांक | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| विद्यार्थियों की संख्या | 8 | 12 | 9 | 5 | 7 | 9 |

हल : (A) प्रत्यक्ष विधि से:

स. मा. की गणना

| प्राप्तांक | विद्यार्थियों की संख्या | गुणनफल |
|---|---|---|
| $x$ | $f$ | $fx$ |
| 11 | 8 | 88 |
| 12 | 12 | 144 |
| 13 | 9 | 117 |
| 14 | 5 | 70 |
| 15 | 7 | 105 |
| 16 | 9 | 144 |
| | $\Sigma f = 50$ | $\Sigma fx = 668$ |

$$\therefore \quad \text{स. मा.} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{668}{50} = 13\cdot36.$$

प्रमाप विचलन की गणना

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| प्राप्तांक $x$ | बारम्बारता $f$ | स.मा. से विचलन $d$ | विचलन का वर्ग $d^2$ | गुणनफल $fd^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 11 | 8 | −2·36 | 5·56 | 44·48 |
| 12 | 12 | −1·36 | 1·84 | 22·08 |
| 13 | 9 | −0·36 | 0·13 | 1·17 |
| 14 | 5 | 0·64 | 0·41 | 2·05 |
| 15 | 7 | 1·64 | 2·69 | 18·83 |
| 16 | 9 | 2·64 | 6·97 | 62·73 |
| | $\Sigma f = 50$ | | | $\Sigma fd^2 =$ 151·34 |

$$\therefore \text{प्रमाप विचलन } (\sigma) = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{151 \cdot 34}{50}}$$

$$= 1 \cdot 739 = 1 \cdot 74 \text{ अंक।}$$

(B) लघु विधि से:

माना कि कल्पित माध्य A = 13.

| प्राप्तांक $x$ | बारम्बारता $f$ | कल्पित माध्य से विचलन $d = x - A$ | विचलन का वर्ग $d^2$ | गुणनफल $fd$ | गुणनफल $fd^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 11 | 8 | −2 | 4 | −16 | 32 |
| 12 | 12 | −1 | 1 | −12 | 12 |
| 13 | 9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 5 | 1 | 1 | 5 | 5 |
| 15 | 7 | 2 | 4 | 14 | 28 |
| 16 | 9 | 3 | 9 | 27 | 81 |
| | $\Sigma f = 50$ | | | $\Sigma fd = 18$ | $\Sigma fd^2 = 158$ |

$$\therefore \quad \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{\Sigma f} - \left(\frac{\Sigma fd}{\Sigma f}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{158}{50} - \left(\frac{18}{50}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{158 \times 50 - 324}{50 \times 50}}$$

$$= \sqrt{\frac{7900 - 324}{50 \times 50}} = \frac{\sqrt{7576}}{50}$$

$$= \frac{87 \cdot 04}{50} = 1 \cdot 74$$

**उदाहरण 2.** निम्न बारम्बारता बंटन के लिए मानक विचलन की गणना कीजिए



SHIVOM CLASSES 8696608541

| वर्ग | 0 – 4 | 4 – 8 | 8 – 12 | 12 – 16 |
|---|---|---|---|---|
| आवृत्ति | 4 | 8 | 2 | 1 |

**हल :** गणना सारणी निम्न है :

| वर्ग | मध्य-मान $x$ | आवृत्ति $f$ | $fx$ | $(x-\bar{x})$ | $(x-\bar{x})^2$ | $f(x-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 – 4 | 2 | 4 | 8 | –4 | 16 | 64 |
| 4 – 8 | 6 | 8 | 48 | 0 | 0 | 0 |
| 8 – 12 | 10 | 2 | 20 | 4 | 16 | 32 |
| 12 – 16 | 14 | 1 | 14 | 8 | 64 | 64 |
| | | $\Sigma f = 15$ | $\Sigma fx = 90$ | | | $\Sigma f(x-\bar{x})^2 = 160$ |

समान्तर माध्य

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{90}{15} = 6$$

अतः मानक विचलन

$$= \sqrt{\frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{\Sigma f}}$$

समान्तर माध्य

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{90}{15} = 6$$

अतः मानक विचलन



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$= \sqrt{\frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{\Sigma f}}$$

$$= \sqrt{\frac{160}{15}} = \sqrt{10{\cdot}67} = 3{\cdot}27.$$

**उदाहरण 3.** निम्नलिखित सारणी से मानक विचलन ज्ञात कीजिए|

| वर्ग | 0–10 | 10–20 | 20–30 | 30–40 | 40–50 |
|---|---|---|---|---|---|
| आवृत्ति | 3 | 6 | 13 | 10 | 5 |

**हल:**

| वर्ग-अन्तराल | मध्यमान $x$ | आवृत्ति $f$ | $fx$ | $(x-\bar{x})$ | $(x-\bar{x})^2$ | $f(x-\bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 –10 | 5 | 3 | 15 | –22·2 | 492·84 | 1478·52 |
| 10 –20 | 15 | 6 | 90 | –12·2 | 148·84 | 893·04 |
| 20–30 | 25 | 13 | 325 | –2·2 | 4·84 | 62·92 |
| 30 – 40 | 35 | 10 | 350 | 7·8 | 60·84 | 608·40 |
| 40 – 50 | 45 | 5 | 225 | 17·8 | 316·84 | 1584·20 |
| | | $\Sigma f = 37$ | $\Sigma fx = 1005$ | | | $\Sigma f(x-\bar{x})^2$ 4627·08 |

अब, $\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1005}{37} = 27{\cdot}2$

$$\therefore \quad \sigma = \sqrt{\frac{\Sigma f(x-\bar{x})^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{4627{\cdot}08}{37}}$$

$$= \sqrt{125{\cdot}056} = 11{\cdot}18.$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

## NCERT SOLUTIONS

## प्रश्नावली 15.1 (पृष्ठ संख्या 380-381)

प्रश्न 1 दिए गए आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष विचलन ज्ञात कीजिए।

4, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 17

उत्तर- दिए गए आकड़ो का माध्य,

$$\bar{X} = \frac{\text{पदों का योग}}{\text{पदों की संख्या}}$$

$$= \frac{\sum X_i}{n} = \frac{4+7+8+9+10+12+13+17}{8} = 10$$

| $x_i$ | $\lvert x_i - \bar{x} \rvert$ |
|---|---|
| 4 | \|4 - 10\| = 6 |
| 7 | \|7 - 10\| = 4 |
| 8 | \|8 - 10\| = 2 |
| 9 | \|9 - 10\| = 1 |
| 10 | \|10 - 10\| = 0 |
| 12 | \|12 - 10\| = 2 |
| 13 | \|13 - 10\| = 3 |
| 17 | \|17 - 10\| = 7 |
| $\sum x_1 = 80$ | $\sum \lvert X_1 - \bar{X} \rvert = 24$ |

$\therefore$ माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum \lvert X_i - \bar{X} \rvert}{n} = \frac{24}{8} = 3$

प्रश्न 2 दिए गए आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष विचलन ज्ञात कीजिए।

38, 70, 48, 40, 42, 55, 63, 46, 54, 44



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उत्तर-

दिए गए आकड़ो का माध्य = $\frac{\sum X_1}{n}$

$$\bar{X} = \frac{\text{पदों का योग}}{\text{पदों की संख्या}}$$

$$= \frac{38 + 70 + 48 + 40 + 42 + 55 + 63 + 46 + 54 + 44}{10} = 50$$

| $X_i$ | $\lvert X_i - \bar{X} \rvert$ |
|---|---|
| 38 | \|38 - 50\| = 12 |
| 70 | \|70 - 50\| = 20 |
| 48 | \|48 - 50\| = 02 |
| 40 | \|40 - 50\| = 10 |
| 42 | \|42 - 50\| = 08 |
| 55 | \|55 - 50\| = 05 |
| 63 | \|63 - 50\| = 13 |
| 46 | \|46 - 50\| = 04 |
| 54 | \|54 - 50\| = 04 |
| 44 | \|44 - 50\| = 06 |
| $\sum X_i = 500$ | $\sum \lvert X_i - \bar{X} \rvert = 84$ |

