

# गणित

## अध्याय-15: प्रायिकता



## प्रायिकता

गणित की वह शाखा, जिसमें घटनाओं के घटित होने की संभावनाओं का संख्यात्मक अध्ययन किया जाता है, वह प्रायिकता कहलाता है। प्रायिकता सिद्धांत के विकास में निम्नलिखित गणितज्ञों का योगदान रहा है।

- जैकाब बरनौली (1654 – 1705)
- डी मायवर (1667 – 1754)
- लाप्लास (1749 – 1827)
- प्वासो (1781 – 1840)
- ए. कॉलमोगोरोव (1703 – 1987)

इस सिद्धांत का जन्म जुआ के खेल से हुआ। इसका प्रयोग इन्जिनीरिंग के विभिन्न क्षेत्रों; जैसे – समुंद्री रास्तों में जहाजों का बर्ताव में होता है।

## यादृच्छिक प्रयोग

वैसा प्रयोग, जिसके परिणाम किसी नियम का पालन न करे, वह यादृच्छिक प्रयोग कहलाता है। जैसे;

किसी पासे को फेंकना एक यादृच्छिक प्रयोग है, क्योंकि इसपर 6 फलक होते हैं, जिस पर क्रमशः 1, 2, 3, 4, 5, 6 अंकित रहते हैं। इसे फेंकने पर कौन सी संख्या आएगा, इसकी कोई निश्चिता नहीं है। उसी प्रकार थैले में रखे विभिन्न रंगों की गोलियों में से एक गोली निकलना यादृच्छिक प्रयोग है।

## प्रायिकता समष्टि

किसी यादृच्छिक प्रयोग से प्राप्त सभी संभव परिणाम को Prayikta समष्टि कहते हैं। इसे प्रतिदर्श समष्टि भी कहा जाता है। इसे प्रायः S से व्यक्त किया जाता है। जैसे;

पासे को फेंकने से बना प्रायिकता समष्टि = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

सिक्के को उछालने से बनी प्रतिदर्श समष्टि =  $\{H, T\}$

2 सिक्के को उछालने से बनी प्रतिदर्श समष्टि =  $\{HH, HT, TH, TT\}$

## प्रायिकता से सम्बंधित महत्वपूर्ण अवधारणा

**घटना बिंदु (Event Point):** प्रतिदर्श समष्टि के प्रत्येक अवयव घटना बिंदु कहलाता है।

**जैसे;**

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , इसमें 1, 2, 3, 4, 5, और 6 घटना बिंदु हैं।

**विविक्त प्रतिदर्श समष्टि:** जिस प्रतिदर्श समष्टि का घटना बिंदु परिमित हो, विविक्त प्रतिदर्श समष्टि कहलाता है।

**घटना (Event):** प्रतिदर्श समष्टि के प्रत्येक उपसमुच्चय को घटना कहते हैं। इसे प्रायः E से व्यक्त किया जाता है।

**जैसे;**

- एक सिक्के की उछाल में  $S = \{H, T\}$
- यदि Head आने की घटना E हो, तो  $E = \{H\} \subseteq S$
- यदि S प्रतिदर्श समष्टि हो, तो किसी घटना E की प्रायिकता  $P(E) = n(E)/n(S)$
- जहाँ  $n(E) =$  समुच्चय E के अवयवों की संख्या
- $n(E) =$  प्रतिदर्श समष्टि S के अवयवों की संख्या

**सरल घटना (Elementary Event):** प्रतिदर्श समष्टि का वह उपसमुच्चय, जिसमें केवल एक अवयव हो, वह सरल घटना कहलाता है।

**असंभव घटना (Impossible Event):** वैसी घटना जिसमें एक भी अवयव नहीं हो, वह असंभव घटना कहलाता है।

**जैसे;** पासे फेंककर H प्राप्त करने की घटना, एक असंभव घटना है। इसे  $\emptyset$  से व्यक्त किया जाता है।

## घटना के सम्बन्ध में प्रायिकता की नियम

### 1. गिनती का योग नियम

यदि E एक घटना है जो घटना E1 या E2 में से किसी एक के घटने से घटित होती है, तो  $n(E) = n(E1) + n(E2)$  को गिनती का योग नियम कहते हैं।

### 2. गिनती का गुणन नियम

यदि E एक घटना है, जो घटना E1 एवं E2 दोनों के एक साथ घटने से घटती है, तो  $n(E) = n(E1) \times n(E2)$

### 3. क्रमचय

यदि E कोई घटना है यह तभी घटित होती है, जब n विभिन्न वस्तुओं में r वस्तुएं सजाई जाती हैं।

$$n(E) = nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

### 4. संचय

घटना E तभी घटित होती है, जब n विभिन्न वस्तुओं में से r वस्तुएं चुनी जाती हैं।

$$n(E) = nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

### 5. प्रायिकता का सूत्र

यदि E = घटना और S प्रतिदर्श समष्टि, तो

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

अर्थात्, प्रायिकता = संभावित परिणामों की संख्या / कुल परिणामों की संख्या

जहाँ  $n(E)$  = E के अवयवों की संख्या और  $n(S)$  प्रतिदर्श समष्टि के अवयवों की संख्या है।

