गणित

अध्याय-13: पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

SHIVOM CLASSES
8696608541

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

पृष्ठीय क्षेत्रफल

पृष्ठीय क्षेत्रफल किसी 3D आकृति पर मौजूद सभी फलकों (या सतहों) के क्षेत्रफल का योग होता है। उदाहरण के लिए घनाभ, घन और बेलनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल।

आयतन

सभी पदार्थ स्थान (त्रि-विमीय स्थान) घेरते हैं। इसी त्रि-विमीय स्थान की मात्रा की माप को आयतन कहते हैं। अर्थात किसी पदार्थ द्वारा घेरे गए लंम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई को व्यक्त करता है।

घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल

छः पृष्ठों से घिरी वह आकृति, जिसमें प्रत्येक पृष्ठ एक आयत होता हैं और सम्मुख पृष्ठ बराबर होते हैं घनाभ कहलाता हैं।

घनाभ के समस्त पृष्ठों का क्षेत्रफल = 2(लम्बाई × चौड़ाई + चौड़ाई × ऊँचाई + ऊँचाई × लम्बाई)

घनाभ के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = 2(lb + bh + hl) वर्ग मात्रक

घन के पृष्ठीय क्षेत्रफल

घन की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई सामान होती हैं। एक घन में छः फलक, बारह किनारे एवं आठ कोने होते हैं इसके छह बराबर-बराबर आकार के फलक होते हैं हर फलक एक वर्ग होता हैं और छह फलक होने के कारण यह एक प्रकार का षट्फलकी भी कहलाता हैं।

यदि घन का प्रत्येक किनारा या कोर या भुजा a हो, तो उसका पृष्ठीय क्षेत्रफल

= 2(a × a + a × a + a × a) अर्थात् 2 (a^2 + a^2 + a^2), अर्थात् $6a^2$ होगा।

घन के सम्पूर्ण पृष्ठ का क्षेत्रफल = 6 a^2 वर्ग मात्रक

घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

एक घनाभ का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल निकालने के लिए हमें समझना होगा की उसका वक्र पृष्ठ क्या होता है। एक घनाभ के वक्र पृष्ठ में ऊपर एवं नीचे के दो आयतों को छोड कर बाकी चारों आयत होते हैं। अतः वक्र पृष्ठ निकालने के लिए हमें ऊपर निचे के आयतों को छोड़ कर बाकी चार आयातों का क्षेत्रफल निकालना होगा।

दिए गए चार आयातों का क्षेत्रफल = $2 \times b \times h + 2 \times h \times l$

$= 2 \times h \times (l+b)$

हल सहित उदाहरण

मैरी अपने क्रिसमस वृक्ष को सजाना चाहती है। वह इस वृक्ष को लकड़ी के एक घनाभाकार बॉक्स पर रखना चाहती है, जिसे सान्ता क्लॉज के चित्र के साथ एक रंगीन कागज से ढका जाना है। उसका यह जानना आवश्यक है कि उसे कितना कागज खरीदना चाहिए। यदि उपरोक्त बॉक्स की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 80 cm, 40 cm और 20 cm हैं, तो उसे 40 cm भुजा वाली कागज की कितनी वर्गाकार शीटों की आवश्यकता होगी?

हलः

चूँकि मैरी बॉक्स के ऊपरी पृष्ठ को कागज से ढकना चाहती है, इसलिए इस कार्य के लिए आवश्यक कागज इस बॉक्स के पृष्ठीय क्षेत्रफल के बराबर होगा, जो एक घनाभ के आकार का है।

बॉक्स की लंबाई 80 cm, चौड़ाई 40 cm और ऊँचाई 20 cm है।

अतः, बॉक्स का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb + bh + hl)$

$= 2[(80 \times 40) + (40 \times 20) + (20 \times 80)]\ \text{cm}^2$

$= 2[3200 + 800 + 1600]\ \text{cm}^2$

$= 2 \times 5600\ \text{cm}^2 = 11200\ \text{cm}^2$

अब, प्रत्येक शीट का क्षेत्रफल = $40 \times 40\ \text{cm}^2 = 1600\ \text{cm}^2$

अतः, वांछित शीटों की संख्या = बक्स का पृष्ठीय क्षेत्रफल/ एक शीट का क्षेत्रफल

$= \frac{11200}{1600} = 7$

इसलिए मैरी को कागज की 7 शीटों की आवश्यकता है।

एक लंब वृत्तीय शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल

शंकु एक त्रिविमीय संरचना होती हैं जो शीर्ष बिंदु और एक आधार को मिलाने वाली रेखाओं द्वारा निर्मित होती हैं यदि किसी शंकु का आधार एक वृत्त हो तो वह लम्ब वृतीय शंकु कहलाता हैं।

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल= $\frac{1}{2}$ × आधार की परिधि × तिर्यक ऊँचाई = = $\frac{1}{2} \times l \times 2\pi r$

$= \pi r l$

शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = वक्रप्रष्ठ + आधार का क्षेत्रफल = $\pi r (l + r)$

शंकु की तिर्यक ऊँचाई = √(त्रिज्या)^2 + (ऊँचाई)^2

$l = \sqrt{(r^2 + h^2)}$

जहाँ r आधार की त्रिज्या है और l तिर्यक ऊँचाई तथा h शंकु की ऊँचाई है।

उदाहरण हल सहित

एक लंब वृत्तीय शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी तिर्यक ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 7 cm है।

हल:

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r l$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 10 \text{ cm}^2$

$= 220 \text{ cm}^2$

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

गोला एक त्रिविमीय आकृति (ठोस आकृति) है, जो आकाश में स्थित उन सभी बिंदुओं से मिल कर बनी है जो एक निश्चित बिंदु से (जो गोले का केन्द्र कहलाता है) से एक अचर या निश्चित दूरी पर होते हैं (जो गोले की त्रिज्या कहलाती है)। गोले का केवल एक पृष्ठ होता है।

त्रिज्या r वाले एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = त्रिज्या r वाले चार वृत्तों का क्षेत्रफल

$= 4\pi r^2$

अर्धगोले का क्षेत्रफल

यदि एक ठोस गोले को इसके केंद्र से जाते हुए एक तल द्वारा दो भागों में काट लें। तो प्रत्येक आधा भाग अर्धगोला कहलाता है।

अर्धगोला का पृष्ठीय क्षेत्रफल

अर्धगोले में दो पृष्ठ होते हैं इनमें एक वक्रीय है और एक समतल फलक है (आधार)।

अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल का आधा, अर्थात् $\frac{1}{2} \times 4\pi r^2$ है।

$= 2\pi r^2$

अतः अर्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = = $2\pi r^2$

जहाँ r उस गोले की त्रिज्या है जिसका अर्धगोला एक भाग है।

अब दोनों फलकों को लेने पर, इसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2 + \pi r^2$ है।

अतः, अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$

हल सहित उदाहरण

7 cm त्रिज्या वाले एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल:

7 cm त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \text{ cm}^2 = 616 \text{ cm}^2$

घनाभ का आयतन

घनाभ के आयतन से तात्पर्य है कि घनाभ द्वारा कुल घेरा गया स्थान (लम्बाई, चौड़ाई तथा ऊंचाई), अगर हम उसमें कोई चीज़ भरें तो उसमें उस चीज़ की कितनी मात्र आ जायेगी। जैसे अगर हम इस घनाभ में पानी भरना चाहें तो कितनी मात्र में पानी इस घनाभ के अन्दर आ जाएगा। इसका मात्रक गहन इकाई होता है।

एक घनाभ का आयतन निम्न सूत्र से निकाल सकते हैं। हमें उस घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊंचाई ज्ञात होनी चाहिए।

घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊंचाई

या = $l \times b \times h$ घन इकाई

यहाँ l = लम्बाई, b = चौड़ाई तथा h = ऊँचाई है।

नोट:

यदि वस्तु खोखली है, तो उसका अभ्यंतर रिक्त होता है, जिसे हवा या द्रव से भरा जा सकता है। यह द्रव उस वस्तु (बर्तन) के आकार का हो जाता है। इस स्थिति में, बर्तन के अभ्यंतर में (अंदर) जितनी वस्तु (या द्रव) भरा जाता है वह उसकी धारिता कहलाती है।

घन का आयतन

घन एक विशेष प्रकार का घनाभ होता है जिसके सभी पृष्ठ वर्गाकार और बराबर होते हैं अर्थात् इसकी लम्बाई, चौड़ाई और ऊंचाई समान होती है। माना घन की एक भुजा a है। इस प्रकार घन का आयतन होगा

$a \times a \times a = a^3$ घन इकाई

बेलन का आयतन

बेलन एक त्रिआयामी आकृति है बेलन का आयतन इसके द्वारा घेरा गया स्थान है बेलन का आधार वृताकार होता है।

अतः बेलन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × उंचाई

$= \pi r^2 \times h$

यहाँ r वृताकार आधार की त्रिज्या है तथा h बेलन की ऊँचाई है।

उदाहरण:

किसी मंदिर के खंभे बेलनाकार हैं। यदि प्रत्येक खंभे का आधार 20 cm त्रिज्या का एक वृत्तीय क्षेत्र है और ऊँचाई 10 m है, तो ऐसे 14 खंभे बनाने में कितने कंक्रीट मिश्रण की आवश्यकता होगी?

हल:

चूँकि कंक्रीट मिश्रण जिससे खंभा बनाया जाएगा उस पूरे खंभे के स्थान को भर देगा, इसलिए हमें बेलनों के आयतनों को ज़ात करने की आवश्यकता है।

बेलन के आधार की त्रिज्या = 20 cm

बेलनाकार खंभे की ऊँचाई = 10 m = 1000 cm

इसलिए, एक खंभे का आयतन = $\pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 20 \times 20 \times 1000 \text{ cm}^3$

$= \frac{8800000}{7} \text{ cm}^3$

$= \frac{8.8}{7} \text{ m}^3$ ($1000000 \text{ cm}^3 = 1\text{m}^3$)

अतः, 14 खम्भों का आयतन = $\frac{8.8}{7} \times 14 \text{ m}^3$

$= 17.6 \text{ m}^3$

इसलिए, 14 खंभों के लिए 17.6 m^3 कंक्रीट मिश्रण की आवश्यकता होगी।

लम्ब वृत्तीय शंकु का आयतन

एक लम्ब वृतीय शंकु जिसके आधार की त्रिज्या r है तथा उंचाई h है का आयतन निम्नलिखित सूत्र से ज़ात कर सकते हैं:

शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$

हम निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि तीन शंकुओं का आयतन बेलन के आयतन के बराबर है। इसका अर्थ है कि यदि शंकु और बेलन की आधार त्रिज्या एक ही हो और ऊँचाई भी एक ही हो, तो शंकु का आयतन बेलन के आयतन का एक-तिहाई होता है।

शंकु का आयतन = $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

उदाहरण

किसी शंकु की ऊँचाई और तिर्यक ऊँचाई क्रमशः 21 Cm और 28 Cm हैं। इसका आयतन ज़ात कीजिए।

$l^2 = r^2 + h^2$ से हमें प्राप्त होता है:

$r = \sqrt{(l^2 - h^2)}$ cm

$= \sqrt{(28^2 - 21^2)}$ cm $= 7\sqrt{7}$ cm

अतः, शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7\sqrt{7} \times 7\sqrt{7} \times 21\ cm^3$

$= 7546\ cm^3$

गोले का आयतन

सामान्यतः गोले के आयतन को दो प्रकार से परिभाषित कर सकते है। ठोस गोला तथा खोखला गोला। इन दोनों गोला का आयतन एक दूसरें से भिन्न होता है। महान गणितज्ञ ग्रीक दार्शनिक आर्किमिडीज ने गोले के आयतन का सूत्र खोजा था. आर्किमिडीज के अनुसार इसे निम्न प्रकार ज्ञात कर सकते है।

गोले का आयतन उसे परिबद्ध करने वाले बेलन के आयतन का दो-तिहाई होता है, जो ऐसा सबसे छोटा बेलन हो जिसमें गोले को रखा जा सकता हो।

अर्थात, एक गोलाकार वस्तु को एक खोखले बेलन के अंदर रखा जाता है, जहाँ गोलाकार वस्तु की त्रिज्या बेलन के वृत्ताकार आधारों की त्रिज्या के बराबर होती है। और गोले का व्यास बेलन की ऊंचाई के बराबर होता है।

गोले का आयतन= बेलन के आयतन का $\frac{2}{3}$ भाग

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

इसलिए गोले का आयतन = $\frac{2}{3}(\pi r^2 h)$

जहाँ r त्रिज्या और h बेलन की ऊंचाई है

हम जानते हैं कि बेलन की ऊंचाई h = गोले का व्यास (2r) (व्यास= 2 × त्रिज्या)

अतः गोले का आयतन = $\frac{2}{3}(\pi r^2 \times 2r)$

या = $\frac{4}{3}\pi r^3$

इस प्रकार गोले का आयतन = $\frac{4}{3}(\pi r^3)$

11.2 Cm त्रिज्या वाले गोले का आयतन ज्ञात कीजिए।

गोले का वाँछित आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 11.2 \times 11.2 \times 11.2 \text{ cm}^3$

$= 5887.32 \text{ cm}^3$

उदाहरण

एक शॉट-पट्ट 4.9 cm त्रिज्या वाला एक धातु का गोला है। यदि इस धातु का घनत्व 7.8 ग्राम प्रति cm^3 है, तो शॉट-पट्ट का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

हल:

चूँकि शॉट-पट्ट धातु का एक ठोस गोला है तथा द्रव्यमान आयतन और घनत्व के गुणनफल के बराबर होता है, इसलिए पहले हमें शॉट-पट्ट का आयतन ज्ञात करना चाहिए।

गोले का आयतन = $\frac{4}{3}(\pi r^3)$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 4.9 \times 4.9 \times 4.9 \text{ cm}^3$

$= 493 \text{ cm}^3$

साथ ही, 1 cm^3 धातु का द्रव्यमान = 7.8 ग्राम

अतः, शॉट-पट्ट का द्रव्यमान = 7.8 × 493 ग्राम

= 3845.44 ग्राम = 3.85 किलोग्राम (लगभग)

खोखले गोले का आयतन

खोखले गोले का आयतन ठोस गोले से भिन्न होता है। इसकी दो त्रिज्याएँ होती हैं एक बाह्य और दूसरी आंतरिक। अतः खोखले गोले का आयतन
निम्न प्रकार से ज्ञात कर सकते हैं:

खोखले गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi(R^3 - r^3)$

जहाँ R गोले की बाहरी त्रिज्या है तथा r आंतरिक त्रिज्या है।

अर्द्ध गोले का आयतन

अर्द्ध गोले का आयतन पूर्ण गोले आधा होता है। जिसको निम्न प्रकार से ज्ञात कर सकते हैं:

अर्द्ध गोले का आयतन = $\frac{1}{2}$ गोले का आयतन

= $\frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi r^3)$

अर्थात् $\frac{2}{3}\pi r^3$

जहाँ r अर्धगोले की त्रिज्या है।

उदाहरण

एक गोले के व्यास में 25% की कमी हो जाती है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितने प्रतिशत कम हो गया है?