$\therefore$ माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum \lvert X_i - \bar{X} \rvert}{n} = \frac{84}{10} = 8.4$

प्रश्न 3 दिए गए आँकड़ों के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

13, 17, 16, 14, 11, 13, 10, 16, 11, 18, 12, 17

उत्तर- दिए गए आकड़े निम्न है, 13, 17, 16, 14, 11, 13, 10, 16, 11, 18, 12, 17 बढते हुए कर्म में व्यवस्तिथ करने पर, 10, 11, 11, 12, 13, 13, 14, 16, 16, 17, 17, 18 प्रेक्षणों की संख्या = 12 (सम)

$$\text{मध्यिका } M_d - \frac{\frac{N}{2} \text{ वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{N}{2}+1\right) \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2} - \frac{\left(\frac{12}{2}\right) \text{ वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{12}{2}+1\right) \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2}$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$= \dfrac{6 \text{ वाँ प्रेक्षण} + 7 \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2} - \dfrac{13 + 14}{2}$

$\Rightarrow M_d = 13.5$

| $X_i$ | $\lvert X_i - M \rvert$ |
|---|---|
| 10 | \|10 - 13.5\| = 3.5 |
| 11 | \|11 - 13.5\| = 2.5 |
| 11 | \|11 - 13.5\| = 2.5 |
| 12 | \|12 - 13.5\| = 1.5 |
| 13 | \|13 - 13.5\| = 0.5 |
| 13 | \|13 - 13.5\| = 0.5 |
| 14 | \|14 - 13.5\| = 0.5 |
| 16 | \|16 - 13.5\| = 2.5 |
| 16 | \|16 - 13.5\| = 2.5 |
| 17 | \|17 - 13.5\| = 3.5 |
| 17 | \|17 - 13.5\| = 3.5 |
| 18 | \|18 - 13.5\| = 4.5 |
| | $\sum \lvert X_i - M \rvert = 28$ |

प्रश्न 4 दिए गए आँकड़ों के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

36, 72, 46, 42, 60, 45, 53, 46, 51, 49

उत्तर- दिए हुए आँकड़ों को आरोही क्रम में लिखने पर 36, 42, 45, 46, 46, 49, 51, 53, 60, 72

प्रेक्षणो की संख्या = 10(सम)

$$\text{मध्यिका } M_d = \frac{\frac{N}{2} \text{ वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{N}{2}+1\right) \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2}$$

$$= \frac{\left(\frac{10}{2}\right) \text{ वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{10}{2}+1\right) \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2}$$

$$= \frac{5 \text{ वाँ प्रेक्षण} + 6 \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2} - \frac{46 + 49}{2}$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| $X_i$ | $\|X_i - M\|$ |
|---|---|
| 36 | \|36 - 47.5\| = 11.5 |
| 42 | \|42 - 47.5\| = 5.5 |
| 45 | \|45 - 47.5\| = 2.5 |
| 46 | \|46 - 47.5\| = 1.5 |
| 46 | \|46 - 47.5\| = 1.5 |
| 49 | \|49 - 47.5\| = 1.5 |
| 51 | \|51 - 47.5\| = 3.5 |
| 53 | \|53 - 47.5\| = 5.5 |
| 60 | \|60 - 47.5\| = 12.5 |
| 72 | \|72 - 47.5\| = 24.5 |
| | $\sum \|X_i - M\| = 70$ |

$\therefore$ माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum |X_i - M_d|}{n} = \frac{70}{10} = 7$

प्रश्न 5 आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| $x_i$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 7 | 4 | 6 | 3 | 5 |

उत्तर-

| $x_i$ | $f_i$ | $f_i x_i$ | $\|x_i - \bar{x}\|$ | $f_i \|x_i - \bar{x}\|$ |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 35 | \|5 - 14\| = 9 | 63 |
| 10 | 4 | 40 | \|10 - 14\| = 4 | 16 |
| 15 | 6 | 90 | \|15 - 14\| = 1 | 06 |
| 20 | 3 | 60 | \|20 - 14\| = 6 | 18 |
| 25 | 5 | 125 | \|25 - 14\| = 11 | 55 |
| | $\sum f_i = 25$ | $\sum f_i x_i = 350$ | | $\sum f_i \|x_i - \bar{x}\| = 158$ |

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{350}{25} = 14$$

$\therefore$ माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum f_i |x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} = \frac{158}{25} = 6.32$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 6 आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| $x_i$ | 10 | 30 | 50 | 70 | 90 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 4 | 24 | 25 | 16 | 8 |

उत्तर-

| $x_i$ | $f_i$ | $f_i x_i$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert$ | $f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert$ |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 4 | 40 | \|10 - 50\| = 40 | 160 |
| 30 | 24 | 720 | \|30 - 50\| = 20 | 480 |
| 50 | 28 | 1400 | \|50 - 50\| = 00 | 000 |
| 70 | 16 | 1120 | \|70 - 50\| = 20 | 320 |
| 90 | 8 | 720 | \|90 - 50\| = 40 | 320 |
| | $\sum f_i = 80$ | $\sum f_i x_i = 4000$ | | $\sum f_i\lvert x_i - \bar{x}\rvert = 1280$ |

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{4000}{80} = 50$$

$$\therefore \text{माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन} = \frac{\sum f_i|x_i - \bar{x}|}{\sum f_i} = \frac{1280}{80} = 16$$

प्रश्न 7 दिए गए आँकड़ों के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| $x_i$ | 5 | 7 | 9 | 10 | 12 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 8 | 6 | 2 | 2 | 2 | 6 |

उत्तर-

| $x_i$ | $f_i$ | CF | $\lvert x_i - M\rvert$ | $f_i\lvert x_i - = M_d\rvert$ |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 8 | 8 | \|5 - 7\| = 2 | 16 |
| 7 | 6 | 14 | \|7 - 7\| = 0 | 00 |
| 9 | 2 | 16 | \|9 - 7\| = 2 | 04 |
| 10 | 2 | 18 | \|10 - 7\| = 3 | 06 |
| 12 | 2 | 20 | \|12 - 7\| = 5 | 10 |
| 15 | 6 | 26 | \|15 - 7\| = 8 | 48 |
| | $\sum f_i = 26$ | | | $\sum f_i\lvert x_i - M_d\rvert = 84$ |

$$N = \sum f_i = 26$$



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$\text{मध्यिका } M_d = \frac{\frac{N}{2} \text{ वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{N}{2}+1\right) \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2}$$

$$= \frac{\left(\frac{26}{2}\right) \text{ वाँ प्रेक्षण} + \left(\frac{26}{2}+1\right) \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2}$$

$$= \frac{13 \text{ वाँ प्रेक्षण} + 14 \text{ वाँ प्रेक्षण}}{2}$$

$$= \frac{7+7}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

$$\therefore \text{ माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन} = \frac{\sum f_i |x_i - M_d|}{\sum f_i} = \frac{84}{26} = 3.23$$

प्रश्न 8 दिए गए आँकड़ों के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| $x_i$ | 15 | 21 | 27 | 30 | 35 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 |