## ताश से सम्बंधित महत्वपूर्ण तथ्य

- ताश की एक गद्दी में कुल पत्तों की संख्या 52 होती है।
- एक गद्दी में 26 लाल और 26 काले रंग के पत्ते होते हैं।

- 26 लाल रंग के पत्तों में 13 लाल पान और 13 ईट के पत्ते होते हैं.
- 26 काले रंग के पत्तों में 13 काला पान और 13 चिड़िया के पत्ते होते हैं.
- ताश की गद्दी में कुल चार इक्के, प्रकार चार बादशाह, चार बेगम एवं चार गुलाम होते हैं.
- एक गद्दी में कुछ फेस कार्ड की संख्या 12 होती है.

## प्रायिकता से संबंधित महत्वपूर्ण फार्मूला

1.  $P(A) + P(A') = 1$ , जहाँ A कोई घटना है तथा A' इसकी पूरक घटना है.
2. घटना के अनुकूल संयोगानुपात  $E = P(E) : P(E')$
3. घटना के प्रतिकूल संयोगानुपात  $E = P(E') : P(E)$
4. यदि घटना के अनुकूल संयोगानुपात =  $a : b$  तो  $P(E) = \frac{a}{a + b}$
5. यदि घटना E का प्रतिकूल संयोगानुपात =  $a : b$  तो  $P(E) = \frac{b}{a + b}$
6.  $P(E) + P(E') = 1$
7. यदि किसी प्रतिदर्श समष्टि S में A, B तथा C तीन घटनाएं हो, तो
 
$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(B \cap C) - P(A \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Prayikta प्रतियोगिता एग्जाम के लिए सर्वाधिक महत्वपूर्ण होता है. एग्जाम फार्मूला एवं ट्रिक्स का उपयोग करना बहुत आवश्यक होता है. इसलिए, यहाँ Prayikta सम्बंधित सभी आवश्यक फार्मूला का विवरण दिया गया है जो सरलता से प्रश्न हल करने में मदद करता है.

1. एक क्रिकेट मैच में, एक महिला बल्लेबाज खेली गई 30 गेंदों में 6 बार चौका मारती है। चौका न मारे जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

**हल:**

बल्लेबाज द्वारा खेली गई गेंदों की संख्या = 30

गेंदों की संख्या जिन पर चौका मारा = 6

गेंदों की संख्या जिन पर चौका नहीं लगा =  $30 - 6 = 24$

P (चौका नहीं लगेगा)।

= गेंदों की संख्या जिन पर चौका नहीं लगा/उसके द्वारा खेरी गई गेंदों की कुल संख्या

$$= \frac{24}{30}$$

$$= \frac{4}{5}$$

2. बच्चों वाले 1500 परिवारों का यादृच्छया चयन किया गया है। और निम्नलिखित आंकड़े लिख लिए गए हैं :

परिवार में लड़कियों की संख्या	परिवारों की संख्या
2	475
1	814
0	211

एक परिवार यादृच्छया चुना गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि उसमें

(i) दो लड़कियाँ हों (ii) एक लड़की हो (iii) कोई लड़की न हो।

साथ ही, यह भी जाँच कीजिए कि इन प्रायिकताओं का योगफल 1 है। या नहीं।

हल:

1) परिवारों की कुल संख्या = 1500

2 लड़कियों वाले परिवारों की संख्या = 475

P (दो लड़कियां)

= 2 लड़कियों वाले परिवारों की संख्या/परिवारों की कुल संख्या

$$= \frac{475}{1500} = \frac{19}{60}$$

2) 1 लड़की वाले परिवारों की संख्या = 814

$\therefore P(1 \text{ लड़की})$

= 1 लड़की वाले परिवारों की संख्या/परिवारों की कुल संख्या

$$= \frac{814}{1500} = \frac{407}{750}$$

3) परिवारों की संख्या जिनकी कोई लड़की नहीं है।

= 211

$\therefore P(\text{कोई लड़की नहीं})$

= परिवारों की संख्या जिनकी कोई लड़की नहीं है।/परिवारों की कुल संख्या

$$= \frac{211}{1500}$$

**जाँच :**

प्रायिकताओं का योग

अतः सभी तीन प्रायिकताओं का योगफल 1 है।

$$= \frac{19}{60} + \frac{407}{750} + \frac{211}{1500} = \frac{475 + 814 + 211}{1500}$$

$$= \frac{1500}{1500} = 1$$

अतः सभी तीन प्रायिकताओं का योगफल 1 है।

3. तीन सिक्कों को एक साथ 200 बार उछाला गया है तथा इनमें विभिन्न परिणामों की बारंबारताएँ ये हैं :