माना गोले का व्यास d है।

अतः त्रिज्या $r_1 = \frac{d}{2}$

प्रश्नानुसार गोले के व्यास में 25% की कमी हो जाती है।

इस प्रकार नई त्रिज्या $r_2 = \frac{d}{2} - \frac{d}{2} \times \frac{25}{100} = \frac{3}{8}d$

गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (त्रिज्या r_1 के साथ) $S_1 = 4\pi r_1^2$

$= 4 \times \pi \times (\frac{d}{2})^2$

$= \pi d^2$

गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल (त्रिज्या r_2 के साथ) $S_2 = 4 \times \pi \times (\frac{3d}{8})^2$

$= \frac{9}{16}\pi d^2$

गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी = $\pi d^2 - \frac{9}{16}\pi d^2$

$= \frac{7}{16}\pi d^2$

गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में प्रतिशत में कमी = $\frac{S^1 - S^2}{S^1} \times 100$

$= \frac{7\pi d^2}{16}\pi d^2 \times 100 = \frac{700}{16}$

= 43.75%

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 13.1 (पृष्ठ संख्या 255-256)

प्रश्न 1 1.5 मीटर लम्बा, 1.25 मीटर चौड़ा और 65 सेमी गहरा प्लास्टिक का एक डिब्बा बनाया जाना है। इसे ऊपर से खुला रखना है। प्लास्टिक शीट की मोटाई को नगण्य मानते हुए निर्धारित कीजिए-

i. डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल।
ii. इस शीट का मूल्य, यदि 1 मीटर शीट का मूल्य ₹ 20 है।

उत्तर-

i. दिया है, प्लास्टिक के डिब्बे की लम्बाई (l) = 1.5 मीटर

चौड़ाई (b) = 1.25 मीटर तथा

ऊँचाई (h) = 65 सेमी या 0.65 मीटर

डिब्बा ऊपर से खुला है, अत: इसमें 1 फलक कम होगा।

अतः डिब्बे का पृष्ठ = सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल - ऊपरी फलक का क्षेत्रफल

$= 2(lb + bh + hl) - (l \times b)$

$= 2[(1.5 \times 1.25) + (1.25 \times 0.65) + (0.65 \times 1.5)] - (1.5 \times 1.25)$

$= 2[1.875 + 0.8125 + 0.975] - 1.875$

$= 2[3.6625] - 1.875$

$= 7.325 - 1.875$

= 5.45 वर्ग मीटर

अत: डिब्बा बनाने के लिए आवश्यक प्लास्टिक शीट का क्षेत्रफल = 5.45 वर्ग मीटर।

ii. प्लास्टिक शीट का मूल्य = शीट का क्षेत्रफल × मूल्य-दर = (5.45 × 20) = 109.00

अतः आवश्यक प्लास्टिक शीट का मूल्य = 109

प्रश्न 2 एक कमरे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 5 मीटर, 4 मीटर और 3 मीटर हैं। ₹ 7.50 प्रति मीटर^2 की दर से इस कमरे की दीवारों और छत पर सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दिया है, कमरे की लम्बाई (l) = 5 मीटर, चौड़ाई (b) = 4 मीटर व ऊँचाई (h) = 3 मीटर

कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = परिमाप × ऊँचाई।

= 2(l + b) × h = 2(5 + 4) × 3 = 18 × 3 = 54 वर्ग मीटर

छत का क्षेत्रफल = लम्बाई × चौड़ाई

= (5 × 4) = 20 वर्ग मीटर

जिस भाग में सफेदी करानी है, उसका क्षेत्रफल = (54 + 20) वर्ग मीटर = 74 वर्ग मीटर

कमरे में सफेदी कराने का व्यय = क्षेत्रफल × मूल्य-दर = 74 × 7.50 = 555

अतः कमरे में सफेदी कराने का व्यय = 555

प्रश्न 3 किसी आयताकार हॉल के फर्श का परिमाप 250 मीटर है। यदि ₹ 10 प्रति मीटर की दर से चारों दीवारों पर पेंट कराने की लागत 15,000 है, तो इस हॉल की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

[**संकेतः** चारों डिब्बों का क्षेत्रफल = पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल]

उत्तर- माना हॉल की ऊँचाई h मीटर है।

दिया है, हॉल का परिमाप = 250 मीटर

हॉल की चारों दीवारों का क्षेत्रफल = हॉल का परिमाप × ऊँचाई = 250 × h = 250h वर्ग मीटर

तब हॉल की दीवारों पर पेंट कराने का व्यय = हॉल की दीवारों का क्षेत्रफल × पेंट कराने की मूल्य-दर

= 250h × 10 = 2,500h

प्रश्नानुसार, पेंट कराने का व्यय = 15,000

2,500h = 15,000

$$h = \frac{15000}{2500}$$

= 6 मीटर

अत: हॉल की ऊँचाई = 6 मीटर

प्रश्न 4 किसी डिब्बे में भरा हुआ पेंट 9.375 मीटर^2 के क्षेत्रफल पर पेंट करने के लिए पर्याप्त है। इस डिब्बे के पेंट से 22.5 सेमी × 10 सेमी × 7.5 सेमी विमाओं वाली कितनी ईंट पेंट की जा सकती हैं?

उत्तर- दिया है, ईंट की विमाएँ 22.5 सेमी × 10 सेमी × 7.5 सेमी हैं।

l = 22.5 सेमी, b = 10 सेमी और h = 7.5 सेमी

प्रत्येक ईंट का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2[lb + bh + hl]

= 2[(22.5 × 10) + (10 × 7.5) + (7.5 × 22.5)]

= 2[2250 + 750 + 168.75]

= 2 × 468.75

= 937.5 वर्ग सेमी

माना कि ईंटों की अभीष्ट संख्या n है।

कुल ईंटों का क्षेत्रफल = 937.5n वर्ग सेमी।

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि पेंट 9375 वर्ग मीटर क्षेत्रफल पर पेंट करने के लिए पर्याप्त है।

937.5n वर्ग सेमी = 9.375 वर्ग मीटर

937.5n वर्ग सेमी = 9.375 × 10,000 वर्ग सेमी (1 वर्ग मीटर = 10,000 वर्ग सेमी)

937.5n = 93750

$$n = \frac{93750}{937.5} = 100$$

अतः ईंटों की अभीष्ट संख्या = 100

प्रश्न 5 एक घनाकार डिब्बे का एक किनारा 10 सेमी लम्बाई का है तथा एक अन्य घनाभाकार डिब्बे की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 12.5 सेमी, 10 सेमी और 8 सेमी हैं।

(i) किस डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल अधिक है और कितना अधिक है?
(ii) किस डिब्बे का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कम है और कितना कम है?

उत्तर-

(i) घनाकार डिब्बे को पार्व-पृष्ठीय क्षेत्रफल = 4 × भुजा^{2}

= 4 × $(10)^2$

= 400 वर्ग सेमी

घनाभाकार डिब्बे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = परिमाप × ऊँचाई

= 2(लम्बाई + चौड़ाई) × ऊँचाई

= 2(12.5 + 10) × 8

= 16 × 22.5

= 3600 वर्ग सेमी

अतः स्पष्ट है कि घनाकार डिब्बे का पृष्ठ (400 - 360) = 40 वर्ग सेमी अधिक है।

(ii) घनाकर डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6 × भुजा^{2}

= 6 × $(10)^2$

= 600 वर्ग सेमी

घनाभाकार डिब्बे का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + hl)

=2[(12.5 × 10) + (10 × 8) + (8 × 12.5)]

= 2[125 + 80 + 100]

= 2 × 305

= 610 वर्ग सेमी

अतः स्पष्ट है कि घनाकार डिब्बेका कुलपृष्ठीय क्षेत्रफल (610 - 600) = 10 वर्ग सेमी कम है।

प्रश्न 6 एक छोटा पौधा-घर (green house) सम्पूर्ण रूप से शीशे की पट्टियों से (आधार भी सम्मिलित है) घर के अन्दर ही बनाया गया है और शीशे की पट्टियों को टेप द्वारा चिपका कर रोका गया है। यह पौधा-घर 30 सेमी लम्बा, 25 सेमी चौड़ा और 25 सेमी ऊँचा है।

(i) इसमें प्रयुक्त शीशे की पट्टियों का क्षेत्रफल क्या है?
(ii) सभी 12 किनारों के लिए कितने टेप की आवश्यकता है?

उत्तर-

(i) पौधा-घर की लम्बाई (l) = 30 सेमी, चौड़ाई (b) = 25 सेमी व ऊँचाई (h) = 25 सेमी

पौधा-घर (ग्रीन हाउस) को सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + hl)

= 2[(30 × 25) + (25 × 25) + (25 × 30)]

= 2[750 + 625 + 750]

= 2 × 2125

= 4250 वर्ग सेमी

अतः पौधा-घर बनाने में प्रयुक्त काँच का क्षेत्रफल = पौधा-घर (ग्रीन हाउस) का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 4250 वर्ग सेमी

(ii) 12 किनारों में 4 लम्बाइयाँ, 4 चौड़ाइयाँ व 4 ऊँचाइयाँ होती हैं।

सभी किनारों की माप = 4(लम्बाई + चौड़ाई + ऊँचाई)

= 4(30 + 25 + 25) सेमी

= 4 × 80 सेमी = 320 सेमी

अतः आवश्यक टेप की लम्बाई = 320 सेमी

प्रश्न 7 शान्ति स्वीट स्टाल अपनी मिठाइयों को पैक करने के लिए गत्ते के डिब्बे बनाने का ऑर्डर दे रहा था। दो मापों के डिब्बों की आवश्यकता थी। बड़े डिब्बों की माप 25 सेमी × 20 सेमी × 5 सेमी और छोटे डिब्बों की माप 15 सेमी × 12 सेमी × 5 सेमी थीं। सभी प्रकार की अतिव्याप्तता.(overlaps) के लिए कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के 5% के बराबर अतिरिक्त गत्ता लगेगा। यदि गत्ते की लागत ₹ 4 प्रति 1000 सेमी^{2} है, तो प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बे बनवाने की कितनी लागत आएगी?

उत्तर- बड़े डिब्बे की विमाएँ 25 सेमी × 20 सेमी × 5 सेमी हैं।

l = 25 सेमी, b = 20 सेमी और h = 5 सेमी

बड़े डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(lb + bh + hl)

= 2[(25 × 20) + (20 × 5) + (5 × 25)]

= 2(500 + 100 + 125)

= 2 × 725

= 1450 वर्ग सेमी

250 डिब्बों का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 250 × 1450 = 3,62,500 वर्ग सेमी

छोटे डिब्बे की विमाएँ 15 सेमी × 12 सेमी × 5 सेमी हैं।

L = 15 सेमी, B = 12 सेमी व H = 5 सेमी

छोटे डिब्बे का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2(LB + BH + HL)

= 2[(15 × 12) + (12 × 5) + (5 × 15)]

= 2[180 + 60 + 75]

= 2 × 315

= 630 वर्ग सेमी

250 डिब्बों का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 630 × 250 = 1,57,500 वर्ग सेमी

प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बों का कुल पृष्ठ = (3,62,500 + 1,57,500) वर्ग सेमी = 5,20,000 वर्ग सेमी

अतिव्याप्तता (overlaps) के लिए आरक्षित क्षेत्रफल = 5,20,000 का 5% $= 5{,}20{,}000 \times \frac{5}{100} = 26{,}000$ वर्ग सेमी

डिब्बों के निर्माण में लगे गत्ते का कुल क्षेत्रफल = (5,20,000 + 26,000) वर्ग सेमी = 5,46,000 वर्ग सेमी

डिब्बों के निर्माण हेतु लागत = कुल गत्ते का क्षेत्रफल × मूल्य-दर = 5,46,000 वर्ग सेमी × ₹ 4 प्रति हजार वर्ग सेमी

$$= \frac{546000 \times 4}{100} = ₹\,2184$$

अत: प्रत्येक प्रकार के 250 डिब्बे बनवाने की लागत = ₹ 2184

प्रश्न 8 परवीन अपनी कार खड़ी करने के लिए, एक सन्दूक के प्रकार के ढाँचे जैसा एक अस्थायी स्थान तिरपाल की सहायता से बनाना चाहती है, जो कार को चारों ओर से ऊपर से ढक ले (सामने वाला फलक लटका हुआ होगा जिसे घुमाकर ऊपर किया जा सकता है)। यह मानते हुए कि सिलाई के समय लगा तिरपाल का अतिरिक्त कपड़ा नगण्य होगा, आधार विमाओं 4 मीटर × 3 मीटर और ऊँचाई 2.5 मीटर वाले इस ढाँचे को बनाने के लिए कितने तिरपाल की आवश्यकता होगी?