उत्तर-

| $x_i$ | $f_i$ | CF | $\|x_i - M\|$ | $f_i \|x_i - M_d\|$ |
|---|---|---|---|---|
| 15 | 3 | 3 | \|15 - 30\| = 15 | 45 |
| 21 | 5 | 8 | \|21 - 30\| = 9 | 45 |
| 27 | 6 | 14 | \|27 - 30\| = 3 | 18 |
| 30 | 7 | 21 | \|30 - 30\| = 0 | 0 |
| 35 | 8 | 29 | \|35 - 30\| = 5 | 40 |
| | $\sum f_i = 29$ | | | $\sum f_i \|x_i - M_d\| = 148$ |

$$N = \sum f_i = 29$$

$$\therefore \text{ माध्यिका } M_d = \left(\frac{N+1}{2}\right) \text{ वा प्रेक्षण } \left(\frac{29+1}{2}\right) \text{ वा मान = 15 वा}$$

$$\Rightarrow M = 30$$

$$\therefore \text{ माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन} = \frac{\sum f_i |x_i - M_d|}{\sum f_i} = \frac{148}{29} = 5.1$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 9 निम्नलिखित प्रश्नो के आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| आय प्रतिदिन | व्यक्तियों की सख्या |
|---|---|
| 0-100 | 4 |
| 100-200 | 8 |
| 200-300 | 9 |
| 300-400 | 10 |
| 400-500 | 7 |
| 500-600 | 5 |
| 600-700 | 4 |
| 700-800 | 3 |

उत्तर-

| वर्ग | $f_i$ | मध्यमान $(x_i)$ | $d_i = \frac{x_i - A}{h}$ $A = 350, h = 100$ | $f_i d_i$ | $\lvert x_i - \bar{x} \rvert$ | $f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-100 | 4 | 50 | -3 | -12 | 308 | 1232 |
| 100-200 | 8 | 150 | -2 | -16 | 208 | 1664 |
| 200-300 | 9 | 250 | -1 | -9 | 108 | 972 |
| 300-400 | 10 | 350 | 0 | 0 | 8 | 80 |
| 400-500 | 7 | 450 | 1 | 7 | 92 | 644 |
| 500-600 | 5 | 550 | 2 | 10 | 192 | 960 |
| 600-700 | 4 | 650 | 3 | 12 | 292 | 1168 |
| 700-800 | 3 | 750 | 4 | 12 | 392 | 1176 |
| | $\sum f_i = 50$ | | | $\sum f_i d_i = 4$ | | $\sum f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert = 7896$ |

माध्य $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h = 350 + \frac{4}{50} \times 100 = 350 + 8$

$\Rightarrow \bar{x} = 358$

$\therefore$ माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert}{\sum f_i} = \frac{7896}{50} = 157.92$

प्रश्न 10 निम्नलिखित प्रश्नो के आँकड़ों के लिए माध्य के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| उचाई (सेमी में) | लड़को की संख्या |
|---|---|



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| | |
|---|---|
| 95-105 | 9 |
| 105-115 | 13 |
| 115-125 | 26 |
| 125-135 | 30 |
| 135-145 | 12 |
| 145-155 | 10 |

उत्तर-

| वर्ग | $f_i$ | मध्यमान | $d_i = \frac{x_i - A}{h}$ $A = 130, h = 10$ | $f_i d_i$ | $\lvert x_i - \bar{x}\rvert$ | $f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 95-105 | 9 | 100 | -3 | -27 | 25.3 | 227.7 |
| 105-115 | 13 | 110 | -2 | -26 | 15.3 | 198.9 |
| 115-125 | 26 | 120 | -1 | -26 | 5.3 | 137.8 |
| 125-135 | 30 | 130 | 0 | 0 | 4.7 | 141.0 |
| 135-145 | 12 | 140 | 1 | 12 | 14.7 | 176.4 |
| 145-155 | 10 | 150 | 2 | 20 | 24.7 | 247.0 |
| | $\sum f_i = 100$ | | | $\sum fd_i = -47$ | | $\sum f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert = 1128.8$ |

मध्य $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h = 130 + \frac{(-47)}{100} \times 10$

$= 130 - 4.7$

$= 125.3$

मध्य के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum f_i \lvert x_i - \bar{x}\rvert}{\sum f_i} = \frac{1128.8}{100} = 11.288$

प्रश्न 11 निम्नलिखित प्रश्नो के आँकड़ों के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए।

| अंक | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| लड़कियों की संख्या | 6 | 8 | 14 | 16 | 4 | 2 |

उत्तर-



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| वर्ग | $f_i$ | CF | मध्यमान | $\lvert x_i - M_d \rvert$ | $f_i \lvert x_i - M_d \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0-10 | 6 | 6 | 5 | \|5 - 27.86\| = 22.86 | 137.16 |
| 10-20 | 8 | (14)C | 15 | \|15 - 27.86\| = 12.86 | 102.88 |
| (20-30) | (14) | 28 | 25 | \|25 - 27.86\| = 2.86 | 40.04 |
| 30-40 | 16 | 44 | 35 | \|35 - 27.86\| = 7.14 | 114.24 |
| 40-50 | 4 | 48 | 45 | \|45 - 27.86\| = 17.14 | 68.56 |
| 50-60 | 2 | 50 | 55 | \|55 - 27.86\| = 27.14 | 54.28 |
| | $\sum f_i = 50$ | | | | $\sum f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert = 517.16$ |

$$\frac{N}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

$$\Rightarrow C = 14, f = 14, l = 20, h = 10$$

माध्यिका $M_d = l + \frac{\frac{N}{2} - C}{f} \times h = 20 + \frac{25-14}{14} \times 10 = 20 + \frac{11 \times 10}{14}$

$$= 20 + 7.86 = 27.86$$

$\therefore$ माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन $= \frac{\sum f_i \lvert x_i - M_d \rvert}{\sum f_i} = \frac{517.16}{50} = 10.34$

प्रश्न 12 नीचे दिए गए 100 व्यक्तियों की आयु के बंटन की माध्यिका आयु के सापेक्ष माध्य विचलन की गणना कीजिए।

| आयु | 16-20 | 21-25 | 26-30 | 31-35 | 36-40 | 41-45 | 46-50 | 51-55 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| संख्या | 5 | 6 | 12 | 14 | 26 | 12 | 16 | 9 |

उत्तर-

| वर्ग | $f_i$ | CF | मध्यमान $x_i$ | $\lvert x_i - M_d \rvert$ | $f_i \lvert x_i - M_d \rvert$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 15.5-20.5 | 5 | 5 | 18 | \|18-38\| = 20 | 100 |
| 20.5-25.5 | 6 | 11 | 23 | \|23-38\| = 15 | 90 |
| 25.5-30.5 | 12 | 23 | 28 | \|28-38\| = 10 | 120 |
| 30.5-35.5 | 14 | 37 | 33 | \|33-38\| = 5 | 70 |
| 35.5-40.5 | 26 | 63 | 38 | \|38-38\| = 0 | 0 |
| 40.5-45.5 | 12 | 75 | 43 | \|43-38\| = 5 | 60 |
| 45.5-50.5 | 16 | 91 | 48 | \|48-38\| = 10 | 160 |
| 50.5-55.5 | 9 | 100 | 53 | \|53 - 38\| = 15 | 135 |
| | $\sum f_i = 100$ | | | | $\sum f_i \lvert x_i - \bar{x} \rvert = 735$ |

## प्रश्नावली 15.2 (पृष्ठ संख्या 392-393)



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 1 निम्नलिखित प्रश्नो में दिय गए आँकड़ों के लिए माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

6, 7, 10, 12, 13, 4, 8, 12

उत्तर-

| $x_i$ | $x_1^2$ |
|---|---|
| 6 | 36 |
| 7 | 10 |
| 10 | 100 |
| 12 | 144 |
| 13 | 169 |
| 4 | 16 |
| 8 | 64 |
| 12 | 144 |
| $\sum x_i = 72$ | $\sum x_2^1 = 722$ |

$$\text{माध्य} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{72}{8} = 9$$

$$\text{प्रसरण} = \frac{\sum x_1^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 = \frac{722}{8} - \left(\frac{72}{8}\right)^2$$

$$= 90.25 - 81 = 9.25$$

प्रश्न 2 निम्नलिखित प्रश्न में दिय गए आँकड़ों के लिए माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