परिणाम	बारंबारता
--------	-----------

3 चित	23
2 चित	72
1 चित	77
कोई भी चित नहीं	28

यदि तीनों सिक्कों को पुनः एक साथ उछाला जाए, तो दो चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

**हल:**

तीन सिक्कों को एक साथ जितनी बार उछाला गया = 200

2 चित आने की बारंबारता = 72

2 चित आने की प्रायिकता अर्थात् P (2 चित)

= 2 चित आने की बारंबारता/तीन सिक्कों को एक साथ जितनी बार उछाला गया

$$= \frac{72}{200} = \frac{9}{25}$$

4. एक कंपनी ने यादृच्छ्या 2400 परिवार चुनकर एक घर की आय, स्तर और वाहनों की संख्या के बीच संबंध स्थापित करने के लिए उनका सर्वेक्षण किया। एकत्रित किए गए आंकड़े आगे सारणी में दिए गए हैं।

प्रति परिवार वाहनों की संख्या

मासिक आय (₹ में)	0	1	2	2 से अधिक
7000 से कम	10	160	25	0
7000-10000	0	305	27	2
10000-13000	1	535	29	1
13000-16000	2	469	59	25
16000 या इससे अधिक	1	579	82	88

मान लीजिए एक परिवार चुना गया है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गए परिवार :

1) की आय ₹ 10000-13000 प्रति माह है और उसके पास ठीक-ठीक दो वाहन हैं।



- 2) की आय प्रति माह में ₹ 16000 या इससे अधिक है और उसके पास ठीक 1 वाहन है।
- 3) की आय ₹ 7000 प्रति माह से कम है और उसके पास कोई वाहन नहीं है।
- 4) की आय ₹ 13000-16000 प्रति माह है और उसके पास 2 से अधिक वाहन हैं।
- 5) जिसके पास 1 से अधिक वाहन नहीं है।

हल:

कंपनी द्वारा सर्वेक्षण किए गए परिवारों की कुल संख्या = 2400

- 1) ₹ 10,000 – ₹ 13000 प्रति माह आय वाले और ठीक-ठाक दो वाहन रखने वाले परिवारों की संख्या = 29

∴ P(₹ 10,000 – ₹ 13000 प्रति माह आय और ठीक-ठीक दो वाहन)

$$= \frac{29}{2400}$$

- 2) ₹ 16000 या अधिक प्रति माह आय वाले और ठीक 1 वाहन रखने वाले परिवारों की संख्या = 579

∴ P(₹ 16000 या इससे अधिक प्रतिमाह आय और ठीक 1 वाहन)

$$= \frac{579}{2400}$$

- 3) ₹ 7000 प्रतिमाह से कम और कोई वाहन न रखने वाले परिवारों की संख्या = 10

∴ P (₹ 7000 से कम और कोई वाहन न रखने वाला परिवार)

$$= \frac{10}{2400}$$

$$= \frac{1}{240}$$

- 4) ₹ 13000 – 16000 प्रति माह आय वाले और 2 से अधिक वाहन रखने वाले परिवारों की संख्या = 25

∴ P (₹ 13000 – 16000 आय और 2 से अधिक वाहन रखने वाले)

$$= \frac{25}{2400} = \frac{1}{96}$$

5) परिवारों की संख्या जिसके पास 1 से अधिक वाहन नहीं हैं।

= कोई वाहन न रखने वाले परिवारों की संख्या + केवल 1 वाहन रखने वाले परिवारों की संख्या

$$= (10 + 0 + 1 + 2 + 1) + (160 + 305 + 535 + 469 + 579)$$

$$= 14 + 2048$$

$$= 2062$$

∴ P (एक परिवार जिसके पास 1 से अधिक वाहन नहीं हैं।

$$= \frac{2062}{2400}$$

$$= \frac{1031}{1200}$$

5. सांख्यिकी के बारे में विद्यार्थियों का मत जानने के लिए 200 विद्यार्थियों का सर्वेक्षण किया गया। प्राप्त आँकड़ों को नीचे दी गई सारणी में लिख लिया गया है :

मत	विद्यार्थियों की संख्या
पसंद करते हैं	135
पसंद नहीं करते हैं	65

प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यादृच्छया चुना गया विद्यार्थी

1) सांख्यिकी पसंद करता है।

2) सांख्यिकी पसंद नहीं करता है।

**हल:**

सांख्यिकी के विद्यार्थियों की कुल संख्या जिन पर सर्वेक्षण किया गया = 200

1. विद्यार्थियों की संख्या जो सांख्यिकी को पसंद करते हैं।

$$= 135$$

∴ P (सांख्यिकी पसंद करता विद्यार्थी)

$$\begin{aligned}
 & \text{सांज्यिकी को पसंद करने वाले} \\
 & = \text{विद्यार्थियों की संख्या/विद्यार्थियों की कुल संख्या} \\
 & = \frac{135}{200} \\
 & = \frac{27}{40}
 \end{aligned}$$