उत्तर- ढाँचे की विमाएँ 4 मीटर × 3 मीटर × 2.5 मीटर हैं।

l = 4 मीटर, b = 3 मीटर व h = 2.5 मीटर

ढाँचे का परिणाम = 2(लम्बाई + चौड़ाई) = 2(4 + 3) = 14

ढाँचे का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = परिमाप × ऊँचाई = 14 × 2.5 = 35 वर्ग मीटर

छत या ऊपर के पृष्ठ का क्षेत्रफल = 4 × 3 = 12 वर्ग मीटर

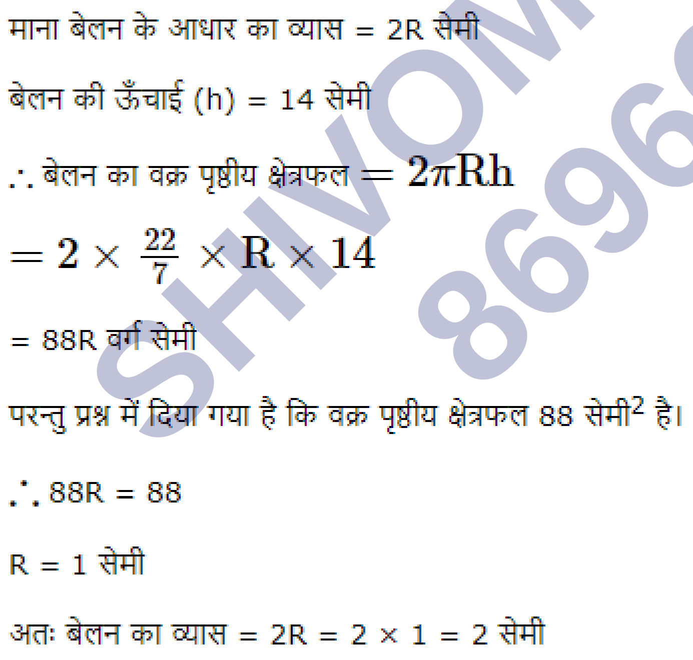
कुल क्षेत्रफल = 35 + 12 = 47 वर्ग मीटर

अत: ढाँचे के निर्माण में 47 वर्ग मीटर तिरपाल की आवश्यकता होगी।

प्रश्नावली 13.2 (पृष्ठ संख्या 259-260)

प्रश्न 1 ऊँचाई 14 सेमी वाले एक लम्बवृत्तीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 सेमी^{2} है। बेलन के आधार का व्यास ज्ञात कीजिए। $\pi = \frac{22}{7}$

उत्तर-



माना बेलन के आधार का व्यास = 2R सेमी

बेलन की ऊँचाई (h) = 14 सेमी

$\therefore$ बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi Rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times R \times 14$

= 88R वर्ग सेमी

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 88 सेमी^{2} है।

$\therefore$ 88R = 88

R = 1 सेमी

अतः बेलन का व्यास = 2R = 2 × 1 = 2 सेमी

प्रश्न 2 धातु की एक चादर से 1 मीटर ऊँची और 140 सेमी व्यास के आधार वाली एक बन्द बेलनाकार टंकी बनाई जानी है। इस कार्य के लिए कितने वर्ग मीटर चादर की आवश्यकता होगी?

उत्तर-

दिया है, धातु की टंकी का व्यास = 140 सेमी

$\therefore$ धातु की टंकी की त्रिज्या (r) $= \frac{140}{2}$ सेमी = 70 सेमी

$= \frac{70}{100}$ मीटर

$= 0.7$ मीटर

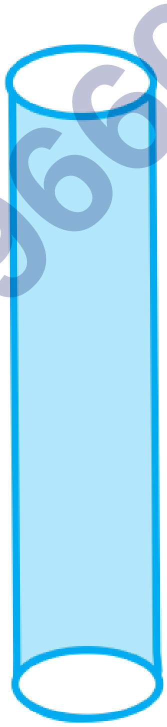
टंकी की ऊँचाई (h) = 1 मीटर

$\therefore$ टंकी का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(h + r)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times (1 + 0.7)$

$= 4.4 \times 1.7 = 7.48$ वर्ग मीटर

प्रश्न 3 धातु का एक पाइप 77 सेमी लम्बा है। इसके एक अनुप्रस्थ काट का आन्तरिक व्यास 4 सेमी और बाहरी व्यास 4.4 सेमी है, ज्ञात कीजिए:



i. आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।
ii. बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।
iii. कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल।

उत्तर-

दिया है, धातु के पाइप की लम्बाई या ऊँचाई (h) = 77 सेमी

पाइप के अनुप्रस्थ काट का आन्तरिक व्यास = 4 सेमी

$\therefore$ पाइप के अनुप्रस्थ काट की आन्तरिक त्रिज्या (r) $= \frac{4}{2}$ सेमी = 2 सेमी

पाइप के अनुप्रस्थ काट का बाहरी व्यास = 4.4 सेमी

$\therefore$ पाइप के अनुप्रस्थ काट की बाहरी त्रिज्या (R) $= \frac{4.4}{2}$ सेमी = 2.2 सेमी

i. आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 77$ वर्ग सेमी

$= 968$ वर्ग सेमी

ii. बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi Rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.2 \times 77$

$= 2 \times 22 \times 2.2 \times 11$

$= 1064.8$ वर्ग सेमी

iii. कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल + बाहरी पृष्ठीय क्षेत्रफल + दोनों वलयाकार सिरों का क्षेत्रफल

$= 968 + 1064.8 + 2\pi(R^2 - r^2)$

$= 2032.8 + 2 \times \frac{22}{7}\left[(2.2)^2 - (2)^2\right]$

$= 2032.8 + 2 \times \frac{22}{7}(4.84 - 4)$

$= 2032.8 + \left(2 \times \frac{22}{7} \times 0.84\right)$

$= (2032.8 + 5.28)$

$= 2038.08$ वर्ग सेमी

प्रश्न 4 एक रोलर (roller) का व्यास 84 सेमी है और लम्बाई 120 सेमी है। एक खेल के मैदान को एक बार समतल करने के लिए 500 चक्कर लगाने पड़ते हैं। खेल के मैदान का m^2 में क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, रोलर का व्यास = 84 सेमी = 0.84 मीटर

रोलर की त्रिज्या (r) $= \frac{0.84}{2}$ = 0.42 मीटर

और रोलर की लम्बाई (l) = 120 सेमी = 1.20 मीटर

रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh = 2\pi rl$ (h = l)

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 120$$

$= 3.168$ वर्ग मीटर

रोलर द्वारा 1 चक्कर लगाकर समतल किया गया क्षेत्रफल = 3.168 वर्ग मीटर

रोलर द्वारा 500 चक्कर लगाकर समतल किया गया क्षेत्रफल = 500 × 3.168 = 1584 वर्ग मीटर

अतः खेल के मैदान का क्षेत्रफल = 1584 वर्ग मीटर

प्रश्न 5 किसी बेलनाकार स्तम्भ का व्यास 50 सेमी है और ऊँचाई 3.5 मीटर है। ₹ 12.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से इस स्तम्भ के वक्र पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, बेलनाकार स्तम्भ का व्यास = 50 सेमी = 0.5 मीटर

बेलनाकार स्तम्भ की त्रिज्या (r) $= \frac{0.5}{2}$ मीटर = 0.25 मीटर

और स्तम्भ की ऊँचाई (h) = 3.5 मीटर

बेलनाकार स्तम्भ का वक्र पृष्ठ $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.25 \times 3.5$$

$= 5.5$ वर्ग मीटर

स्तम्भ पर पेंट कराने का व्यय = वक्र पृष्ठ × रंगवाने की मूल्य-दर = 5.5 × 12.50 = 368.75

अतः स्तम्भ पर पेंट कराने का व्यय = ₹ 68.75

प्रश्न 6 एक लम्बवृत्तीय बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4.4m^2 है। यदि बेलन के आधार की त्रिज्या 0.7 मीटर है तो उसकी ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

माना लम्बवृत्तीय बेलन की ऊँचाई h मीटर है।

बेलन की त्रिज्या (r) = 0.7 मीटर

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.7 \times h = 4.4h$$

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4.4 वर्ग मीटर है।

4.4h = 4.4

h = 1 मीटर

अतः बेलन की ऊँचाई = 1 मीटर

प्रश्न 7 किसी वृत्ताकार कुएँ का आन्तरिक व्यास 3.5 मीटर है और यह 10 मीटर गहरा है। ज्ञात कीजिए-

i. आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।
ii. ₹ 40 प्रति मीटर^2 की दर से इसके वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय।

उत्तर-

दिया है, वृत्ताकार कुएँ का आन्तरिक व्यास = 3.5 मीटर

वृत्ताकार कुएँ की आन्तरिक त्रिज्या (r) $= \frac{3.5}{2}$ मीटर

तथा कुएँ की गहराई (h) = 10 मीटर

i. आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{3.5}{2} \times 10 = 110$ वर्ग मीटर

ii. वक्र पृष्ठ पर प्लास्टर कराने का व्यय = कुएँ का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल × प्लास्टर का प्रति वर्ग मीटर मूल्य

= 110 × 40 = 4400

प्रश्न 8 गरम पानी द्वारा गरम रखने वाले एक संयन्त्र में 28 मीटर लम्बाई और 5 सेमी व्यास वाला एक बेलनाकार पाइप है। इस संयन्त्र में गर्मी देने वाला कुल कितना पृष्ठ है?

उत्तर-

दिया है, बेलनाकार पाइप का व्यास = 5 सेमी = 0.05 मीटर

बेलनाकार पाइप की त्रिज्या (r) $= \frac{0.05}{2}$ = 0.025 मीटर

और पाइप की लम्बाई (l) = 28 मीटर

पाइप की वक्र पृष्ठ $= 2\pi rh = 2\pi rl$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.025 \times 28$

$= 4.4$ वर्ग मीटर

अत: संयन्त्र में गर्मी देने वाला कुल पृष्ठ = 4.4 वर्ग मीटर

प्रश्न 9 ज्ञात कीजिए।

(i) एक बेलनाकार पेट्रोल की बन्द टंकी का पार्श्व या वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल, जिसका व्यास 4.2 मीटर और ऊँचाई 4.5 मीटर है।

SHIVOM CLASSES
8696608541

(ii) इस टंकी को बनाने में कुल कितना इस्पात (steel) लगा होगा, यदि कुल इस्पात का $\frac{1}{12}$ भाग बनाने में नष्ट हो गया है?

उत्तर-

(i)

दिया है, बेलनाकार टंकी का व्यास = 4.2 मीटर

$\therefore$ टंकी की त्रिज्या (r) $= \frac{4.2}{2}$ मीटर = 2.1 मीटर

और टंकी की ऊँचाई (h) = 4.5 मीटर

अतः टंकी का पार्श्व या वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 4.5$

$= 59.4$ वर्ग मीटर

(ii)

टंकी के दोनों सिरों के पृष्ठों का क्षेत्रफल $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (2.1)^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1$

$= 27.72$ वर्ग मीटर

$\therefore$ टंकी का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = (59.4 + 27.72) वर्ग मीटर = 87.12 वर्ग मीटर

माना टंकी को बनाने में x वर्ग मीटर इस्पात लगा।

टंकी को बनाने की क्रिया में नष्ट इस्पात = x का $\frac{1}{12} = \frac{x}{12}$ भाग

तब तैयार इस्पात का क्षेत्रफल $= x - \frac{x}{12} = \frac{11x}{12}$

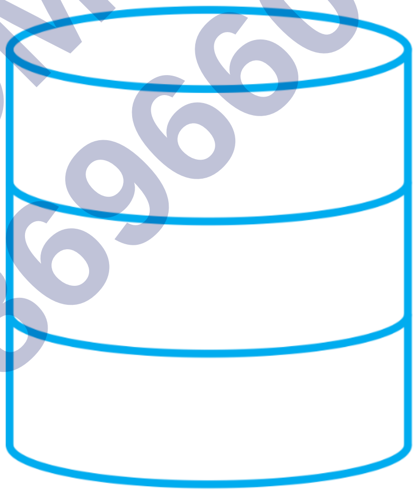
प्रश्नानुसार, $\frac{11x}{12} = 87.12$

$$x = \frac{87.12 \times 12}{11}$$

$x = 95.04$ वर्ग मीटर

अतः टंकी को बनाने में लगा इस्पात = 95.04 वर्ग मीटर

प्रश्न 10 आकृति में, आप एक लैम्पशेड का फ्रेम देख रहे हैं। इसे एक सजावटी कपड़े से ढका जाना है। इस फ्रेम के आधार का व्यास 20 सेमी है और ऊँचाई 30 सेमी है। फ्रेम के ऊपर और नीचे मोड़ने के लिए दोनों ओर 2.5 सेमी अतिरिक्त कपड़ा भी छोड़ा जाना है। ज्ञात कीजिए कि लैम्पशेड को ढकने के लिए कुल कितने कपड़े की आवश्यकता होगी।



उत्तर-

लैम्प शेड वृत्ताकार है।

लैम्प शेड का व्यास = 20 सेमी

लैम्प शेड की त्रिज्या (r) $= \frac{20}{2}$ सेमी = 10 सेमी

और लैम्प शेड की ऊँचाई = 30 सेमी

लैम्प शेड को सजाने में दोनों ओर 2.5 सेमी कपड़ा अतिरिक्त छोड़ा जाता है।

कपड़े की लम्बाई (l) = (30 + 2.5 + 2.5) सेमी = 35 सेमी

कपड़े का क्षेत्रफल $= 2\pi rh = 2\pi rl$ [h = l]

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 10 \times 35$

$= 2200$ वर्ग सेमी

अतः लैम्प शेड को ढकने के लिए आवश्यक कपड़े का क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी होगा।

प्रश्न 11 किसी विद्यालय के विद्यार्थियों से एक आधार वाले बेलनाकार कलमदानों को गत्ते से बनाने और सजाने की प्रतियोगिता में भाग लेने के लिए कहा गया। प्रत्येक कलमदान को 3 सेमी त्रिज्या और 10.5 सेमी ऊँचाई का होना था। विद्यालय को इसके लिए प्रतिभागियों को गत्ता देना था। यदि इसमें 35 प्रतिभागी थे, तो विद्यालय को कितना गत्ता खरीदना पड़ा होगा?