प्रथम n प्राकृत सख्याए

उत्तर-



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| $x_i$ | $x_1^2$ |
|---|---|
| 1 | $1^2$ |
| 2 | $2^2$ |
| 3 | $3^2$ |
| 4 | $4^2$ |
| : | : |
| : | : |
| : | : |
| n | $n^2$ |
| $\sum x_i = \frac{n(n+1)}{2}$ | $\sum x_1^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ |

$$\text{माध्य} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{n(n+1)}{2n} = \frac{n+1}{2}$$

$$\text{प्रसरण} = \frac{\sum x_1^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6n} - \left[\frac{n(n+1)}{2n}\right]^2$$

$$= \frac{(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{(n+1)^2}{4} = \frac{(n+1)}{2} - \left(\frac{2n+1}{3} - \frac{n+1}{2n}\right)$$

$$= \frac{(n+1)}{2}\left(\frac{4n+2-3n-3}{6}\right) = \left(\frac{n+1}{2}\right)\left(\frac{n-1}{6}\right) = \frac{n^2-1}{12}$$

प्रश्न 3 निम्नलिखित प्रश्न में दिय गए आँकड़ों के लिए माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

तीन के प्रथम 10 गुणज।

उत्तर-



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| $x_i$ | $x_1^2$ |
|---|---|
| 3 | 9 |
| 6 | 36 |
| 9 | 81 |
| 12 | 144 |
| 15 | 225 |
| 18 | 324 |
| 21 | 441 |
| 24 | 576 |
| 27 | 729 |
| 30 | 900 |
| $\sum x_i = 165$ | $\sum x_1^2 = 3465$ |

माध्य $x_i = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{165}{10} = 16.5$

प्रसरण $= \frac{\sum x_1^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 = \frac{3465}{10} - \left(\frac{165}{10}\right)^2$

$= 346.5 - (16.5)^2 = 346.5 - 272.25 = 74.25$

प्रश्न 4 निम्नलिखित प्रश्न में दिय गए आँकड़ों के लिए माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

| $x_i$ | 6 | 10 | 14 | 18 | 24 | 28 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 2 | 4 | 7 | 12 | 8 | 4 | 3 |

उत्तर-

| $x_i$ | $f_i$ | $x_1^2$ | $f_i x_i$ | $f_i x_1^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 6 | 2 | 36 | 12 | 72 |
| 10 | 4 | 100 | 40 | 400 |
| 14 | 7 | 196 | 98 | 1372 |
| 18 | 12 | 324 | 216 | 3888 |
| 24 | 8 | 576 | 192 | 608 |
| 28 | 4 | 784 | 112 | 3136 |
| 30 | 3 | 900 | 90 | 2700 |
| $\sum x_i = 130$ | $\sum f_i = 40$ | | $\sum f_i x_i = 760$ | $\sum f_i x_i^2 = 16176$ |

SHIVOM CLASSES 8696608541

$$\text{माध्य} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{760}{40} = 19$$

$$\text{प्रसरण} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2 = \frac{16176}{40} - \left(\frac{760}{40}\right)^2$$

$$= 404.4 - (19)^2 = 404.4 - 361 = 43.4$$

प्रश्न 5 निम्नलिखित प्रश्न में दिय गए आँकड़ों के लिए माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

| $x_i$ | 92 | 93 | 97 | 98 | 102 | 104 | 109 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 3 | 2 | 3 | 2 | 6 | 3 | 3 |

उत्तर-

| $x_i$ | $f_i$ | $x_1^2$ | $f_i x_i$ | $f_i x_1^2$ |
|---|---|---|---|---|
| 92 | 3 | 8464 | 276 | 25392 |
| 93 | 2 | 8649 | 186 | 17298 |
| 97 | 3 | 9409 | 291 | 28227 |
| 98 | 2 | 9604 | 196 | 19208 |
| 102 | 6 | 10404 | 612 | 62424 |
| 104 | 3 | 10816 | 312 | 32448 |
| 109 | 3 | 11881 | 327 | 35643 |
| | $\sum f_i = 22$ | | $\sum f_i x_i = 2200$ | $\sum f_i x_i^2 = 220640$ |

$$\text{माध्य} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2200}{22} = 100$$

$$\text{प्रसरण} = \frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2 = \frac{220640}{22} - (100)^2$$

$$= 10029.09 - 10000$$

$$= 29.09$$

प्रश्न 6 लघु विधि द्वारा माध्य व मानक विचलन ज्ञात कीजिए।



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| $x_i$ | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f_i$ | 2 | 1 | 12 | 29 | 25 | 12 | 10 | 4 | 5 |

उत्तर-

| $x_i$ | बारंबारता $f_i$ | मध्य से विचलन $d_i = x_i - A, A = 64$ | $d_i^2$ | $f_i d_i$ | $f_i d_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 2 | -4 | 16 | -8 | 32 |
| 61 | 1 | -3 | 9 | -3 | 9 |
| 62 | 12 | -2 | 4 | -24 | 48 |
| 63 | 29 | -1 | 1 | -29 | 29 |
| 64 | 25 | 0 | 0 | 00 | 00 |
| 65 | 12 | 1 | 1 | 12 | 12 |
| 66 | 10 | 2 | 4 | 20 | 40 |
| 67 | 4 | 3 | 9 | 12 | 36 |
| 68 | 5 | 4 | 16 | 20 | 80 |
| कुल | $\sum f_i = 100$ | $\sum d_i = 0$ | | $\sum f_i d_i = 0$ | $\sum f_i d_i^2 = 286$ |

$$\text{माध्य} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = 64 + \frac{0}{100} = 64$$

$$\text{मानक विचलन } \alpha = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{286}{100} - \left(\frac{0}{100}\right)^2} = \sqrt{2.86} = 1.69$$

प्रश्न 7 निम्नलिखित प्रश्न में दिए गए बारंबारता बंटन के लिए माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

| **वर्ग** | 0-30 | 30-60 | 60-90 | 90-120 | 120-150 | 150-180 | 180-210 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **बारंबारता** | 2 | 3 | 5 | 10 | 3 | 5 | 2 |

उत्तर-



SHIVOM CLASSES 8696608541
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| वर्ग | बारंबारता $f_i$ | मध्यबिंदु $x_i$ | मध्य से विचलन $d_i = \frac{x_i - A}{h}$, $A = 105, h = 300$ | $d_1^2$ | $f_i d_i$ | $f_i d_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-30 | 2 | -4 | 16 | -8 | 32 | |
| 30-60 | 1 | -3 | 9 | -3 | 9 | |
| 60-90 | 12 | -2 | 4 | -24 | 48 | |
| 90-120 | 29 | -1 | 1 | -29 | 29 | |
| 120-150 | 25 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 150-180 | 12 | 1 | 1 | 12 | 12 | |
| 180-210 | 5 | 4 | 16 | 20 | 80 | |
| | $\sum f_i = 30$ | $\sum d_i = 0$ | | | $\sum f_i d_i = 2$ | $\sum f_i d_i^2 = 76$ |

$$\text{माध्य} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h$$

$$= 150 + \frac{2}{30} \times 30$$

$$= 105 + 2 = 107$$

$$\text{प्रसरण} \left[ \frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} - \left( \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \right)^2 \right] \times h^2 = \left[ \frac{76}{30} - \left( \frac{2}{30} \right)^2 \right] \times (30)^2$$

$$= \left( \frac{76}{30} - \frac{4}{30 \times 30} \right) \times 900 = \left( \frac{76 \times 30 - 4}{900} \right) \times 900$$

$$= \left( \frac{2280 - 4}{900} \right) \times 900 = \frac{2276}{900} \times 900 = 2276$$