2. सांख्यिकी को पसंद न करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 65

∴ P (सांख्यिकी को पसंद न करने वाला विद्यार्थी)

$$\begin{aligned}
 & \text{सांज्यिकी को पसंद न करने वाले} \\
 & = \text{विद्यार्थियों की संख्या/विद्यार्थियों की कुल संख्या} \\
 & = \frac{65}{200} \\
 & = \frac{13}{40}
 \end{aligned}$$

6. अपने विद्यालय के गेट के सामने से एक समय-अंतराल में गुजरने वाले दो पहिया, तीन पहिया और चार पहिया वाहनों की बारंबारता लिख लीजिए। आप द्वारा देखे गए वाहनों में से किसी एक वाहन का दो पहिया वाहन होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

**हल:**

मान लीजिए आपने विद्यालय के समय के बाद (3 p.m. से 3.30 p.m.) आधा घंटा विद्यालय के गेट के बाहर से गुजरने वाले वाहनों के प्रकार को देखा है।

मान लीजिए वाहनों की बारंबारता नीचे दी गई सारणी में दर्शाई गई है :

वाहन का प्रकार	वाहनों की बारंबारता
दो पाहिया	125
तीन पहिया	45
चार पहिया	30

इस समय अंतराल में गुजरने वाले वाहन का दो पहिया वाहन होने की प्रायिकता

समय अंतराल में देखे गए

= दो पहिया वाहनों की संख्या/वाहनों की कुल संख्या

$$= \frac{125}{200} = \frac{5}{8}$$

7. आप अपनी कक्षा के विद्यार्थियों से एक 3 अंक वाली संख्या लिखने को कहिए। आप कक्षा से एक विद्यार्थी को याद रखिए चुन लीजिए। इस बात की प्रायिकता क्या होगी कि उसके द्वारा लिखी गई संख्या 3 से भाज्य है? याद रखिए कि कोई संख्या 3 से भाज्य होती है, यदि उसके अंकों का योग 3 से भाज्य हो।

**हल:**

मान लीजिए आप की कक्षा में विद्यार्थियों की संख्या 24.

मान लीजिए प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा लिखी गई 3 अंक वाली संख्याएँ हैं : 837, 172, 643, 371, 124, 512, 432, 948, 311, 252, 999, 557, 784, 928, 867, 798, 665, 245, 107, 463, 267, 523, 944, 314. 3 से विभाजित होने वाली संख्याएँ हैं : 837, 432, 948, 252, 999, 867, 798 और 267

3 से विभाजित होने वाली 3 अंकों वाली संख्याओं की संख्या 8 है :

∴ P (3 अंकों वाली 3 से विभाजित संख्या)

3 से विभाजित होने वाली 3

= अंकों वाली संख्याओं की संख्या/कक्षा में विद्यार्थियों की कुल संख्या

$$= \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

8. आटे की उन ग्यारह थैलियों में, जिन पर 5 किग्रा अंकित है, वास्तव में आटे के निम्नलिखित भार (किग्रा में) हैं :

4.97, 5.05, 5.08, 5.03, 5.00, 5.06, 5.08, 4.98, 5.04, 5.07, 5.00. याद रखिए चुनी गई एक थैली में 5 किग्रा से अधिक आटा होने की प्रायिकता क्या होगी ?

**हल:**

आटे की थैलियों की कुल संख्या = 11

5 किग्रा से अधिक आटे वाली थैलियों की संख्या = 7

P (5 किग्रा से अधिक आटा)

5 किग्रा से अधिक आटे वाली

= थैलियों की संख्या/थैलियों की कुल संख्या

$$= \frac{7}{11}$$

### NCERT SOLUTIONS

### प्रश्नावली 15.1 (पृष्ठ संख्या 336-337)

प्रश्न 1 एक क्रिकेट मैच में, एक महिला बल्लेबाज खेली गई 30 गेंदों में 6 बार चौका मारती है। चौका न मारे जाने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर- महिला बल्लेबाज द्वारा 30 गेंदें खेली गईं।

यहाँ चौकी मारे जाने की कुल सम्भावनाएँ 30 हैं। चौका लगने के अनुकूल परिणाम 6 हैं।

अतः चौका मारे जाने की प्रायिकता  $P(E) = \frac{\text{घटना (E) के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सम्भावित कुल परिणामों की संख्या}}$

$$= \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$$

∴ चौका न मारे जाने की प्रायिकता,  $P(E)' = 1 - P(E)$

$$= 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

अतः महिला बल्लेबाज द्वारा चौका न मारे जाने की प्रायिकता  $\frac{4}{5}$  है।

प्रश्न 2 2 बच्चों वाले 1500 परिवारों का यदृच्छया चयन किया गया है और निम्नलिखित आँकड़े लिख लिए गए हैं-