उत्तर- दिया है, कलमदान की त्रिज्या (r) = 3 सेमी

और कलमदान की उंचाई (h) = 10.5 सेमी

$\therefore$ कलमदान का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 3 \times 10.5$

$= 198$ वर्ग सेमी

कलमदान के आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times 3 \times 3$

$= \frac{198}{7}$ वर्ग सेमी

$\therefore$ कलमदान का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \left(198 + \frac{198}{7}\right)$ वर्ग सेमी

$= \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी

$\because$ 1 कलमदान के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= \frac{1584}{7}$ वर्ग सेमी

$\therefore$ 35 कलमदानो के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल $= 35 \times \frac{1584}{7}$

$= 7920$ वर्ग सेमी

अतः विद्यालय को 7920 वर्ग सेमी गत्ता खरीदना होगा।

प्रश्नावली 13.3 (पृष्ठ संख्या 265)

प्रश्न 1 एक शंकु के आधार का व्यास 10.5 सेमी है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 10 सेमी है। इसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $\pi = \frac{22}{7}$

उत्तर-

दिया है, शंकु के आधार का व्यास = 10.5 सेमी

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या $(r) = \frac{10.5}{2}$ सेमी $= \frac{105}{20}$ सेमी $= \frac{21}{4}$ सेमी

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 10 सेमी

शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 10$

$= 165$ वर्ग सेमी

प्रश्न 2 एक शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, जिसकी तिर्यक ऊँचाई 21 मीटर और आधार का व्यास 24 मीटर है।

उत्तर-

दिया है, शंकु के आधार का व्यास = 24 मीटर

∴ शंकु के आधार की त्रिज्या $(\mathrm{r}) = \frac{24}{2}$ मीटर = 12 मीटर

और शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 21 मीटर

∴ शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल

$= \pi \mathrm{rl} + \pi \mathrm{r}^2$

$= \pi \mathrm{r}(\mathrm{l} + \mathrm{r})$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times (21 + 12)$

$= \frac{22}{7} \times 12 \times 33$ वर्ग मीटर

$= \frac{8712}{7}$

$= 1244.57$ वर्ग मीटर

प्रश्न 3 एक शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 सेमी^{2} है और इसकी तिर्यक ऊँचाई 14 सेमी है। ज्ञात कीजिए-

i. आधार की त्रिज्या।
ii. शंकु को कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल।

उत्तर-

i. माना शंकु के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

दिया है, शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 14 सेमी

$\therefore$ शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi \mathrm{rl}$

$$= \frac{22}{7} \times \mathrm{r} \times 14$$

$= 44\mathrm{r}$ वर्ग सेमी

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि शंकु का पृष्ठीय क्षेत्रफल 308 वर्ग सेमी है।

$$\therefore \ 44\mathrm{r} = 308$$

$\mathrm{r} = \frac{308}{44} = 7$ सेमी

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या = 7 सेमी

ii. शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi \mathrm{rl} + \pi \mathrm{r}^2$$

$$= \pi \mathrm{r}(\mathrm{l} + \mathrm{r})$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times (14 + 7)$$

$$= \frac{22}{7} \times 7 \times 21$$

$= 462$ वर्ग सेमी

अतः शंकु का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल = 462 वर्ग सेमी

प्रश्न 4 शंकु के आकार का एक तम्बू 10 मीटर ऊँचा है और उसके आधार की त्रिज्या 24 मीटर है। ज्ञात कीजिए-

i. तम्बू की तिर्यक ऊँचाई
ii. तम्बू में लगे कैनवास (canvas) की लागत, यदि 1 मीटर^2 कैनवास की लागत ₹ 70 है।

उत्तर-

i. दिया है, तम्बू के आधार की त्रिज्या (r) = 24 मीटर तथा ऊँचाई (h) = 10 मीटर

तिर्यक ऊँचाई (l) $= \sqrt{h^2 + r^2}$

$$= \sqrt{(10)^2 + (24)^2}$$

$$= \sqrt{100 + 576}$$

$$= \sqrt{676} = 26 \text{ मीटर}$$

अतः तम्बू की तिर्यक ऊँचाई = 26 मीटर

ii. शंकु के आकार वाले तम्बू का वक्र पृष्ठ $= \pi rl$

$$= \frac{22}{7} \times 24 \times 26 = \frac{13{,}728}{7} \text{ वर्ग मीटर}$$

$\therefore$ तम्बू को बनाने में प्रयुक्त कैनवास का क्षेत्रफल $= \frac{13{,}728}{7}$ वर्ग मीटर

अतः तम्बू में लगे कैनवास की लागत = कैनवास का क्षेत्रफल × 1 वर्ग मीटर कैनवास की लागत

$$= \frac{13{,}728}{7} \times 70 = ₹\ 1,37,280$$

अतः तम्बू में लगे कैनवास की लागत = ₹ 1,37,280

प्रश्न 5 8 मीटर ऊँचाई और आधार की त्रिज्या 6 मीटर वाले एक शंकु के आकार का तम्बू बनाने में 3 मीटर चौड़े तिरपाल की कितनी लम्बाई लगेगी? यह मान कर चलिए कि इसकी सिलाई और कटाई में 20 सेमी तिरपाल अतिरिक्त लगेगा। (π = 3.14) का प्रयोग कीजिए।

उत्तर-

दिया है, शंकु के आधार की त्रिज्या (r) = 6 मीटर तथा शंकु की ऊँचाई (h) = 8 मीटर

∴ शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) $= \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = \sqrt{64 + 36}$

$= \sqrt{100} = 10$ मीटर

∴ तम्बू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

$= 3.14 \times 6 \times 10$

$= 188.40$ वर्ग मीटर

∴ तिरपाल का क्षेत्रफल = तम्बू का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 188.40 वर्ग मीटर

तिरपाल की चौड़ाई = 3 मीटर

$$\therefore \text{ तिरपाल की लम्बाई } = \frac{\text{तिरपाल का क्षेत्रफल}}{\text{चौड़ाई}}$$

$$= \frac{188.40}{3} = 62.80 \text{ मीटर}$$

सिलाई इत्यादि में प्रयुक्त तिरपाल = 20 सेमी = 0.20 मीटर

अतः तिरपाल की कुल लम्बाई = (62.80 + 0.20) मीटर = 63 मीटर

प्रश्न 6 शंकु के आधार की एक गुम्बज की तिर्यक ऊँचाई और आधार का व्यास क्रमशः 25 मीटर और 14 मीटर है। इसकी वक्र पृष्ठ पर ₹ 210 प्रति 100 मीटर^2 की दर से सफेदी कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, शंक्वाकार गुंबज के आधार का व्यास = 14 मीटर

$\therefore$ शंक्वाकार गुंबज के आधार की त्रिज्या (r) $= \frac{14}{2}$ मीटर = 7 मीटर

तथा गुंबज की तिर्यक ऊँचाई (l) = 25 मीटर

$\therefore$ गुंबज का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi rl$

$= \frac{22}{7} \times 7 \times 25 = 550$ वर्ग मीटर

$\because$ 100 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 210

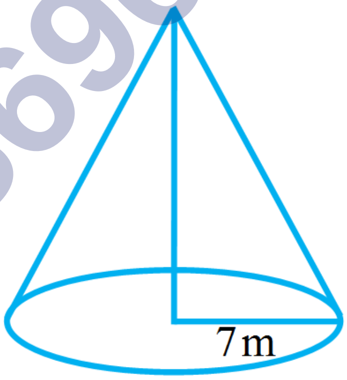
$\therefore$ 1 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ $\frac{210}{100}$

$\therefore$ 550 वर्ग मीटर पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय $= \frac{210}{100} \times 550 =$ ₹ 1155

अतः गुंबज के वक्र पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय = ₹ 1155

प्रश्न 7 एक जोकर की टोपी एक शंकु के आकार की है, जिसके आधार की त्रिज्या 7 सेमी और ऊँचाई 24 सेमी है। इसी प्रकार की 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवश्यक गत्ते का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर-



दिया है, जोकर की टोपी शंक्वाकार है।

$\therefore$ टोपी के आधार की त्रिज्या (r) = 7 सेमी

तथा टोपी की ऊँचाई (h) = 24 सेमी

$\therefore$ टोपी की तिर्यक ऊँचाई (l) $= \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{(24)^2 + (7)^2}$

$= \sqrt{5769 + 49} = \sqrt{625} = 25$ सेमी

$\therefore$ टोपी का वक्र पृष्ठ $= \pi r l = \frac{22}{7} \times 7 \times 25$

$= 550$ वर्ग सेमी

$\because$ 1 टोपी बनाने के लिए आवशयक गत्ते का क्षेत्रफल = 550 वर्ग सेमी

$\therefore$ 10 टोपियाँ बनाने के लिए आवशयक गत्ते का क्षेत्रफल = 10 × 550 = 5500 वर्ग सेमी

अतः आवशयक गत्ते का क्षेत्रफल = 5500 वर्ग सेमी

प्रश्न 8 किसी बस स्टॉप को पुराने गत्ते से बने 50 खोखले शंकुओं द्वारा सड़क से अलग किया हुआ है। प्रत्येक शंकु के आधार का व्यास 40 सेमी है और ऊँचाई 1 मीटर है। यदि इन शंकुओं की बाहरी पृष्ठों को पेंट करवाना है और पेंट की दर ₹ 12 प्रति मीटर^2 है तो इनको पेंट कराने में कितनी लागत आएगी?

$\left(\pi = 3.14 \text{ और } \sqrt{1.04} = 1.02 \text{ का प्रयोग कीजिए।}\right)$

उत्तर-

दिया है, शंकु के आधार का व्यास = 40 सेमी

शंकु के आधार की त्रिज्या (r) $= \frac{40}{2}$ सेमी = 20 सेमी = 0.20 मीटर

और शंकु की ऊँचाई (h) = 1 मीटर

$\therefore$ शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) $= \sqrt{h^2 + r^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (0.2)^2} = \sqrt{1.04} = 1.02$ मीटर

शंकु का तिर्यक पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

= 3.14 × 0.2 × 1.02 = 0.64056 वर्ग मीटर

∴ 50 शंकुओं का तिर्यक पृष्ठीय क्षेत्रफल = 50 × 0.64056 = 32.028 वर्ग मीटर

∴ 50 शंकुओं पर सफेदी कराने का व्यय = तिर्यक पृष्ठीय क्षेत्रफल × मूल्य-दर

= 32.028 × 12 = ₹ 384.336

= ₹ 384.34 लगभग

अतः शंकुओं पर सफेदी कराने में लगभग ₹ 384.34 व्यय होंगे।

प्रश्नावली 13.4 (पृष्ठ संख्या 269-270)

प्रश्न 1 निम्न त्रिज्या वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। $\pi = \frac{22}{7}$

(i) 10.5 सेमी।

(ii) 5.6 सेमी।

(iii) 14 सेमी।

उत्तर-

(i)

दिया है, गोले की त्रिज्या (r) = 10.5 सेमी

∴ गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 10.5 \times 10.5 = 13.86$ वर्ग सेमी

(ii)

दिया है, गोले की त्रिज्या (r) = 5.6 सेमी

∴ गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 5.6 \times 5.6 = 394.24$ वर्ग सेमी

(iii)

दिया है, गोले की त्रिज्या (r) = 14 सेमी

$\therefore$ गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 = 2464$ वर्ग सेमी

प्रश्न 2 निम्न व्यास वाले गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए-

(i) 14 सेमी।

(ii) 21 सेमी।

(iii) 3.5 सेमी।

उत्तर-

(i)

दिया है, गोले की व्यास = 14 सेमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या (r) $= \frac{14}{2}$ सेमी = 7 सेमी

$\therefore$ गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 616$ वर्ग सेमी

(ii)

दिया है, गोले की व्यास = 21 सेमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या (r) $= \frac{21}{2}$ सेमी

$\therefore$ गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \times \frac{21}{2} = 1386$ वर्ग सेमी

(iii)

दिया है, गोले का व्यास = 3.5 मीटर

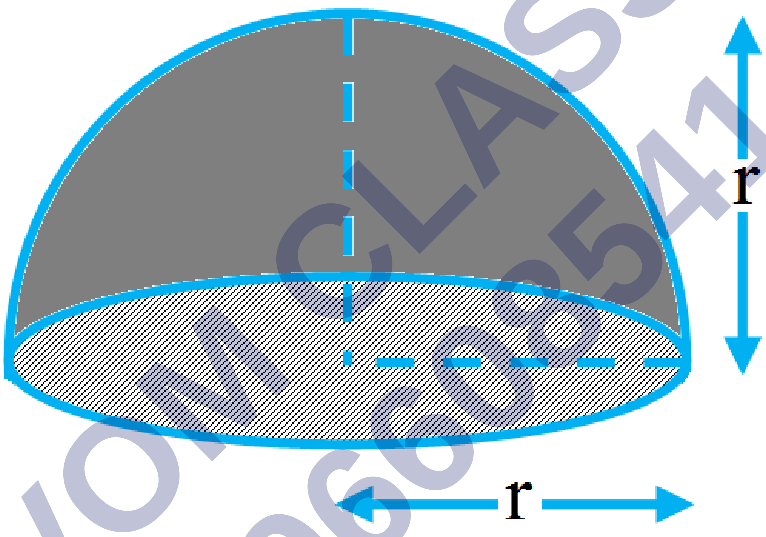
$\therefore$ गोले की त्रिज्या (r) $= \frac{3.5}{2}$ मीटर $= \frac{35}{20}$ मीटर $= \frac{7}{4}$ मीटर