प्रश्न 8 निम्नलिखित प्रश्न में दिए गए बारंबारता बंटन के लिए माध्य व प्रसरण ज्ञात कीजिए।

| **वर्ग** | 0-10 | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 |
|---|---|---|---|---|---|
| **बारंबारता** | 5 | 8 | 15 | 16 | 6 |

उत्तर-

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| वर्ग | बारंबारता $f_i$ | मध्यबिंदु $x_i$ | मध्य से विचलन $d_i = \frac{x_i - 25}{10}$ | $d_1^2$ | $f_i d_i$ | $f_i d_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0-10 | 5 | 5 | -2 | 4 | -10 | 20 |
| 10-20 | 8 | 15 | -1 | 1 | -8 | 8 |
| 20-30 | 15 | 25 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 30-0 | 16 | 35 | 1 | 1 | 16 | 16 |
| 40-50 | 6 | 45 | 2 | 4 | 12 | 24 |
| | $\sum f_i = 50$ | | | | $\sum f_i d_i = 10$ | $\sum f_i d_i^2 = 68$ |

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h = 25 + \frac{10}{50} \times 10$$

$$= 25 + \frac{100}{50} = 25 + 2 = 27$$

$$\text{प्रसरण } \left[\frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right)^2\right] \times h^2$$

$$= \left[\frac{68}{50} - \left(\frac{10}{50}\right)^2\right] \times (10)^2 \frac{(68 \times 50 - 100)}{50 \times 50} \times 100$$

$$= \left(\frac{3400 - 100}{50}\right) \times 2 = \frac{3300 \times 2}{50} = \frac{6600}{50} = 132$$

प्रश्न 9 लघु विधि द्वारा माध्य, प्रसरण व मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

| उचाई (सेमि में) | बच्चो की सख्या |
|---|---|
| 70-75 | 3 |
| 75-80 | 4 |
| 80-85 | 7 |
| 85-90 | 7 |
| 90-95 | 15 |
| 95-100 | 9 |
| 100-105 | 6 |
| 105-110 | 6 |
| 110-115 | 3 |



SHIVOM CLASSES 8696608541

उत्तर-

| वर्ग | बारंबारता $f_i$ | मध्यबिंदु $x_i$ | मध्य से विचलन $d_i = \frac{x_i - 92.5}{5}$ | $d_1^2$ | $f_i d_i$ | $f_i d_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 70-75 | 3 | 72.5 | -4 | 16 | -12 | 48 |
| 75-80 | 4 | 77.5 | -3 | 9 | -12 | 36 |
| 80-85 | 7 | 82.5 | -2 | 4 | -14 | 28 |
| 85-90 | 7 | 87.5 | -1 | 1 | -7 | 7 |
| 90-95 | 15 | 92.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 95-100 | 9 | 97.5 | 1 | 1 | 9 | 9 |
| 100-105 | 6 | 102.5 | 2 | 4 | 12 | 24 |
| 105-110 | 6 | 107.5 | 3 | 9 | 18 | 54 |
| 110-115 | 3 | 112.5 | 4 | 16 | 12 | 48 |
| | $\sum f_i = 60$ | | | | $\sum f_i d_i = 6$ | $\sum f_i d_i^2 = 254$ |

माना कल्पित माध्य $A = 92.5,\ h = 5$

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h = 92.5 + \frac{6}{60} \times 5$$

$$= 92.5 + \frac{30}{60} = 92.5 + 0.5 = 93$$

$$\text{प्रसरण} = \left[\frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right)^2\right] \times h^2$$

$$= \left[\frac{254}{60} - \left(\frac{6}{60}\right)^2\right] \times (5)^2$$

$$= \left[\frac{254 \times 60 - 36}{60 \times 60} \times 25 = \frac{(15240 - 36)}{60 \times 12}\right] \times 5$$

$$= \frac{15204 \times 5}{720} = 105.58$$

मानक विचलन

$$\text{मानक विचलन } \sigma = \sqrt{\text{प्रसरण}}$$

$$= \sqrt{105.58} = 10.27$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 10 एक डिजाइन में बनाए गए वृत्तों के व्यास (मिमी में) नीचे दिए गए हैं।

| व्यास (सेमि में) | 33-36 | 37-40 | 41-44 | 45-48 | 49-52 |
|---|---|---|---|---|---|
| व्रतो की संख्या | 15 | 17 | 21 | 22 | 25 |

उत्तर-

| वर्ग | बारंबारता $f_i$ | मध्यबिंदु $x_i$ | मध्य से विचलन $d_i = \frac{x_i - 92.5}{5}$ | $d_1^2$ | $f_i d_i$ | $f_i d_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 32.5-36.5 | 15 | 34.5 | -2 | 4 | -30 | 60 |
| 36.5-40.5 | 17 | 38.5 | -1 | 1 | -17 | 17 |
| 40.5-44.5 | 21 | 42.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 44.5-48.5 | 22 | 46.5 | 1 | 1 | 22 | 22 |
| 48.5-52.5 | 25 | 50.5 | 2 | 4 | 50 | 100 |
| | $\sum f_i = 100$ | | | | $\sum f_i d_i = 25$ | $\sum f_i d_i^2 = 199$ |

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h = 42.5 + \frac{25}{100} \times 4$$

$$= 42.5 + 1 = 43.5$$

$$\text{मानक विचलन} = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right)^2} \times h^2 = \sqrt{\frac{199}{100} - \left(\frac{25}{100}\right)^2} \times 4$$

$$\sqrt{\frac{199 \times 100 - 625}{100 \times 100}} \times 4 = \frac{4}{100}\sqrt{19900 - 625}$$

$$= \left[\frac{254 \times 60 - 36}{60 \times 60} \times 25 = \frac{(15240 - 36)}{60 \times 12}\right] \times 5$$

$$= \frac{1}{25} \times \sqrt{19275} = \frac{138.830}{25} = 5.55$$

## प्रश्नावली 15.3 (पृष्ठ संख्या 396-397)

प्रश्न 1 निम्नलिखित आँकड़ों से बताइए कि A या B में से किसमें अधिक बिखराव है।

| अंक | 10-20 | 20-30 | 30-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| समहू A | 9 | 17 | 32 | 33 | 40 | 10 | 9 |
| समहू B | 10 | 20 | 30 | 25 | 43 | 15 | 7 |



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उत्तर- समहू A के लिए,

| वर्ग | $f_i$ | $x_i$ | $d_i = \frac{x_i - 45}{10}$ | $d_i^2$ | $f_i d_i$ | $f_i d_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10-20 | 9 | 15 | -3 | 9 | -27 | 81 |
| 20-30 | 17 | 25 | -2 | 4 | -34 | 68 |
| 30-40 | 32 | 35 | -1 | 1 | -32 | 32 |
| 40-50 | 33 | 45 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 50-60 | 40 | 55 | 1 | 1 | 40 | 40 |
| 60-70 | 10 | 65 | 2 | 4 | 20 | 40 |
| 70-80 | 9 | 75 | 3 | 9 | 27 | 81 |
| | $\sum f_i = 150$ | | | | $\sum f_i d_i = -6$ | $\sum f_i d_i^2 = 342$ |

माध्य $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h = 45 - \frac{60}{150} = 45 - 0.4 = 44.6$

मानक विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d^2 i}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right)^2} \times h = \sqrt{\frac{342}{150} - \left(-\frac{6}{150}\right)^2} \times 10$

$= \sqrt{\frac{342 \times 150 - 36}{150 \times 150}} \times 10 = \frac{10}{150}\sqrt{51300 - 36}$

$= \frac{1}{15} \times \sqrt{51264} = \frac{226.42}{15} = 15.09$

$\therefore$ समूह A का विचरण गुणांक $A = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{15.09}{44.6} \times 100 = \frac{1509}{44.6} = 33.83$