परिवार में लड़कियों की संख्या	2	1	0
-------------------------------	---	---	---

परिवारों की संख्या	475	814	211
--------------------	-----	-----	-----

यदृच्छया चुने गए उस परिवार की प्रायिकता ज्ञात कीजिए, जिसमें-

- दो लड़कियाँ हों।
- एक लड़की हो।
- कोई लड़की न हो।

साथ ही, यह भी जाँच कीजिए कि इन प्रायिकताओं का योगफल 1 है या नहीं।

उत्तर-

- परिवारों की कुल संख्या = 1500

∴ 2 लड़कियों वाले परिवारों की कुल सम्भावना 1500 है जबकि अनुकूल परिणाम 475 है।

∴ 2 लड़कियों वाला परिवार होने की प्रायिकता  $P(E_1)$

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{475}{1500} = \frac{19}{60}$$

- 1500 परिवारों के अध्ययन से प्राप्त होता है कि 1 लड़की वाले कुल परिवार 814 है। यहाँ परिवार में एक लड़की होना एक घटना (event) है।

अतः परिवार में 1 लड़की होने की प्रायिकता  $P(E_2)$

$$= \frac{\text{घटना } (E_2) \text{ के घटित होने के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{घटना } (E_2) \text{ के घटित होने के कुल परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{814}{1500} = \frac{407}{750}$$

- परिवार में लड़कियों की संख्या शून्य वाले कुल परिवार 211 है।

अतः परिवार में लड़की न होने की प्रायिकता  $P(E_3)$

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{211}{1500}$$

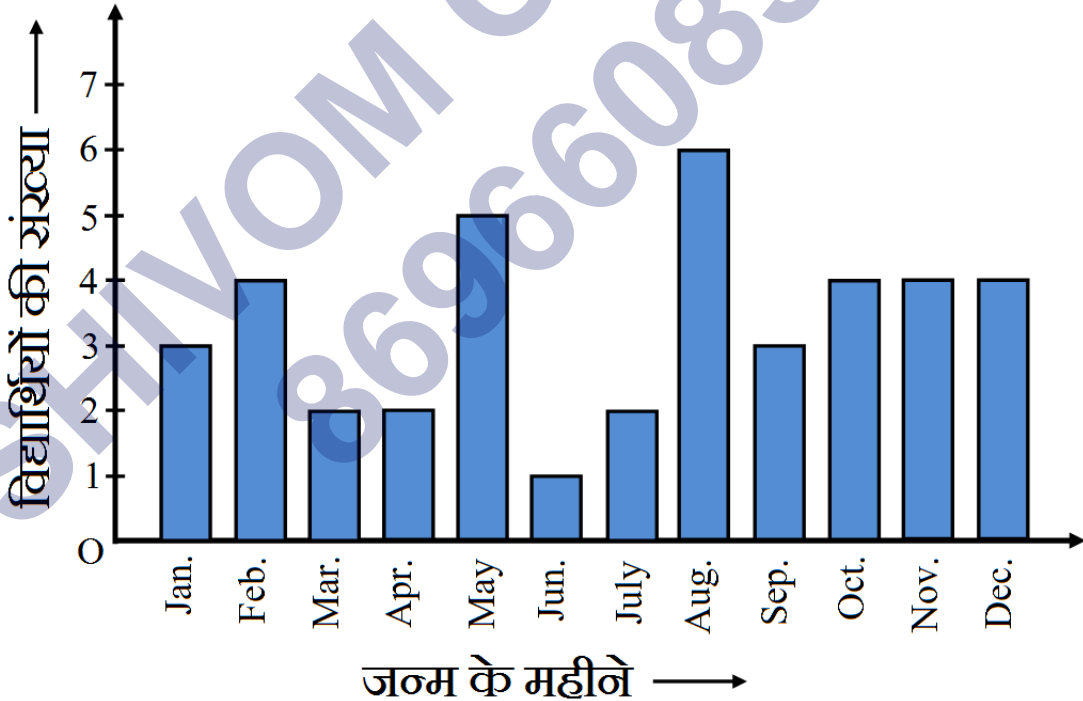
अब, सभी प्रायिकताओं की योग  $= P(E_1) + P(E_2) + P(E_3)$

$$= \frac{19}{60} + \frac{407}{750} + \frac{211}{1500}$$

$$= \frac{475+814+211}{1500} = \frac{1500}{1500} = 1$$

अतः सभी प्रायिकताओं का योगफल 1 है।

प्रश्न 3 कक्षा के किसी एक विद्यार्थी का जन्म अगस्त में होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।



उत्तर- अगस्त में जन्म लेने वाले विद्यार्थियों की संख्या 06 है।

यहाँ यदृच्छया चुने गए किसी विद्यार्थी के जन्म का माह अगस्त होना एक घटना है जिसके अनुकूल परिणाम 06 हैं और कुल सम्भावित परिणाम 40 हैं।