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

$= 4 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} = 38.5$ वर्ग मीटर

प्रश्न 3 10 सेमी त्रिज्या वाले एक अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = 3.14$ लीजिए)

उत्तर-



दिया है, गोले की त्रिज्या (r) = 10 सेमी

अतः अर्द्धगोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल

$= 2\pi r^2 + \pi r^2$

$= 3\pi r^2$

$= 3 \times 3.14 \times 10 \times 10$

$= 942$ वर्ग सेमी

(**नोट-** अर्द्धगोले का पृष्ठ गोले के पृष्ठ का आधा नहीं होता। इसमें अर्ध-भाग के साथ एक समान त्रिज्या का वृत्तीय आधार बढ़ जाता है।)

प्रश्न 4 एक गोलाकार गुब्बारे में हवा भरने पर, उसकी त्रिज्या 7 सेमी से 14 सेमी हो जाती है। इन दोनों स्थितियों में, गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, पहले गुब्बारे की त्रिज्या (r) = 7 सेमी

गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2 = 4 \times \pi \times 7 \times 7$

$= 196\pi$ वर्ग सेमी

हवा भरने के बाद गुब्बारे की त्रिज्या (R) = 14 सेमी

हवा भरने के बाद गुब्बारे का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi R^2 = 4\pi \times 14 \times 14$

$= 784\pi$ वर्ग सेमी

अत: गुब्बारे के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात $= 196\pi : 784\pi = 1 : 4$

प्रश्न 5 पीतल से बने एक अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास 10.5 सेमी है। ₹ 16 प्रति 100 सेमी^{2} की दर से इसके आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक व्यास = 10.5 सेमी $= \frac{105}{10}$ सेमी $= \frac{21}{2}$ सेमी

$\therefore$ अर्द्धगोलाकार कटोरे का आन्तरिक त्रिज्या (r) $= \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} = \frac{21}{4}$ सेमी

$\therefore$ कटोरे का आन्तरिक पृष्ठ $= 2\pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} = \frac{693}{4}$ वर्ग सेमी

अतः कटोरे के आन्तरिक पृष्ठ पर कलई कराने का व्यय = कटोरे का आन्तरिक पृष्ठ × व्यय की दर

$\frac{693}{4} \times \frac{16}{100} =$ ₹ 27.72

प्रश्न 6 उस गोले की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है।

उत्तर-

माना गोले की त्रिज्या r सेमी है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि गोले का पृष्ठ 154 वर्ग सेमी है।

$$\therefore\ 4\pi r^2 = 154$$

$$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$$

$$\Rightarrow r^2 \times \frac{154\times7}{4\times22} = \frac{49}{4}$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}\text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow r = 3.5\text{ सेमी}$$

अतः गोले की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी

प्रश्न 7 चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। इन दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

माना पृथ्वी का व्यास $= d_1$

तब, चन्द्रमा का व्यास $= \frac{d_1}{4}$

$\therefore$ पृथ्वी की त्रिज्या $(r_1) = \frac{d_1}{2}$

चन्द्रमा की त्रिज्या $(r_2) = \frac{d_1}{2\times4} = \frac{d_1}{8}$

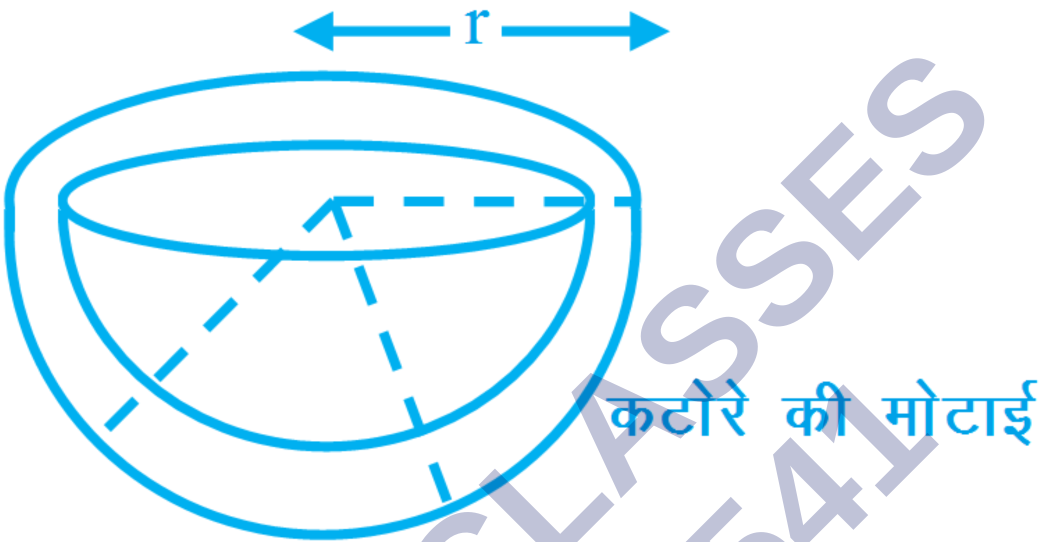
पृथ्वी की पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r_1^2 = 4\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 = \pi d_1^2$

चन्द्रमा का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi\left(\frac{d_1}{8}\right)^2 = 4\pi\frac{d_1^2}{64} = \frac{\pi d_1^2}{16}$

चन्द्रमा तथा पृथ्वी का पृष्ठीय क्षेत्रफलो में अनुपात $= \frac{\pi d_1^2}{16} : \frac{\pi d_1^2}{1} = \frac{1}{16} : 1$ या $1 : 16$

प्रश्न 8 एक अर्द्धगोलाकार कटोरा 0.25 सेमी मोटी स्टील से बना है। इस कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या 5 सेमी है। कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर-



SHIVOM CLASSES
8696608541

दिया है, कटोरे की आन्तरिक त्रिज्या (r) = 5 सेमी

कटोरे की चादर की मोटाई (d) = 0.25 सेमी

∴ कटोरे की बाहरी त्रिज्या (R) = आन्तरिक त्रिज्या + चादर की मोटाई

$= 5 + 0.25 = 5.25$ सेमी

कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi R^2$

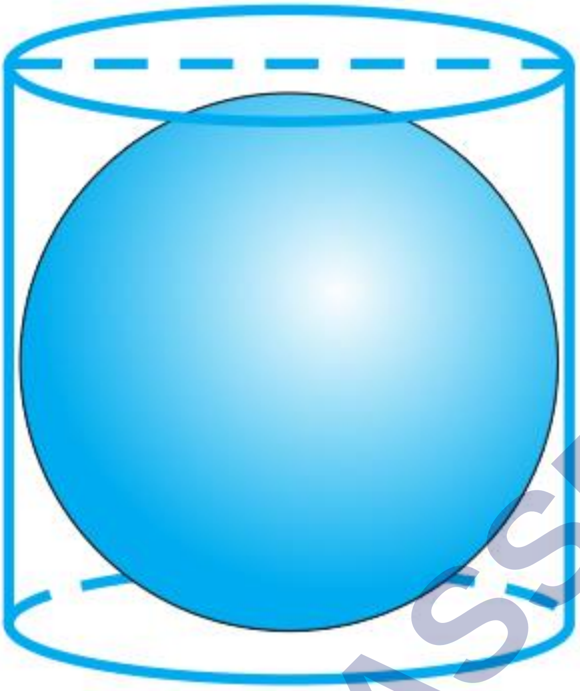
$= 2 \times \frac{22}{7} \times 5.25 \times 5.25$ वर्ग सेमी

$= 173.25$ वर्ग सेमी

अतः कटोरे का बाहरी वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = 173.25 वर्ग सेमी

प्रश्न 9 संलग्न चित्र में, एक लम्बवृत्तीय बेलन त्रिज्या r वाले एक गोले को पूर्णतया घेरे हुए है। ज्ञात कीजिए।

i. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल।
ii. बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।
iii. ऊपर (i) और (ii) में प्राप्त क्षेत्रफलों का अनुपात।



उत्तर-

चित्र में लम्बवृत्तीय बेलन गोले को पूर्णतया घेरे हुए है।

बेलन की त्रिज्या (R) = गोले की त्रिज्या (r)

i. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

ii. बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi RH$

चित्र से स्पष्ट है कि बेलन की ऊँचाई $H = 2r$

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi R(2r)$

बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi R(2r) = 2\pi r\ (2r) = 4\pi r^2\ (\because\ R = r)$

अतः बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi r^2$

iii. उक्त दोनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों में अनुपात $= 4\pi r^2 : 4\pi r^2 = 1 : 1$

प्रश्नावली 13.5 (पृष्ठ संख्या 273)

प्रश्न 1 माचिस की डिब्बी की माप 4 सेमी × 2.5 सेमी × 1.5 सेमी हैं। ऐसी 12 डिब्बियों के एक पैकेट का आयतन क्या होगा?

उत्तर- माचिस की डिब्बी की माप 4 सेमी × 2.5 सेमी × 1.5 सेमी है।

l = 4 सेमी, b = 2.5 सेमी तथा h = 1.5 सेमी

माचिस की डिब्बी का आयतन = lbh

= 4 × 2.5 × 1.5 = 15 घन सेमी

अतः 12 माचिसों के पैकेट का आयतन = 15 × 12 = 180 घन सेमी

प्रश्न 2 एक घनाभाकार पानी की टंकी 6 मीटर लम्बी, 5 मीटर चौड़ी और 45 मीटर गहरी है। इसमें कितने लीटर पानी आ सकता है? (1 घन मीटर =1000 लीटर)

उत्तर- दिया है, घनाभाकार टंकी की लम्बाई (l) = 6 मीटर, चौड़ाई (b) = 5 मीटर और गहराई (h) = 4.5 मीटर।

टंकी का आयतन = lbh

= 6 × 5 × 4.5

= 135 घन मीटर

टंकी में समाहित हो सकने वाले पानी का आयतन = 135 घन मीटर

= 135 × 1000 लीटर

= 1,35,000 लीटर (1 घन मीटर = 1000 लीटर)

अतः टंकी में 135,000 लीटर पानी आ सकता है।

प्रश्न 3 एक घनाभाकार बर्तन 10 मीटर लम्बा और 8 मीटर चौड़ा है। इसको कितना ऊँचा बनाया जाए कि इसमें 380 घन मीटर द्रव आ सके?

उत्तर- माना बर्तन h मीटर ऊँचा बनाया जाए।

दिया है, घनाभाकार बर्तन की लम्बाई (l) = 10 मीटर

और चौड़ाई (b) = 8 मीटर

घनाभाकार बर्तन का आयतन = lbh

= 10 × 8 × h

= 80h घन मीटर

प्रश्नानुसार, बर्तन में समा सकने वाले द्रव का आयतन 380 घन मीटर है।

80h = 380

⇒ h = 4.75 मीटर

अतः बर्तन की ऊँचाई = 4.75 मीटर

प्रश्न 4 8 मीटर लम्बा, 6 मीटर चौड़ा और 3 मीटर गहरा एक घनाभाकार गड्ढा खुदवाने में ₹ 30 प्रति घन मीटर की दर से होने वाला व्यय ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दिया है, घनाभाकार गड्ढे की लम्बाई (l) = 8 मीटर, चौड़ाई (b) = 6 मीटर तथा गहराई (h) = 3 मीटर

गल्ले का आयतन = lbh

= 8 × 6 × 3

= 144 घन मीटर

1 घन मीटर गड्ढा खुदवाने का व्यय = ₹ 30

144 घन मीटर गड्ढा खुदवाने का व्यये = 30 × 144 = ₹ 4320

अतः गड्ढा खुदवाने में होने वाला व्यय = ₹ 4320

प्रश्न 5 एक घनाभाकार पानी की टंकी की धारिता 50,000 लीटर पानी की है। यदि इस टंकी की लम्बाई और गहराई क्रमशः 2.5 मीटर और 10 मीटर है तो इसकी चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना टंकी की चौड़ाई 5 मीटर है।

दिया है, टंकी की लम्बाई (l) = 2.5 मीटर

और टंकी की गहराई (h) = 10 मीटर।

घनाभाकार टंकी का आयतन = lbh

= 2.5 × b × 10

= 25b घन मीटर

टंकी की धारिता = घनाभाकार टंकी का आयतन = 25b घन मीटर

= 25b × 1000 लीटर (1 घन मीटर = 1000 लीटर)

= 25,000b लीटर

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि टंकी की धारिता 50,000 लीटर है।

25,000b = 50,000

⇒ b = 2 मीटर

अतः टंकी की चौड़ाई = 2 मीटर

प्रश्न 6 एक गाँव जिसकी जनसंख्या 4000 है, को प्रतिदिन प्रति व्यक्ति 150 लीटर पानी की आवश्यकता है। इस गाँव में 20 मीटर × 15 मीटर × 6 मीटर मापों वाली एक टंकी बनी हुई है। इस टंकी का पानी वहाँ कितने दिन के लिए पर्याप्त होगा?

उत्तर- दिया है, गाँव की जनसंख्या = 4000

प्रति व्यक्ति प्रतिदिन पानी की आवश्यकता = 150 लीटर

प्रतिदिन गाँव के लिए आवश्यक पानी की मात्रा = 4000 × 150 लीटर

= 6,00,000 लीटर

= 600 घन मीटर (1000 लीटर = 1 घन मीटर)

टंकी का आयतन = l × b × h

= 20 × 15 × 6

= 1800 घन मीटर

अतः पानी से भरी टंकी गाँव के लिए $\frac{1800}{600} = 3$ दिन के लिए पर्याप्त होगी।

प्रश्न 7 किसी गोदाम की मापें 40 मीटर × 25 मीटर × 10 मीटर हैं। इस गोदाम में 1.5 मीटर × 1.25 मीटर × 0.5 मीटर की माप वाले लकड़ी के कितने अधिकतम क्रेट (crate) रखे जा सकते हैं?