समूह B के लिए,

| वर्ग | $f_i$ | $x_i$ | $d_i = \frac{x_i - 45}{10}$ | $d_i^2$ | $f_i d_i$ | $f_i d_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10-20 | 10 | 15 | -3 | 9 | -30 | 90 |
| 20-30 | 20 | 25 | -2 | 4 | -40 | 80 |
| 30-40 | 30 | 35 | -1 | 1 | -30 | 30 |
| 40-50 | 25 | 45 | 0 | 0 | 00 | 00 |
| 50-60 | 43 | 55 | 1 | 1 | 43 | 43 |
| 60-70 | 15 | 65 | 2 | 4 | 30 | 60 |
| 70-80 | 7 | 75 | 3 | 9 | 21 | 83 |
| | $\sum f_i = 150$ | | | | $\sum f_i d_i = -6$ | $\sum f_i d_i^2 = 366$ |

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

माध्य $\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} \times h = 45 + \frac{(-6)}{150} \times 10$

$= 45 - \frac{60}{150} = 45 - 0.4 = 44.6$

मानक विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right)^2} \times h$

मानक विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i d_i^2}{\sum f_i} \left(\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right)^2} \times h$

$= \sqrt{\frac{366}{150} - \left(\frac{-6}{150}\right)^2} \times 10 = \sqrt{\frac{366 \times 150 - 36}{150 \times 150}} \times 10$

$= \frac{10}{150}\sqrt{54900 - 36}$

$= \frac{1}{15} \times \sqrt{54864} = \frac{234.23}{15} = 15.61$

समूह B का विचरण गुणांक $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{15.61}{44.6} \times 100 = \frac{1561}{44.6} = 35$

समूह B का विचरण गुणांक समूह A के विचरण गुणांक से अधिक है। अतः समूह B में अंकों का बिखराव सूमह A के अंकों से अधिक है।

प्रश्न 2 शेयरों x और y के दिय गए मूल्यों से बताईए की किस के मूल्यों में अधिक स्तिरता है।

| x | 35 | 54 | 52 | 53 | 56 | 58 | 52 | 50 | 51 | 49 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| y | 108 | 107 | 105 | 105 | 106 | 107 | 104 | 103 | 104 | 101 |

उत्तर-

SHIVOM CLASSES 8696608541

| | शेयर x के लिए | | | शेयर y के लिए | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | $d_i = x - A$ | $d_i^2$ | $y$ | $d_2 = y - A$ | $d_2^2$ |
| 35 | -17 | 289 | 108 | 3 | 9 |
| 54 | 2 | 4 | 107 | 2 | 4 |
| 52 | 0 | 0 | 105 | 0 | 0 |
| 53 | 1 | 1 | 105 | 0 | 0 |
| 56 | 4 | 16 | 106 | 1 | 1 |
| 58 | 6 | 36 | 107 | 2 | 4 |
| 52 | 0 | 0 | 104 | -1 | 1 |
| 50 | -2 | 4 | 103 | -2 | 4 |
| 51 | -1 | 1 | 104 | -1 | 1 |
| 49 | -3 | 9 | 101 | -4 | 16 |
| | $\sum d_i = -10$ | $\sum d_i^2 = 360$ | | $\sum d_2 = 0$ | $\sum d_2^2 = 40$ |

जहाँ, A = कल्पित माध्य शेयर x के लिए,

माध्य $\bar{x} = A + \frac{\sum d_i}{n} = 52 - 1 = 51$

मानक विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n} - \left(\frac{\sum d_i}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{360}{10} - \left(\frac{-10}{10}\right)^2} = \sqrt{36 - 1}$

$= \sqrt{35} = 5.92$

शेयर x के लिए विचलन गुणांक $= \frac{\sigma}{x} \times 100 = \frac{5.92}{51} \times 100 = \frac{592}{51} = 11.60$

शेयर y के लिए विचलन गुणांक $\bar{y} = A + \frac{\sum d_2}{n} = 105 + \frac{0}{10} = 105$

मानक विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\sum d_2^2}{n} - \left(\frac{\sum d_2}{n}\right)^2} = \sqrt{\frac{40}{10}} - 0 = \sqrt{4} = 2$

विचरण गुणांक y शेयर में x शेयर की तुलना में कम है। अतः शेयर y में, शेयर x की तुलना में अधिक स्थिरता है।

प्रश्न 3 एक कारखाने की दो फर्मों A और B के कर्मचारियों को दिए मासिक वेतन के विश्लेषण का निम्नलिखित परिणाम है।

| | फर्म A | फर्म B |
|---|---|---|



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

| | | |
|---|---|---|
| वेतन पाने वाले कर्मचारियों की संख्या | 586 | 648 |
| मासिक वेतनो का माध्य | 5253 | 5253 |
| वेतनो का प्रसरण | 100 | 121 |

(i) A और B में से कौन सी फर्म अपने कर्मचारियों को वेतन के रूप में अधिक राशि देती है?

(ii) व्यक्तिगत वेतनों में किस फर्म A या B में अधिक विचरण है?

उत्तर- हल फर्म A के लिए, वेतन पाने वाले कर्मचारियों की संख्या = 586

मासिक वेतनों का माध्य $= \bar{x} =$ ₹ 5253

फर्म द्वारा भुगतान की गई राशि = 586 × 5253 = 13078258 ...(1)

कर्मचारियों के बंटन का प्रसरण = 100

मानक विचलन $\sigma = \sqrt{100} = 10$

विचरण गुणांक $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{10}{5253} \times 100 = 0.19$ ... (2)

फर्म B के लिए,

वेतन पाने वाले कर्मचारियों की संख्या = 648

मासिक वेतनों का माध्य = ₹ 5253

फर्म Bद्वारा भुगतान की गई राशि = 648 × 5253 = 13403944 ...(3)

कर्मचारियों के बंटन का प्रसरण = 121

मानक विचलन $= \sqrt{121} = 11$

विचरण गुणांक $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{11}{5253} \times 100 = \frac{1100}{5253} = 0.21$ ... (4)

समी (i) तथा (ii)से,



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

फर्म A द्वारा कर्मचारियों को मासिक भुगतान की गई राशि = ₹ 3078258

फर्म B द्वारा कर्मचारियों को मासिक भुगतान की गई राशि = ₹ 3403944

अतः फर्म Bअपने कर्मचारियों को वेतन के रूप में अधिक राशि देता है।

समी (ii) तथा (iv) से,

चूँकि फर्म B का विचरण गुणांक फर्म A के विचरण गुणांक से अधिक है, इसलिए व्यक्तिगत वेतनों में फर्म B में अधिक विचरण है।

प्रश्न 4 टीम A द्वारा एक सत्र में खेले गए फुटबॉल मेचो के आँकड़े निचे दिए गए है।

| किए गए गोलों की संख्या | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| मेचो की संख्या | 1 | 9 | 7 | 5 | 3 |

टीम B द्वारा खेले गए मैचों में बनाए गए गोलों का माध्य 2 प्रति मैच और गोलों का मानक विचलन 1.25 था। किस टीम को अधिक संगत (consistent) समझा जाना चाहिए?