अतः किसी विद्यार्थी का जन्म अगस्त में होने की प्रायिकता  $P(E)$

$$= \frac{\text{घटना (E) के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{सम्भावित कुल परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{06}{40} = \frac{3}{20}$$

प्रश्न 4 तीन सिक्कों को एक साथ 200 बार उछाला गया है तथा इनमें विभिन्न परिणामों की बारम्बारताएँ ये हैं-

परिणाम	3 चित	2 चित	1 चित	कोई भी चित नहीं
बारम्बारता	23	72	77	28

यदि तीनों सिक्कों को पुनः एक साथ उछाला जाए, तो दो चित के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर- तीन सिक्कों को एक साथ 72 बार उछालने पर 2 चित आने के अनुकूल परिणाम = 72

तीन सिक्कों को उछालने की कुल संख्या = 200

अतः सिक्कों की उछाल में 2 चित प्राप्त होने की प्रायिकता  $P(E) = \frac{72}{200} = \frac{9}{25}$

प्रश्न 5 एक कम्पनी ने यदृच्छया 2400 परिवार चुनकर एक घर की आय स्तर और वाहनों की संख्या के बीच सम्बन्ध स्थापित करने के लिए उनका सर्वेक्षण किया। एकत्रित किए गए आँकड़े नीचे सारणी में दिए गए हैं-

मासिक आय (₹) में	प्रति परिवार वाहनों की संख्या			
	0	1	2	2 से अधिक
7000 से कम	10	160	25	0
7000-10000	0	305	27	2
10000-13000	1	535	29	1



13000-16000	2	469	59	25
16000 या इसमें अधिक	1	579	82	88

मान लीजिए एक परिवार चुना गया है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि चुने गए परिवार-

- की आय ₹ 10000-13000 के अंतराल में है और उसके पास केवल दो वाहन हैं।
- की आय प्रतिमाह ₹ 16000 या इससे अधिक है और उसके पास ठीक 1 वाहन है।
- की आय ₹ 7000 प्रतिमाह से कम है और उसके पास कोई वाहन नहीं है।
- की आय ₹ 13000-16000 के अंतराल में है और उसके पास 2 से अधिक वाहन हैं।
- जिसके पास 1 से अधिक वाहन नहीं है।

उत्तर-

- आय स्तर ₹ 10000-13000 प्रतिमाह के परिवार में वाहनों की संख्या 2 हो, ऐसे परिवारों की संख्या = 29

$$\text{अतः प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{घटना (E) अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भावित परिणाम}}$$

$$= \frac{29}{2400}$$

- ऐसे परिवारों की संख्या जिनकी आय प्रतिमाह ₹ 16000 या अधिक है और उनमें 1 वाहन है = 579

सर्वेक्षण के लिए चुने गए कुल परिवार = 2400

यद्दृष्टया 1 परिवार चुनने पर,

चुने गए परिवार की आय प्रतिमाह ₹ 16000 या अधिक होने और परिवार में 1 वाहन होने की

$$\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{579}{2400}$$

iii. ऐसे परिवारों की संख्या जो वाहनरहित है और जिनकी आय प्रतिमाह ₹ 7000 से कम है,

$$= 10$$

सर्वेक्षण के लिए चुने गए कुल परिवार = 2400

यद्च्छया 1 परिवार चुनने पर,

चुने गए परिवार की आय ₹ 7000 प्रतिमाह से कम होने और परिवार में वाहन न होने की

$$\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{10}{2400} = \frac{1}{240}$$

iv. ऐसे परिवारों का संख्या जिनकी प्रतिमाह आय ₹ 13000-16000 है और उन परिवारों में 2 से अधिक वाहन है।

सर्वेक्षण के लिए चयनित कुल परिवार = 2400

यद्च्छया 1 परिवार चुनने पर,

चुने गए परिवार की आय ₹ 13000-16000 है और उन परिवारों में 2 से अधिक वाहन है = 25

$$\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{25}{2400} = \frac{1}{96}$$

v. वाहन-रहित कुल परिवारों की संख्या = 10 + 0 + 1 + 2 + 1 = 14

1 वाहन वाले कुल परिवारों की संख्या =  $160 + 305 + 535 + 469 + 579 = 2048$

ऐसे परिवारों की संख्या जिनके पास 1 से अधिक वाहन नहीं है =  $14 + 2048 = 2062$

सर्वेक्षण हेतु चुने गए कुल परिवार = 2400

अतः 1 से अधिक वाहन न होने की

$$\text{प्रायिकता } P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{2062}{2400} = \frac{1031}{1200}$$

प्रश्न 6 निम्न सारणी में विद्यार्थियों की प्राप्तांक और उनकी संख्या दी गई है-

अधिकतम अंक = 100

अंक	विद्यार्थियों की संख्या
0-20	7
20-30	10
30-40	10
40-50	20
50-60	20
60-70	15
70 से अधिक	8
<b>कुल योग</b>	<b>90</b>