उत्तर- माना लकड़ी के n क्रेट रखे जा सकते हैं।

प्रत्येक क्रेट की माप 1.5 मीटर × 1.25 मीटर × 0.5 मीटर है।

प्रत्येक क्रेट का आयतन = 1.5 × 1.25 × 0.5

= 0.9375 घन मीटर

सभी n क्रेट्स का आयतन = 09375n घन मीटर

गोदाम का आयतन = 40 मीटर × 25 मीटर × 10 मीटर

= 10,000 घन मीटर

गोदाम का आयतन लकड़ी के n क्रेट्स के आयतन के बराबर होना चाहिए।

0.9375n = 10,000

$$n = \frac{10000}{0.9375} = 10666$$

अत: गोदाम में 10666 क्रेट्स रखे जा सकते हैं।

प्रश्न 8 12 सेमी भुजा वाले एक ठोस घन को बराबर आयतन वाले 8 घनों में काटा जाता है। नए घन की भुजा क्या होगी? साथ ही, इन दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- 12 सेमी भुजा वाले ठोस घन का आयतन = $(12)^3$

= 12 × 12 × 12

= 1728 घन सेमी

इस घने को 8 समान आयतन वाले घनों में काटा जाता है।

$\therefore$ प्रत्येक घन का आयतन $\frac{1728}{8} = 216$ घन सेमी

$\because$ नए घन का आयतन = प्रत्येक घन का आयतन = 216 घन सेमी

$\therefore$ नए घन की भुजा $= \sqrt[3]{216}$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3}$$

$$= \sqrt[3]{(2)^3 \times (3)^3}$$

$= 2 \times 3 = 6$ सेमी

पहले वाले मूलधन का पृष्ठीय क्षेत्रफल = 6 × (भुजा)^2

= 6 × $(6)^2$

= 6 × 6 × 6

= 216 वर्ग सेमी

∴ दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात = 864 : 216 = 4 : 1

अतः नए घन की भुजा = 6 सेमी और दोनों घनों के पृष्ठीय क्षेत्रफल का अनुपात = 4 : 1

प्रश्न 9 3 मीटर गहरी और 40 मीटर चौड़ी एक नदी 2 किमी प्रति घण्टा की चाल से बह कर समुद्र में गिरती है। एक मिनट में समुद्र में कितना पानी गिरेगा?

उत्तर- दिया है, नदी की गहराई = 3 मीटर और चौड़ाई = 40 मीटर

नदी का परिच्छेद क्षेत्रफल (sectional area) = 3 × 40 = 120 वर्ग मीटर

नदी के पानी की चाल 2 किमी प्रति घण्टा है।

1 मिनट में नदी के विस्थापित पानी की लम्बाई $= \frac{2\times1000}{60} = \frac{100}{3}$ मीटर

1 मिनट में समुद्र में गिरने वाले पानी का आयतन = 1 मिनट में विस्थापित पानी की लम्बाई × नदी का परिच्छेद क्षेत्रफल

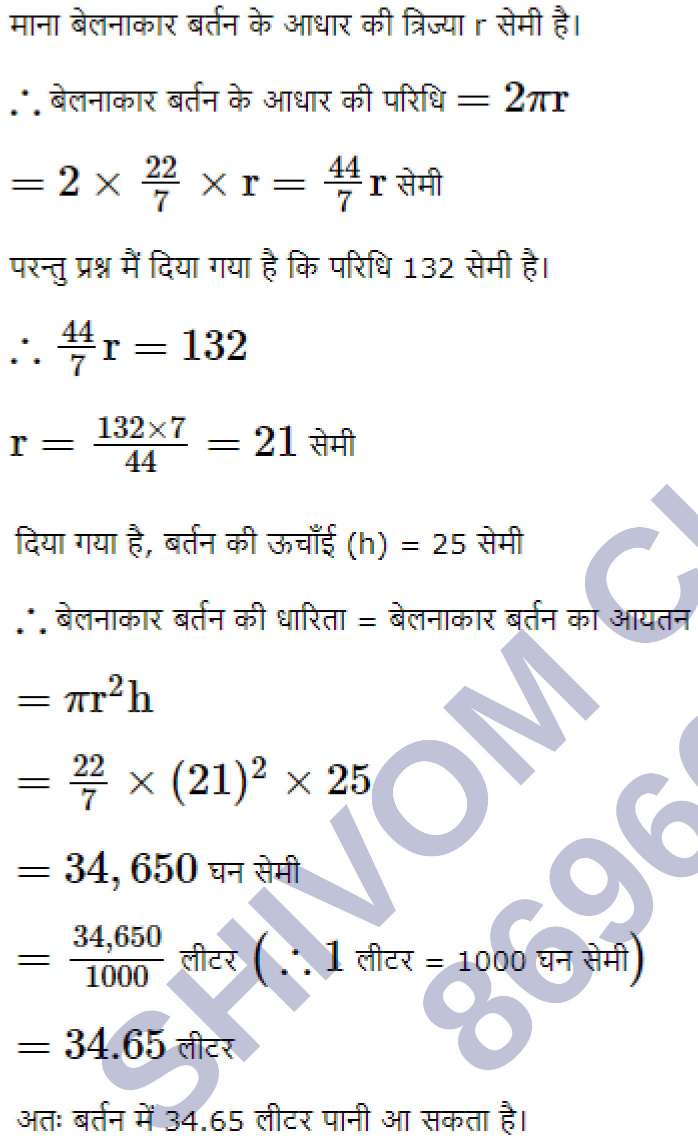
$= \frac{100}{3} \times 120 = 4000$ घन मीटर

अतः 1 मिनट में समुद्र में 4000 लीटर पानी गिरेगा।

प्रश्नावली 13.6 (पृष्ठ संख्या 276)

प्रश्न 1 एक बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि 132 सेमी और उसकी ऊँचाई 25 सेमी है। इस बर्तन में कितने लीटर पानी आ सकता है? (1000 सेमी3 = 1 लीटर) $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

उत्तर-



माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन के आधार की परिधि $= 2\pi r$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times r = \frac{44}{7} r$ सेमी

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि परिधि 132 सेमी है।

$\therefore \frac{44}{7} r = 132$

$r = \frac{132 \times 7}{44} = 21$ सेमी

दिया गया है, बर्तन की ऊचाँई (h) = 25 सेमी

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की धारिता = बेलनाकार बर्तन का आयतन

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (21)^2 \times 25$

$= 34,650$ घन सेमी

$= \frac{34,650}{1000}$ लीटर $\left(\because 1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी}\right)$

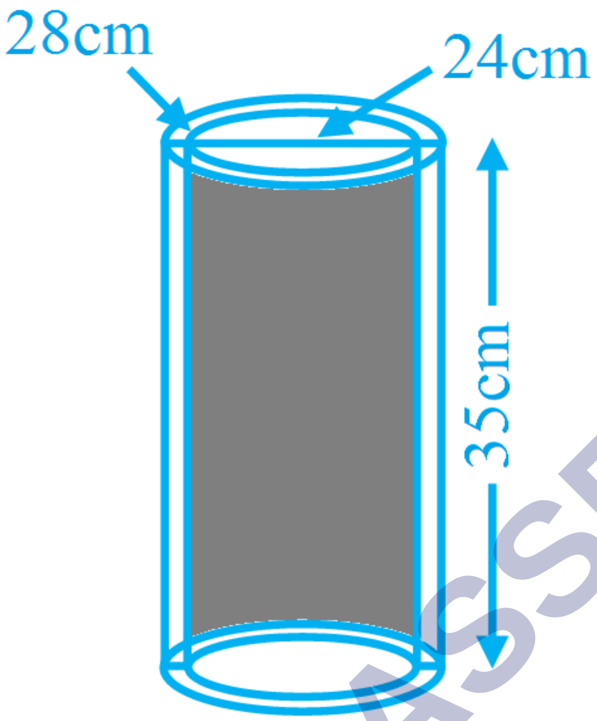
$= 34.65$ लीटर

अतः बर्तन में 34.65 लीटर पानी आ सकता है।

SHIVOM CLASSES
8696608541

प्रश्न 2 एक लकड़ी के बेलनाकार पाइप का आन्तरिक व्यास 24 सेमी है और बाहरी व्यास 28 सेमी है। इस पाइप की लम्बाई 35 सेमी है। इस पाइप का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए यदि 1 सेमी लकड़ी का द्रव्यमान 0.6 ग्राम है।

उत्तर-



दिया है, लकड़ी के बेलनाकार पाइप का आन्तरिक व्यास = 24 सेमी

$\therefore$ आन्तरिक त्रिज्या (r) $= \frac{24}{2} = 12$ सेमी

और लकड़ी के बेलनाकार पाइप का बाह्य व्यास = 28 सेमी

$\therefore$ बाह्य त्रिज्या (R) $= \frac{28}{2} = 14$ सेमी

पाइप की लम्बाई (h) = 35 सेमी

$\therefore$ पाइप के खोखले भाग का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \pi \times (12)^2 \times 35$ घन सेमी

$= 5040\pi$ घन सेमी

और लकड़ी सहित पाइप के खोखले भाग का आयतन $= \pi R^2 h$

$= \pi \times (14)^2 \times 35$ घन सेमी

$= 6860\pi$ घन सेमी

$\therefore$ पाइप की लकड़ी का आयतन $= (6860\pi - 5040\pi)$ घन सेमी

$= 1820\pi$ घन सेमी

$= 1820 \times \frac{22}{7}$

$= 5720$ घन सेमी

∴ पाइप का द्रव्यमान = लकड़ी का द्रव्यमान

= लकड़ी का आयतन × 1 मात्रक लकड़ी का द्रव्यमान

$= 5720 \times 0.6$ ग्राम

$= 3432$ ग्राम

$= \frac{3432}{1000}$ किग्रा

पाइप का द्रव्यमान = 3.432 किग्रा

प्रश्न 3 एक सोफ्ट ड्रिंक (soft drink) दो प्रकार के पैकों में उपलब्ध है-

i. लम्बाई 5 सेमी और चौड़ाई 4 सेमी वाले एक आयताकार आधार का टिन का डिब्बा जिसकी ऊँचाई 15 सेमी है और

ii. व्यास 7 सेमी वाले वृत्तीय आधार और 10 सेमी ऊँचाई वाला एक प्लास्टिक का बेलनाकार डिब्बा। किस डिब्बे की धारिता अधिक है और कितनी अधिक है?

उत्तर-

i. दिया है, टिन के डिब्बे की लम्बाई (l) = 5 सेमी

चौड़ाई (b) = 4 सेमी

और ऊँचाई (h) = 15 सेमी

टीन के डिब्बे की धारिता = lbh

= 5 × 4 × 15

= 300 घन सेमी

ii. वृत्तीय आधार वाले डिब्बे का व्यास = 7 सेमी

वृत्तीय आधार वाले डिब्बे की त्रिज्या (r) = 7/2 सेमी

और डिब्बे की ऊँचाई (h') = 10 सेमी

$$\text{बेलनाकार डिब्बे की धारिता} = \pi r^2 h'$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 10 \text{ घन सेमी}$$

$$= 385 \text{ घन सेमी}$$

अतः स्पष्ट है कि बेलनाकार डिब्बे की धारिता 85 घन सेमी अधिक है।

प्रश्न 4 यदि एक बेलन का पाश्र्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 94.2 सेमी^{2} है और उसकी ऊँचाई 5 सेमी है तो ज्ञात कीजिए-

i. आधार की त्रिज्या।
ii. बेलन का आयतन (π=3.14 लीजिए)

उत्तर-

i. माना बेलन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

दिया है, बेलन की ऊँचाई (h) = 5 सेमी

$$\text{बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 2\pi rh$$

$$= 2 \times 3.14 \times r \times 5$$

$$= 314 \text{ वर्ग सेमी}$$

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि बेलन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल 94.2 सेमी है।

$$31.4r = 94.2$$

$$r = 3 \text{ सेमी}$$

अतः बेलन के आधार की त्रिज्या = 3 सेमी

ii. दिया है, बेलन की त्रिज्या (r) = 3 सेंमी तथा बेलन की ऊँचाई (h) = 5 सेमी

बेलन का आयतन $= \pi r^2 h$

$= 3.14 \times 3 \times 3 \times 5$

$= 3.14 \times 45$

$= 1413$ घन सेमी

अतः बेलन का आयतन = 141.3 घन सेमी

प्रश्न 5 10 मीटर गहरे एक बेलनाकार बर्तन के आन्तरिक वक्र पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय ₹ 2200 है। यदि पेंट कराने की दर ₹ 20 प्रति मीटर^2 है, तो ज्ञात कीजिए-

i. बर्तन को आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।
ii. आधार की त्रिज्या।
iii. बर्तन की धारिता।

उत्तर-

i. दिया है, बेलनाकार बर्तन की गहराई = 10 मीटर

बेलनाकार बर्तन के आन्तरिक व्रक पृष्ठ को पेंट कराने का व्यय = ₹ 2200

पेंट करने की व्यय दर = ₹ 20 प्रति वर्ग मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का आन्तरिक व्रक पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \frac{2200}{20} = 110$ वर्ग मीटर

अतः बर्तन का आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 110 वर्ग मीटर है।

ii. माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या (r) सेमी है।

दिया है, बर्तन की गहराई (h) = 10 मीटर

तब, बर्तन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times r \times 10$

$= \frac{440}{7} r$ वर्ग मीटर

परन्तु बर्तन का आन्तरिक पृष्ठ = 110 वर्ग मीटर

$\therefore \frac{440}{7} r = 110$

$r = \frac{7 \times 110}{440} = \frac{7}{4}$ मीटर

$r = 1.75$ मीटर

अतः बर्तन के आधार की त्रिज्या = 1.75 मीटर है।

iii. $\because$ बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या (r) $= \frac{7}{4}$ मीटर

तथा गहराई (h) = 10 मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की धारिता $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times 10$

$= \frac{385}{4}$ घन मीटर

अतः बेलनाकार बर्तन की धारिता = 96.25 घन मीटर

प्रश्न 6 ऊँचाई 1 मीटर वाले एक बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है। इसको बनाने के लिए कितने वर्ग मीटर धातु की शीट की आवश्यकता होगी?