उत्तर-

| किए गए गोलों की संख्या | मेचो की संख्या | $x_i^2$ | $f_i x_i$ | $f_i x_i^2$ |
|---|---|---|---|---|
| $x_i$ | $f_i$ | | | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 9 | 1 | 9 | 9 |
| 2 | 7 | 4 | 14 | 28 |
| 3 | 5 | 9 | 15 | 45 |
| 4 | 3 | 16 | 12 | 48 |
| | $\sum f_i = 25$ | | $\sum f_i x_i = 50$ | $\sum f_i x_i^2 = 130$ |

$$\text{माध्य } \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{50}{25} = 2$$

$$\text{मानक विचलन } \sigma = \sqrt{\frac{\sum f_i^2}{\sum f_i} - \left(\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right)^2}$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$= \sqrt{\frac{130}{25} - \left(\frac{50}{25}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{130}{25} - 4}$$

$$= \sqrt{\frac{130-100}{25}} = \sqrt{\frac{30}{25}}$$

$$= \frac{1}{5}\sqrt{30} = \frac{5.48}{5} = 1.096$$

टीम A का विचलन गुणांक $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1.096}{2} \times 100 = \frac{109.6}{2} = 54.8$

टीम B के लिए,

दिया है $\bar{x} = 2$ तथा $\sigma = 1.25$

$\therefore$ टीम B का विचलन गुणांक $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{1.25}{2} \times 100 = \frac{125}{2} = 62.5$

टीम A का विचलन गुणांक 54.8 < टीम B का विचलन गुणांक 62.5 अतः टीम A अधिक संगत है।

प्रश्न 5 पचास वनस्पति उत्पादों की लंबाई x (सेमी में) और भार y (ग्राम में) के योग और वर्गों के योग नीचे दिए गए हैं।

$$\sum_{i=1}^{50} x_i = 212, \sum_{i=1}^{50} x_i^2 = 902.8$$

$$\sum_{i=1}^{50} = 261, \sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 1457.6$$

लंबाई या भार में किसमें अधिक विचरण है?

उत्तर- लंबाई के लिए-



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{212}{50} = 4.24$$

मानव विचलन $(\sigma) = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{902.8}{50} - \left(\frac{212}{50}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{902.8 \times 50.(212)^2}{50 \times 50}} = \frac{1}{50}\sqrt{45140 - 44944}$$

$$= \frac{1}{50}\sqrt{196} = \frac{14}{50} = \frac{7}{25} = 0.28$$

$\therefore$ लंबाई का विचलन गुणांक $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100 = \frac{0.28}{4.24} \times 100 = 6.604$

भार के लिए,

माध्य $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{261}{50} = 5.22$

मानक विचलन $(\sigma) = \sqrt{\frac{\sum y_i}{n} - \left(\frac{\sum y_i}{n}\right)^2}$

$$= \sqrt{\frac{1457.6 \times 50 - (261)^2}{50 \times 50}}$$

$$= \frac{1}{40}\sqrt{72880 - 68121}$$

$$= \frac{1}{50}\sqrt{4759} = \frac{1}{50} \times 68.98 = 1.37$$

$\therefore$ भार का विचलण गुणांक $= \frac{\sigma}{\bar{y}} \times 100 = \frac{1.37}{5.22} \times 100 = \frac{137}{5.22} = 26.24$

चुकी भार का विचलण गुणांक (26.24) > लम्बाई काविचरण गुणांक (6.6) इसलिए भार में अधिक विचरण है।

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

# विविध प्रश्नावली (पृष्ठ संख्या 401)

प्रश्न 1 आठ प्रेक्षणों का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 9 और 9.25 है। यदि इनमें से छः प्रेक्षण 6, 7, 10, 12, 12, और 13 हैं, तो शेष दो प्रेक्षण ज्ञात कीजिए।

उत्तर- मान लीजिए वे दो संख्याएँ a और b हैं।

दिया है:

⇒ सभी प्रेक्षणो का योग = 9 × 8

⇒ 6 + 7 + 10 + 12 + 12 + 13 + a + b =72

⇒ 60 + a + b = 72

⇒ a + b = 72 − 60 ...(1)

⇒ a + b = 12

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 \text{ या } \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$\Rightarrow 9.25 = \frac{36+49+100+144+144+169+a^2+b^2}{8} - (9)^2$$

$$\Rightarrow 9.25 = \frac{642+a^2+b^2}{8} - 81$$

$$\Rightarrow 90.25 \times 8 = 642 + a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 722 - 642$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 80 \ldots (2)$$

समीकरण (1) से b = 12 - a समीकरण (2) में रखने पर,



SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$a^2 + (12 - a)^2 = 80$

$\Rightarrow a^2 + 144 + a^2 - 24a = 80$

$\Rightarrow 2a^2 - 24a + 144 - 80 = 0$

$\Rightarrow 2a^2 - 24a + 64 = 0$

$\Rightarrow a^2 - 12a + 32 = 0$

$\Rightarrow a^2 - 8a - 4a + 32 = 0$

$\Rightarrow a(a - 8) - 4(a - 8) = 0$

$\Rightarrow (a - 4)(a - 8) = 0$

$\Rightarrow a = 4$ या $a = 8$

समीकरण (1) से, b = 8 या b = 4

अतः प्रेक्षण 4 तथा 8 है।

प्रश्न 2 सात प्रेक्षणों का माध्य तथा प्रसरण क्रमशः 8 और 16 हैं। यदि इनमें से पाँच प्रेक्षण 2, 4, 10, 12, 14 हैं तो शेष दो प्रेक्षण ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना कि वे दो प्रेक्षणो a और b हैं।

दिया है:

$\bar{x} = 8$ और $\sigma^2 = 16$

$\Rightarrow \bar{x} = 8$

$\Rightarrow 42 + a + b = 56$

$\Rightarrow \frac{2+4+10+12+14+a+b}{7} = 8$

$\Rightarrow 42 + a + b = 56$



SHIVOM CLASSES 8696608541

$$\Rightarrow a + b = 14 \ldots (1)$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{4+16+100+144+196+a^2+b^2}{n} - (8)^2$$

$$\Rightarrow 16 + 64 = \frac{460+a^2+b^2}{7}$$

$$\Rightarrow 7 \times (80) = 460 + a^2 + b^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 560 - 460$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 100 \ldots (2)$$

अब समीकरण (1) से b = 14 - a समीकरण (2) में रखने पर,

$$a^2 + (14 - a)^2 = 100$$

$$\Rightarrow a^2 + 196 + a^2 - 28a = 100$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 28a + 196 - 100 = 0$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 28a + 96 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 14a + 48 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a - 6a + 48 = 0$$

$$\Rightarrow a(a - 8) - 6(a - 8) = 0$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$\Rightarrow (a-6)(a-8)=0$$

$$\Rightarrow a = 6 \text{ या } 8$$

अतः प्रेक्षण 6 तथा 8 है।

प्रश्न 3 छः प्रेक्षणों का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 8 तथा 4 हैं। यदि प्रत्येक प्रेक्षण को 3 से गुणा कर दिया जाए तो परिणामी प्रेक्षणों का माध्य व मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना कि वे दो प्रेक्षण निम्न है $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$

$$\text{माध्य } \bar{x} = 8$$

$$= \frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6}{6} = 8$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 48$$

अब यदि प्रत्येक प्रेक्षण को तीन से गुणा कर दिया जाए तब माध्य निम्न होगा है।

$$3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 3x_5 + 3x_6 = 48 \times 3$$

$$\Rightarrow \sum x_i = 144$$

$$\text{अब, नया माध्य } \bar{x} = \frac{144}{6} = 24$$

$$\text{दिया है प्रसरण} = 4^2$$

$$\frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{6} - (8)^2 = 4^2$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$\Rightarrow \frac{\sum x^2}{6} = 16 + 64$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = 80 \times 6$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = 480 \ldots (1)$$

अब नया $\sum x^2 = (3x_1)^2 + (3+x_2)^2 + (3x_3)^2 + (3x_4)^2 + (3x_5)^2 + (3x_6)^2$

$$9(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2)$$

$$= 9 \times 480$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = 4320$$

$\therefore$ नया प्रसरण $= \frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{4320}{6} - (24)^2 = 720 - 576 = 144$

$\therefore$ नया मानक विचलन $= \sqrt{144} = 12$

नोट: माध्य मूल बिंदु एवं पैमाने में परिवर्तन पर निर्भर करता है। मानक विचलन मूलबिंदु परिवर्तन पर निर्भर नहीं करता परंतू यह पैमाने में परिवर्तन करता है।