- गणित की परीक्षा में एक विद्यार्थी द्वारा 20% से कम अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।
- एक विद्यार्थी द्वारा 60 या इससे अधिक अंक प्राप्त करने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

i. परीक्षण हेतु चयनित विद्यार्थी = 90

20% से कम अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 7

अतः 20% से कम अंक प्राप्त करने की प्रायिकता =  $\frac{7}{90}$

ii. 60 या इससे अधिक अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या =  $15 + 8 = 23$

अतः 60 या इससे अधिक अंक प्राप्त करने की प्रायिकता =  $\frac{23}{90}$

प्रश्न 7 सांख्यिकी के बारे में विद्यार्थियों का मत जानने के लिए 200 विद्यार्थियों का सर्वेक्षण किया गया। प्राप्त आँकड़ों को नीचे दी गई सारणी में लिख लिया गया है-

मत	विद्यार्थियों की संख्या
पसंद करते हैं	135
पसंद नहीं करते हैं	65

प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि यदृच्छया चुना गया विद्यार्थी,

i. सांख्यिकी पसन्द करता है।

ii. सांख्यिकी पसन्द नहीं करता है।

उत्तर- सांख्यिकी के बारे में सर्वेक्षण के लिए चुने गए विद्यार्थियों की संख्या = 200

मत जाना गया कि 135 विद्यार्थी सांख्यिकी पसन्द करते हैं और 65 विद्यार्थी इसे पसन्द नहीं करते।

एक विद्यार्थी यदृच्छया चुना जाता है।

i. तब सांख्यिकी पसन्द करने के अनुकूल प्रेक्षण = 135

और सांख्यिकी पसन्द करने के कुल सम्भावित प्रेक्षण = 200

अतः चयनित छात्र के सांख्यिकी पसंद करने की प्रायिकता  $P(E)$

$$= \frac{\text{सांख्यिकी पसन्द करने के अनुकूल प्रेक्षण}}{\text{सांख्यिकी पसन्द करने के कुल सम्भावित प्रेक्षण}}$$

$$= \frac{135}{200} = \frac{27}{40}$$

ii. तब सांख्यिकी न पसंद करने की प्रायिकता  $P(E')$

$$= 1 - P(E)$$

$$= 1 - \frac{27}{40} = \frac{13}{40}$$

प्रश्न 8 40 इंजीनियरों की उनके आवास से कार्यस्थल की दूरियाँ (किमी में) निम्नलिखित हैं-

5	3	10	20	25	11	13	7
12	31	19	10	12	17	18	11
32	17	16	2	7	9	7	8
3	5	12	15	18	3	12	14
2	9	6	15	15	7	6	12

इसकी आनुभविक प्रायिकता क्या होगी कि इंजीनियर-

- अपने कार्यस्थल से 7 किमी से कम दूरी पर रहते हैं?
- अपने कार्यस्थल से 7 किमी या इससे अधिक दूरी पर रहते हैं?
- अपने कार्यस्थल से  $\frac{1}{2}$  किमी या इससे कम दूरी पर रहते हैं?

उत्तर- इंजीनियरों की कुल संख्या = 40

कार्यस्थल से 7 किमी से कम दूरी पर आवास वाले इंजीनियरों की संख्या एवं सम्बन्धित दूरियाँ  
= 5, 3, 2, 3, 5, 3, 2, 6, 6 = 9 इंजीनियर

कार्यस्थल से 7 किमी या अधिक दूरी पर आवास वाले इंजीनियरों की संख्या = 40 - 9 = 31

i. ∴ एक इंजीनियर के अपने कार्यस्थल से 7 किमी से कम दूरी पर आवास होने की प्रायिकता,

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}} = \frac{9}{40}$$

ii. एक इंजीनियर के 7 किमी या अधिक दूर निवास करने की प्रायिकता,

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}} = \frac{31}{40}$$

iii. अपने कार्यस्थल से  $\frac{1}{2}$  किमी या दूरी पर निवास करने वाले इंजीनियरों की संख्या = शून्य

अतः चयनित इंजीनियरों के कार्यस्थल से  $\frac{1}{2}$  किमी या कम दूरी पर निवास करने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}} = \frac{0}{40} = \text{शून्य।}$$

प्रश्न 9 क्रियाकलाप- अपने विद्यालय के गेट के सामने से एक समय-अन्तराल में गुजरने वाले दो पहिया, तीन पहिया और चार पहिया वाहनों की बारम्बारता लिख लीजिए। आप द्वारा देखे गए वाहनों में से किसी एक वाहन का दो पहिया वाहन होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर- निम्न प्रारूप पर सूचना एकत्र कीजिए-

गुजरने वाले वाहन का क्रम	वाहन का प्रकार (✓) टिक कीजिए		
	दो पहिया	तीन पहिया	चार पहिया
1.	-	-	-
2.	-	-	-
3.	-	-	-
4.	-	-	-
..	-	-	-