उत्तर-

माना बेलनाकार बर्तन के आधार की त्रिज्या r मीटर है।

दिया है, बर्तन की ऊँचाई (h) = 1 मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन की धारिता $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times r^2 \times 1$

$= \frac{22}{7} r^2$ घन मीटर

$= \frac{22}{7} r^2 \times 1000$ लीटर

$= \frac{22000}{7} r^2$ लीटर ($\because$ 1 घन मीटर = 1000 लीटर)

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि बेलनाकार बर्तन की धारिता 15.4 लीटर है।

$\therefore \frac{22000}{7} r^2 = 15.4$

$r^2 = \frac{15.4 \times 7}{22000} = \left(\frac{7}{100}\right)^2$

$r = \frac{7}{100} = 0.07$ मीटर

$\therefore$ बर्तन का वक्र पृष्ठ $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.07 \times 1$

$= 0.44$ वर्ग मीटर

बर्तन के सिरों के दोनों पृष्ठों का क्षेत्रफल $= 2 \times \pi r^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times (0.07)^2$

$= 0.0308$ वर्ग मीटर

$\therefore$ बेलनाकार बर्तन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = (0.44 + 0.0308) वर्ग मीटर

= 0.4708 वर्ग मीटर

अतः बर्तन को बनाने हेतु आवश्यक शीट = 0.4708 वर्ग मीटर

प्रश्न 7 सीसे की एक पेंसिल (lead pencil) लकड़ी के एक बेलन के अभ्यन्तर में ग्रेफाइट (graphite) से बने ठोस बेलन को डाल कर बनाई गई है। पेंसिल का व्यास 7 मिमी है और ग्रेफाइट का व्यास 1 मिमी है। यदि पेंसिल की लम्बाई। 14 सेमी है तो लकड़ी का आयतन और ग्रेफाइट का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, पेंसिल का व्यास = 7 मिमी = 0.7 सेमी

$\therefore$ पेंसिल की त्रिज्या (r) $= \frac{0.7}{2}$ सेमी = 0.35 सेमी

तथा पेंसिल की लम्बाई (h) = 14 सेमी

$\therefore$ पेंसिल का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 0.35 \times 0.35 \times 14$

$= 5.39$ घन सेमी

ग्रेफाइट रॉड का व्यास = 1 मिमी = 0.1 सेमी

$\therefore$ ग्रेफाइट रॉड की त्रिज्या (r') $= \frac{0.1}{2} = 0.05$ सेमी

ग्रेफाइट रॉड की लम्बाई (h) = 14 सेमी

$\therefore$ ग्रेफाइट रॉड का आयतन $= \pi r'^2 h$

$= \frac{22}{7} \times 0.05 \times 0.05 \times 14$

$= 0.11$ घन सेमी

$\therefore$ पेंसिल में लगी लकड़ी का आयतन = (5.39 - 0.11) घन सेमी

= 5.28 घन सेमी

अतः लकड़ी का आयतन 5.28 घन सेमी और ग्रेफाइट का आयतन 0.11 घन सेमी है।

प्रश्न 8 एक अस्पताल (hospital) के एक रोगी को प्रतिदिन 7 सेमी व्यास वाले एक बेलनाकार कटोरे में सूप (soup) दिया जाता है। यदि यह कटोरा सूप से 4 सेमी ऊँचाई तक भरा जाता है तो इस अस्पताल में 250 रोगियों के लिए प्रतिदिन कितना सूप तैयार किया जाता है?

उत्तर-

दिया है, बेलनाकार कटोरे का व्यास = 7 सेमी

कटोरे की त्रिज्या (r) $= \frac{7}{2}$ सेमी

और कटोरे की ऊँचाई (h) = 4 सेमी

कटोरे में डाले गए सूप का आयतन $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 4 = 154$ घन सेमी

1 रोगी के लिए आवश्यक सूप की मात्रा = 154 घन सेमी

250 रोगियों के लिए आवश्यक सूप की मात्रा = 250 × 154

= 38,500 घन सेमी

अतः प्रतिदिन 38,500 घन सेमी सूप तैयार किया जाता है।

प्रश्नावली 13.7 (पृष्ठ संख्या 279-280)

प्रश्न 1 उस लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसकी-

(i) त्रिज्या 6 सेमी और ऊँचाई 7 सेमी है। $\pi = \frac{22}{7}$

(ii) त्रिज्या 3.5 सेमी और ऊँचाई 12 सेमी है। $\pi = \frac{22}{7}$

उत्तर-

(i)

दिया है, लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या (r) = 6 सेमी तथा ऊँचाई (h) = 7 सेमी

$\therefore$ लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 7$

$= 264$ घन सेमी

अतः लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन = 264 घन सेमी

(ii)

दिया है, लम्बवृत्तीय शंकु की त्रिज्या (r) = 3.5 सेमी $= \frac{7}{2}$ सेमी

तथा शंकु की ऊँचाई (h) = 12 सेमी

$\therefore$ लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 12$

$= 154$ घन सेमी

अतः लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन = 154 घन सेमी

प्रश्न 2 शंकु के आकार के उस बर्तन की लीटरों में धारिता ज्ञात कीजिए जिसकी-

(i) त्रिज्या 7 सेमी और तिर्यक ऊँचाई 25 सेमी है।

(ii) ऊँचाई 12 सेमी और तिर्यक ऊँचाई 13 सेमी है।

उत्तर-

(i) माना शंकु के आकर वाले बर्तन की सीधी ऊँचाई h सेमी है।

दिया है, शंकु के आकार वाले बर्तन की त्रिज्या (r) = 7 सेमी

तथा तिर्यक ऊँचाई (l) = 25 सेमी

$\therefore r^2 + h^2 = l^2$

$\Rightarrow 7^2 + h^2 = 25^2$

$\Rightarrow h^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$

$\Rightarrow h = \sqrt{576}$ सेमी = 24 सेमी

$\therefore$ शंकु के आकर के बर्तन का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 24$

$= 1232$ घन सेमी

$\therefore$ बर्तन की धारिता = 1232 घन सेमी $= \frac{1232}{1000} = 1.232$ लीटर $\left[\because\right.$ 1 लीटर = 1000 घन सेमी$\left.\right]$

अतः बर्तन की धारिता = 1.232 लीटर

(ii) माना शंकु के आकर वाले बर्तन के आधार की त्रिज्या r सेमी है।

दिया है, बर्तन की ऊँचाई (h) = 12 सेमी और

तथा बर्तन की तिर्यक ऊँचाई (l) = 13 सेमी

$\because r^2 + h^2 = l^2$

$\Rightarrow r^2 + 144 = 169$

$\Rightarrow r^2 = 169 - 144 = 25$

$\Rightarrow r = \sqrt{25} = 5$ सेमी

तब, बर्तन का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times 12$

$= \frac{2200}{7}$ घन सेमी

$\therefore$ बर्तन की धारिता $= \frac{2200}{7}$ घन सेमी

$= \frac{2200}{7 \times 1000}$ लीटर

$= \frac{11}{35}$ लीटर $(\because$ 1 लीटर = 1000 घन सेमी$)$

अतः बर्तन की धारिता $= \frac{11}{35}$ लीटर

प्रश्न 3 एक शंकु की ऊँचाई 15 सेमी है। यदि इसका आयतन 1570 सेमी^{3} है तो इसके आधार की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (π = 3.14 प्रयोग कीजिए।)

उत्तर- माना शंकु के आकर की त्रिज्या r सेमी है।

दिया है, शंकु की ऊंचाई (h) = 15 सेमी

$$\therefore \text{शंकु का आयतन} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times r^2 \times 15$$

$$= 15.70 r^2 \text{ घन सेमी}$$

परन्तु प्रश्न में दिया गया है, कि शंकु का आयतन = 1570 सेमी^{3}

$$\therefore\ 15.70 r^2 = 1570$$

$$r^2 = \frac{1570}{15.70} = \frac{1{,}57{,}000}{1{,}570} = 100$$

$$r = \sqrt{100} = 10 \text{ सेमी}$$

अतः शंकु के आधार की त्रिज्या 10 सेमी है।

प्रश्न 4 यदि 9 सेमी ऊँचाई वाले एक लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन 48π सेमी^{3} है तो इसके आधार का व्यास ज्ञात कीजिए।

उत्तर- माना शंकु के आधार का व्यास 2r सेमी है।

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या = r सेमी

दिया है, शंकु की ऊँचाई (h) = 9 सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 9$

$= 3\pi r^2$ घन सेमी

परन्तु प्रश्न में दिया गया है, कि शंकु का आयतन 48π घन सेमी है।

$\therefore\ 3\pi r^2 = 48\pi$

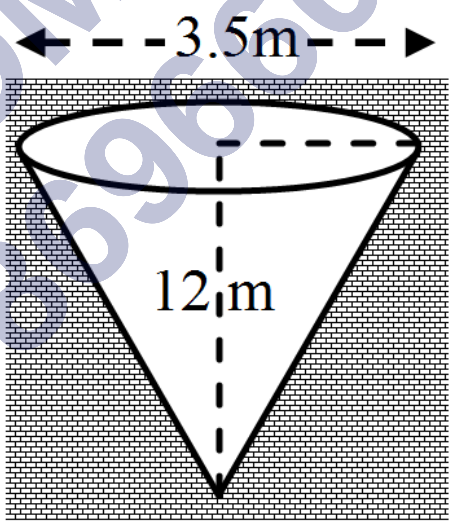
$r^2 = \frac{48\pi}{3\pi} = 16$

$r = 4$ सेमी

अतः शंकु के आधार का व्यास = 2 × 4 = 8 सेमी है।

प्रश्न 5 ऊपरी व्यास 3.5 मीटर वाले शंकु के आकार का एक गड्ढा 12 मीटर गहरा है। इसकी धारिता किलोलीटरों में कितनी है?

उत्तर-



दिया है, शंकु के ऊपरी सिरे का व्यास = 3.5 मीटर

$\therefore$ शंकु की त्रिज्या (r) $= \frac{3.5}{2}$ मीटर

$= \frac{35}{20}$ मीटर $= \frac{7}{4}$ मीटर

तथा गड्ढे की गहराई (h) = 12 मीटर

तब गड्ढे का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^2 \times 12$$

$$= \frac{77}{2} = 38.5$$

अतः गड्ढे की धारिता = 38.5 घन मीटर या किलोमीटर

प्रश्न 6 एक लम्बवृत्तीय शंकु का आयतन 9856 सेमी है। यदि इसके आधार का व्यास 28 सेमी है तो ज्ञात कीजिए-

i. शंकु की ऊँचाई।
ii. शंकु की तिर्यक ऊँचाई।
iii. शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।

उत्तर-

दिया है, शंकु के आधार का व्यास = 28 सेमी

$\therefore$ शंकु के आधार की त्रिज्या (r) $= \frac{28}{2}$ सेमी = 14 सेमी

शंकु का आयतन = 9856 घन सेमी

i. माना शंकु की ऊँचाई h सेमी है।

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times h$

$= \frac{616}{3} h$ घन सेमी

परन्तु प्रश्नानुसार, शंकु का आयतन = 9856 घन सेमी

$\therefore \frac{616}{3} h = 9856$

$h = \frac{9856 \times 3}{616}$

$h = 48$ सेमी

अतः शंकु की ऊँचाई = 48 सेमी है।

ii. माना शंकु की तिर्यक ऊँचाई l सेमी है।

$\because l^2 = r^2 + h^2$

$l^2 = (14)^2 + (48)^2$ $\left[\because r = 14 \text{ सेमी व } h = 48 \text{ सेमी}\right]$

$l^2 = 196 + 2304 = 2500$

$l = \sqrt{2500}$

$= 50$ सेमी

अतः शंकु की तिर्यक ऊँचाई 50 सेमी है।

iii. दिया है, शंकु की त्रिज्या (r) = 14 सेमी

शंकु की तिर्यक ऊँचाई (l) = 50 सेमी

$\therefore$ शंकु का वक्र पृष्ठ $= \pi r l$

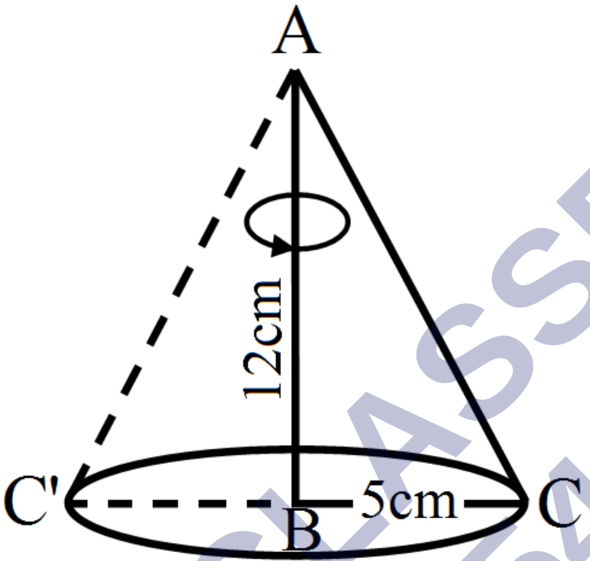
$= \frac{22}{7} \times 14 \times 50$

$= 2,200$ वर्ग सेमी

अतः शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 2200 वर्ग सेमी है।

प्रश्न 7 भुजाओं 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी वाले एक समकोण त्रिभुज ABC को भुजा 12 सेमी के परितः घुमाया जाता है। इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर-