प्रश्न 4 यदि n प्रेक्षणों x1, x2 ..., xn का माध्य x तथा प्रसरण $\sigma^2$ है तो सिद्ध कीजिए कि प्रेक्षणों ax1, ax2, ax3, ..., axn का माध्य और प्रसरण क्रमशः $\overline{ax}$ तथा $a^2\sigma^2 (a \neq 0)$ है।

उत्तर-

$ax_1, ax_2, \ldots, ax_n$ का माध्य $= \frac{ax_1 + ax_2 + \ldots. + ax_n}{n}$

$$= a\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}\right)$$

$$a\bar{x}\left(\because \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - a\bar{x})^2}{n}\right)$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$ax_1, ax_2, \ldots, ax_n \text{ का प्रसरण } = \frac{\sum(ax_i - a\bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(ax_1 - a\bar{x})^2 + (ax_2 - a\bar{x})^2 + \ldots + (ax_n - a\bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{[a^2(x_1 - \bar{x})^2 + (x_n - \bar{x})^2 + \ldots + (x_n - \bar{x})^2]}{n}$$

$$= a^2 \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n} = a^2\sigma^2 \left[\because \sigma = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}\right]$$

प्रश्न 5

(i) बीस प्रेक्षणों का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 10 तथा 2 हैं। जांच करने पर यह पाया गया कि प्रेक्षण 8 गलत है। निम्न में से प्रत्येक का सही माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए यदि गलत प्रेक्षण हटा दिया जाए।

(ii) बीस प्रेक्षणों का माध्य तथा मानक विचलन क्रमशः 10 तथा 2 हैं। जांच करने पर यह पाया गया कि प्रेक्षण 8 गलत है। निम्न में से प्रत्येक का सही माध्य तथा मानक विचलन ज्ञात कीजिए यदि उसे 12 से बदल दिया जाए।

उत्तर-

(i)

दिया है, $\bar{x} = 10$ और $\sigma = 2, n = 20$

$$\Rightarrow \frac{\sum x_i}{20} = 10$$

$$\Rightarrow \sum x_i = 20 \times 10$$

$$\Rightarrow \sum x_i = 20 \times 10$$

$$\Rightarrow \sum x_i = 200$$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

यदि प्रेक्षण B हटा दिया जाए, तब

$$\sum x_i = 200 - 8 = 192$$

अब बचे हुए प्रेक्षणो की सख्या = 19

$$\therefore \text{सही माध्य} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{192}{19} = 10.10$$

$$\text{पुनः } \sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\sum x_i^2}{20} - (10)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \sum x_i^2 = (4 + 100) \times 20 = 104 \times 20 = 2080$$

यदि प्रेक्षण 8 हटा दिया जाए, तब

$$\sum x_i^2 = 2080 - 64 = 2016$$

$$\text{अब सही मानक विचलन } \sigma = \sqrt{\frac{2016 \times 19}{19} - \left(\frac{192}{19}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2016 \times 19 - (192)^2}{19 \times 19}}$$

$$= \frac{1}{19}\sqrt{38304 - 36864}$$

$$= \frac{1}{19}\sqrt{1440} = \frac{37.95}{19} = 1.99$$

(ii)

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

दिया है, $\bar{x} = 10\ \sigma = 2, n = 20$

$$\Rightarrow \frac{\sum x}{20} = 10$$

$$\sum x = 200$$

यदि प्रेक्षण 8 को 12 से बदल दिया जाए, तब

$$\sum x = 200 - 8 + 12 = 192 + 12 = 204$$

सही माध्य $= \frac{204}{20} = \frac{102}{10} = 10.2$

पुनः $\sigma = 2 \Rightarrow \sigma^2 = 4$

$$\Rightarrow \frac{\sum x^2}{n} - (\bar{x})^2 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{\sum x^2}{20} - (10)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \sum x^2 = 2080$$

यदि प्रेक्षण 8 को 12 से बदल दिया जाए, तब

$$\sum x^2 = 2080 - (8)^2 + (12)^2$$

$$= 2080 - 64 + 144$$

$$= 2224 - 64$$

$$= 2160$$

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

अब सही मानक विचलन

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{x} - (\bar{x})^2} = \sqrt{\frac{2160}{20} - \left(\frac{204}{20}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{2160 \times 20 - (204)^2}{20 \times 20}} = \frac{1}{20}\sqrt{43200 - 41616}$$

$$= \frac{1}{20}\sqrt{1584} = \frac{39.79}{20} = 1.98$$

प्रश्न 6 एक कक्षा के पचास छात्रों द्वारा तीन विषयों गणित, भौतिक शास्त्र व रसायन शास्त्र में प्राप्तांकों का माध्य व मानक विचलन नीचे दिए गए हैं।

| विषय | गणित | भौतिक | रसायन |
|---|---|---|---|
| माध्य | 42 | 32 | 40.9 |
| मानक विचलन | 12 | 15 | 20 |

किस विषय में सबसे अधिक विचलन है तथा किसमें सबसे कम विचलन है?

उत्तर-

गणित के लिए विचरण गुणांक $= \frac{\sigma}{x} \times 100 = \frac{12}{42} \times 100 = \frac{2}{7} \times 100 = \frac{200}{7} = 28.57 \ldots (1)$

भौतिक के लिए विचरण गुणांक $= \frac{\sigma}{x} \times 100 = \frac{15}{12} \times 100 = \frac{1500}{32} = 46.87 \ldots (2)$

रसायन के लिए विचरण गुणांक $= \frac{\sigma}{x} \times 100 = \frac{20}{40.9} \times 100 = \frac{2000}{40.9} = 48.89 \ldots (3)$

समी (1), (2) तथा (3) से

रसायन का विचरण गुणांक > भौतिक का विचरण गुणांक > गणित विचरण गुणांक

अतः रसायन में सबसे अधिक विचलन है तथा गणित में सबसे कम विचलन है।

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 7 100 प्रेक्षणों का माध्य और मानक विचलन क्रमशः 20 और 3 हैं। बाद में यह पाया गया कि तीन प्रेक्ष 21, 21 तथा 18 गलत थे। यदि गलत प्रेक्षणों को हटा दिया जाए तो माध्य व मानक विचलन ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है $n = 100, \bar{x} = 20, \sigma = 3$

$\because \bar{x} = 20$

$\Rightarrow \frac{\sum x}{100} = 20$

$\Rightarrow \sum_{xi} = 100 \times 20$

$\Rightarrow \sum_{x} = 2000$

यदि गलत प्रेक्षण 21, 21 तथा 18 हटा दिए जाते है, तब सही योग निम्न है

$\sum_{xi} = 2000 - 21 - 21 - 18 = 2000 - 60 = 1940$

शेष 97 प्रेक्षणो का सही माध्य $\bar{x} = \frac{1940}{97} = 20$

पुनः $\sigma = 3$

$\Rightarrow \sqrt{\frac{\sum_{xi^2}}{n} - (\bar{x})^2} = 3$

$\Rightarrow \frac{\sum_{xi^2}}{100} - (20)^2 = 9$

$\Rightarrow \frac{\sum_{xi^2}}{100} = 9 + 400 = 409 \times 100 = 40900$



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

अब सही $\sum_{x^2}$ निम्न है।

$$\sum_{x^2} = 40900 - (21)^2 - (21)^2 - (18)^2$$

$$= 40900 - 441 - 441 - 324$$

$$= 409000 - 1206 = 39694$$

शेष 97 प्रेक्षणो के लिए सही मानक विचलन

$$\sigma\sqrt{\frac{39694}{97} - \left(\frac{1940}{97}\right)^2} = \sqrt{4092 - (20)^2}$$

$$\sqrt{409.2 - 400} = \sqrt{9.2} = 3.03$$

SHIVOM CLASSES 8696608541



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)