..	-	-	-
N	-	-	-
<b>योग</b>	x	y	z

तब, गुजरने वाले वाहन के दो पहिया वाहन होने की प्रायिकता =  $\frac{x}{N}$

प्रश्न 10 क्रियाकलाप- आप अपनी कक्षा के विद्यार्थियों से एक 3 अंक वाली संख्या लिखने को कहिए। आप कक्षा से एक विद्यार्थी को यदृच्छया चुन लीजिए। इस बात की प्रायिकता क्या होगी कि उसके द्वारा लिखी गई संख्या 3 से भाज्य है? याद रखिए कि कोई संख्या 3 से भाज्य होती है, यदि उसके अंकों का योग 4 से भाज्य हो।

उत्तर- तीन अंकों वाली संख्याएँ 100 से प्रारम्भ होकर 999 तक हैं। 100 से 999 तक के बीच कुल सम्भावित संख्याएँ 900 हैं। इन नौ सौ संख्याओं में प्रत्येक तीसरी संख्या 3 से विभाज्य होगी।

इस प्रकार 3 अंकों वाली कुल संख्याएँ =  $999 - 99 = 900$

3 से विभाज्य 3 अंकों वाली कुल संख्याएँ = 300

अतः छात्र द्वारा लिखी गई संख्या 3 से विभाज्य होने की प्रायिकता =  $\frac{300}{900} = \frac{1}{3}$

प्रश्न 11 आटे की उन ग्यारह थैलियों में, जिन पर 5 किग्रा अंकित है, वास्तव में आटे के निम्नलिखित भार (किग्रा में) हैं-

4.97, 5.06, 5.08, 5.03, 5.00, 5.06, 5.08, 4.98, 5.04, 5.07, 5.00

यदृच्छया चुनी गई एक थैली में 5 किग्रा से अधिक आटा होने की प्रायिकता क्या होगी?

उत्तर- आटे की 11 थैलियों के भार (किग्रा में) 4.97, 4.98, 5.00, 5.00, 5.03, 5.04, 5.05, 5.06, 5.07, 5.08, 5.08, स्पष्ट है कि 7 थैलियों का आटा 5 किग्रा से अधिक है।

यहाँ यह छया थैली का चुनना एक घटना है जिसकी कुल सम्भावित संख्या 11 है और थैली के 5 किग्रा से अधिक होने की सम्भावनाएँ 7 हैं।

अतः चुनी गई थैली के 5 किग्रा से अधिक होने की प्रायिकता,

$$= \frac{\text{थैली के 5 किग्रा से अधिक होने के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भावित परिणाम}}$$

$$= \frac{7}{11}$$

प्रश्न 12 एक नगर में वायु में सल्फर डाइऑक्साइड का सान्द्रण भाग प्रति मिलियन [parts per million (ppm)] में ज्ञात करने के लिए एक अध्ययन किया गया।

30 दिनों के प्राप्त किए गए आँकड़े ये हैं-

0.03	0.08	0.08	0.09	0.04	0.17
0.16	0.05	0.02	0.06	0.18	0.20
0.11	0.08	0.12	0.13	0.22	0.07
0.08	0.01	0.10	0.06	0.09	0.18
0.11	0.07	0.05	0.07	0.01	0.04

किसी एक दिन वर्ग अन्तराल (0.12-0.16) में सल्फर डाइऑक्साइड के सान्द्रण होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

अंतराल	बारम्बारता
0.01-0.04	4
0.04-0.08	9
0.08-0.12	9
0.12-0.16	2
0.16-0.20	4



0.20-0.24	2
<b>कुल</b>	<b>30</b>

वर्ग अंतराल 0.12-0.16 के अन्तर्गत प्रविष्टियाँ = 02

∴ चुने गए दिन के लिए सल्फर डाइ-ऑक्साइड का सान्द्रण 0.12-0.16 ppm होने की प्रायिकता

$$= \frac{\text{दिया सान्द्रण होने के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भावित परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{02}{30} = \frac{1}{15}$$

प्रश्न 13 आठवीं कक्षा के 30 विद्यार्थियों के रक्त समूह ये हैं-

A, B, O, O, AB, O, A, O, B, A, O, B, A, O, O, A, AB, O, A, A, O, O, AB, B, A, O, B, A, B, O

कक्षा से यदृच्छया चुने गए एक विद्यार्थी का रक्त समूह AB होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

रक्त समूह	कुल संख्या
A	09
B	06
O	12
AB	03
<b>योग</b>	<b>30</b>

आठवीं कक्षा में विद्यार्थियों की कुल संख्या = 30

रक्त समूह AB रखने वाले विद्यार्थियों की संख्या = 3

अतः चुने गए विद्यार्थी का रक्त समूह AB होने की प्रायिकता,

$$= \frac{\text{रक्त समूह AB के अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल सम्भव परिणाम}}$$

$$= \frac{03}{30} = \frac{1}{10}$$

SHIVOM CLASSES  
8696608541