$\because$ $\triangle ABC$ को 12 सेमी वाली भुजा AB के परितः घुमाया जाता है।

$\therefore$ शंकु की ऊँचाई (h) = 12 सेमी और

शंकु की त्रिज्या (r) = शंकु की दूसरी भुजा = 5 सेमी

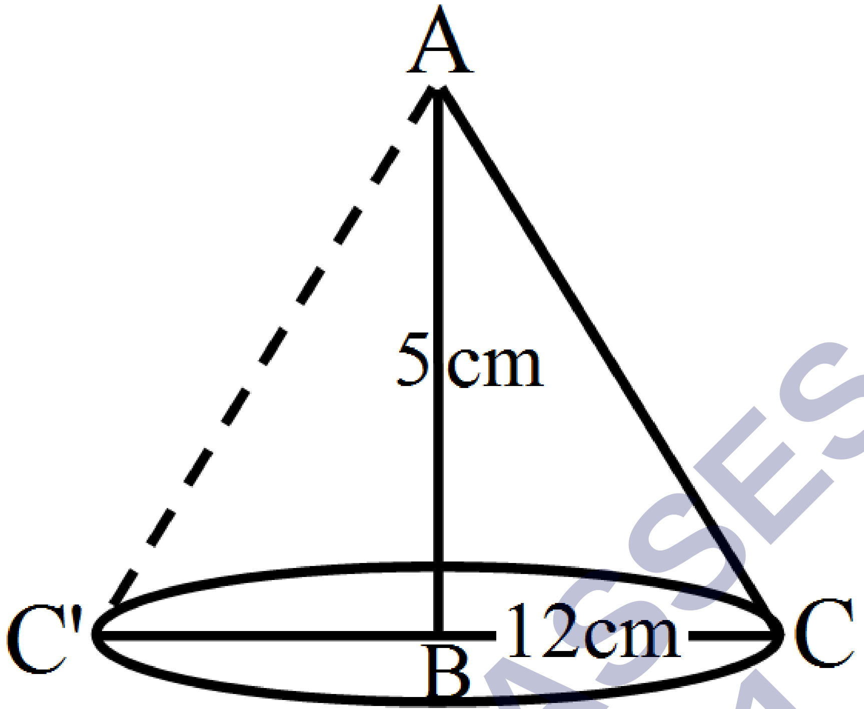
$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (5)^2 \times 12$

$= 100\pi$ घन सेमी

प्रश्न 8 भुजाओं 5 सेमी, 12 सेमी और 13 सेमी के त्रिभुज ABC को यदि भुजा 5 सेमी के परितः घुमाया जाए, तो इस प्रकार प्राप्त ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए, और दोनों ठोसों के आयतनों का अनुपात भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर-



$\because \triangle ABC$ को 12 सेमी वाली भुजा AB के परितः घुमाया जाता है।

$\therefore$ शंकु की ऊँचाई (h) = 12 सेमी, और

शंकु की त्रिज्या (r) = शंकु की दूसरी = 5 सेमी

$\therefore$ शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$= \frac{1}{3} \times \pi \times (12)^2 \times 5$

$= 240\pi$ घन सेमी

अतः दोनों ठोसों के आयतनों का अनुपात $= 100\pi : 240\pi = 5 : 12$

प्रश्न 9 गेहूँ की एक ढेरी 10.5 मीटर व्यास और 3 मीटर ऊँचाई वाले एक शंकु के आकार की है। इसका आयतन ज्ञात कीजिए। इस ढेरी को वर्षा से बचाने के लिए कैनवास से ढंका जाता है। वॉछित कैनवास का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, गेहूं की देरी से बने शंकु की ऊँचाई (h) = 3 मीटर तथा

आधार का व्यास = 10.5 मीटर $= \frac{21}{2}$ मीटर

$\therefore$ आधार की त्रिज्या (r) $= \frac{21}{4}$ मीटर

$\therefore$ शंक्वाकार गेहूं की ढेरी का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \times 3$$

$= \frac{693}{8}$ घन मीटर

$= 86.625$ घन मीटर

शंक्वाकार गेहूं की ढेरी की तिर्यक ऊँचाई (l) $= \sqrt{r^2 + h^2}$

$$= \sqrt{\left(\frac{21}{4}\right)^2 + (3)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{441}{16} + 9} = \sqrt{\frac{441+144}{16}}$$

$$= \sqrt{\frac{441+144}{16}} = \sqrt{\frac{582}{16}}$$

$$= \frac{1}{4} \times \sqrt{585} = \frac{1}{4} \times 24.186$$

$= 6.046 = 6.05$ मीटर

$\therefore$ ढेरी का तिर्यक पृष्ठ $= \pi r l$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{21}{4} \times 6.05$$

$= 99.825$ वर्ग मीटर

अतः ढेरी को ढकने के लिए कैनवास का क्षेत्रफल = 99.825 वर्ग मीटर

प्रश्नावली 13.8 (पृष्ठ संख्या 282-283)

13 पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

प्रश्न 1 उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या निम्नलिखित हैं- $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

(i) 7 सेमी।

(ii) 0.63 मी।

उत्तर-

(i)

दिया है, गोले की त्रिज्या (r) = 7 सेमी

$\therefore$ गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7) = \frac{4}{3} \times 22 \times 7 \times 7$ घन सेमी

$= \frac{4312}{3} = 1437\frac{1}{3}$ घन सेमी

अतः गोले का आयतन $= 1437\frac{1}{3}$ घन सेमी

(ii)

दिया है, गोले की त्रिज्या (r) = 0.63 मीटर

$\therefore$ गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.63)^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.63 \times 0.63 \times 0.63$

$= 1.047816 \approx 1.05$ घन मीटर

अतः गोले का आयतन = 1.05 घन मीटर (लगभग)

प्रश्न 2 उस ठोस गोलाकार गेंद द्वारा हटाए गए (विस्थापित) पानी का आयतन ज्ञात कीजिए, जिसका व्यास निम्न है-

(i) 28 सेमी।

(ii) 0.21 सेमी।

उत्तर-

(i)

दिया है, गोले का व्यास = 28 सेमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या (r) $= \frac{28}{2}$ सेमी = 14 सेमी

$\therefore$ गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (14)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 14$$

$= \frac{34,496}{3} = 11,498\frac{2}{3}$ घन सेमी

अतः गोले का आयतन $= 11,498\frac{2}{3}$ घन सेमी

(ii)

दिया है, गोले का व्यास = 0.21 मीटर

$\therefore$ गोले की त्रिज्या (r) $= \frac{0.21}{2}$ सेमी = 0.21 सेमी

$\therefore$ गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (0.105)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 0.0011576$$

$$= \frac{34,496}{3} = 0.0004851$$

अतः गोले का आयतन = 0.004851 घन मीटर (लगभग)

प्रश्न 3 धातु की एक गेंद का व्यास 4.2 सेमी है। यदि इस धातु का घनत्व 8.9 ग्राम प्रति घन सेमी है, तो इस गेंद का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, गेंद का व्यास 4.2 सेमी है।

$\therefore$ गेंद की त्रिज्या (r) $= \frac{4.2}{2}$ सेमी = 2.1 सेमी

$\therefore$ गेंद का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (2.1)^3$

$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$

$= 4 \times 22 \times 0.1 \times 2.1 \times 2.1$

$= 38.808$ घन सेमी

$\therefore$ गेंद का द्रव्यमान = गेंद का आयतन × गेंद की धातु का घनत्व $\left[\because\right.$ द्रव्यमान = आयतन × घनत्व$\left.\right]$

$= 38.808 \times 8.9$

$= 345.39$ ग्राम (लगभग)

अतः गेंद का द्रव्यमान = 345.39 ग्राम (लगभग)

प्रश्न 4 चन्द्रमा का व्यास पृथ्वी के व्यास का लगभग एक-चौथाई है। चन्द्रमा का आयतन पृथ्वी के आयतन की कौन-सी भिन्न है?

उत्तर-

माना पृथ्वी का व्यास 4D मीटर है।

पृथ्वी की त्रिज्या (R) = 2D मीटर

प्रश्नानुसार,चन्द्रमा का व्यास $= \frac{1}{4} \times$ पृथ्वी का व्यास

$\therefore$ चन्द्रमा का व्यास $= \frac{1}{4} \times 4\mathrm{D} = \mathrm{D}$ मीटर

तब चन्द्रमा का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3$$

$= \frac{\pi D^3}{6}$ घन मीटर

और पृथ्वी का आयतन $= \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(2D)^3$

$= \frac{32\pi D^3}{3}$ घन मीटर

$$\therefore \frac{\text{चन्द्रमा का आयतन}}{\text{पृथ्वी का आयतन}}$$

$$= \frac{\frac{\pi D^3}{6}}{\frac{32\pi D^3}{3}} = \frac{\pi D^3}{6} \times \frac{3}{32\pi D^3} = \frac{1}{64}$$

अतः चन्द्रमा का आयतन, पृथ्वी का आयतन का $\frac{1}{64}$ भाग है।

प्रश्न 5 व्यास 10.5 सेमी वाले एक अर्द्धगोलाकार कटोरे में कितने लीटर दूध आ सकता है।

उत्तर-

दिया है, कटोरे का व्यास = 10.5 सेमी

$\therefore$ कटोरे की त्रिज्या (r) $= \frac{10.5}{2}$ सेमी $= \frac{105}{20}$ सेमी $= \frac{21}{4}$ सेमी

उक्त त्रिज्या वाले अर्द्धगोलाकार कटोरे का आयतन,

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{21}{4}\right)^3$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{3} \times \frac{21}{4} \times \frac{21}{4} \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{4851}{16} = 303.1875 \text{ घन सेमी} \cong 303 \text{ घन सेमी}$$

$$= \frac{303}{1000} \text{ लीटर} = 0.303 \text{ लीटर} \left(\because 1 \text{ लीटर} = 1000 \text{ घन सेमी}\right)$$

अतः कटोरे में 0.303 लीटर दूध आ सकता है।

प्रश्न 6 एक अर्द्धगोलाकार टंकी 1 सेमी मोटी एक लोहे की चादर (sheet) से बनी है। यदि इसकी आन्तरिक त्रिज्या 1 मीटर है, तो इस टंकी के बनाने में लगे लोहे का आयतन ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

दिया है, टंकी अर्द्धगोलाकार है और उसकी आन्तरिक त्रिज्या (r) = 1 मीटर

तथा टंकी की चादर की मोटाई = 1 सेमी $= \frac{1}{100}$ मीटर = 001 मीटर

टंकी की बाह्य त्रिज्या (R) = (1 + 0.01) मीटर = 1.01 मीटर

तब पूरी अर्द्धगोलाकार टंकी का आयतन $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi R^3$

$$= \frac{2}{3}\pi \times (1.01)^3$$

$$= \frac{2}{3}\pi \times 1.030301$$

$$= \frac{2.060602\pi}{3} \text{ घन मीटर}$$

और अर्द्धगोलाकार टंकी के अंदर के खोखले भाग का आयतन $= \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{2}{3}\pi(1)^3 = \frac{2}{3}\pi$ घन मीटर

$\therefore$ अर्द्धगोलाकार टंकी में लगी लोहे की चादर का आयतन $\left(\frac{2.060602\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right)$ घन मीटर

$= \frac{0.060602\pi}{3} = \frac{0.060602\times22}{3\times7}$ घन मीटर

$= 0.06348$ घन मीटर (लगभग)

अतः टंकी में लगी लोहे का आयतन = 0.06348 घन मीटर (लगभग)

प्रश्न 7 उस गोले का आयतन ज्ञात कीजिए जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है।

उत्तर-

माना गोले की त्रिज्या r सेमी है।

$\therefore$ गोले का पृष्ठ $= 4\pi r^2$ वर्ग सेमी

तब प्रश्नानुसार, $4\pi r^2 = 154$

$\Rightarrow 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 154$

$\Rightarrow r^2 = \frac{154\times7}{4\times22} = \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$

$\Rightarrow r = \frac{7}{2}$ सेमी

$\therefore$ गोले का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{2}\right)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$$

$= \frac{539}{3}$ घन सेमी या 179.67 घन सेमी

अतः गोले का आयतन $= \frac{539}{3}$ घन सेमी अथवा लगभग 179.67 घन सेमी

प्रश्न 8 किसी भवन का गुम्बद एक अर्द्धगोले के आकार का है। अन्दर से, इसमें सफेदी कराने में ₹ 498.96 व्यय हुए। यदि सफेदी कराने की दर ₹ 2 प्रति वर्ग मीटर है तो ज्ञात कीजिए-

i. गुम्बद को आन्तरिक वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल।
ii. गुम्बद के अन्दर की हवा का आयतन।

उत्तर-

i. माना अर्द्धगोलाकार गुम्बद की त्रिज्या मीटर है।

अर्द्धगोलाकार गुम्बद खोखला होता है।

गुम्बद का आन्तरिक पृष्ठ $= 2\pi r^2$ वर्ग मीटर

तब गुम्बद के आन्तरिक पृष्ठ पर सफेदी कराने का व्यय $= 2\pi r^2 \times 2 = 4\pi r^2$

परन्तु प्रश्न में दिया गया है कि सफेदी कराने की व्यय ₹ 498.96 है।

$$4\pi r^2 = 498.96$$

$$\therefore\ 4 \times \frac{22}{7} \times r^2 = 498.936$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{498.96 \times 7}{4 \times 22} = 39.69$$

$\Rightarrow \mathrm{r} = \sqrt{39.69} = 6.3$ मीटर

$\therefore$ गुम्बद का आन्तरिक पृष्ठ $= 2\pi \mathrm{r}^2$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 6.3 \times 6.3 = 249.48$ वर्ग मीटर

अतः गुम्बद के आन्तरिक (वक्र) पृष्ठ का क्षेत्रफल = 249.48 वर्ग मीटर

ii. गुम्बद का आयतन $= \frac{2}{3}\pi \mathrm{r}^3$

$= \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times (6.3)^3$

$= \frac{44}{21} \times 250.047$ घन मीटर

$= 523.908$ घन मीटर

अतः गुम्बद के अंदर की हवा का आयतन 523.908 घन मीटर है।

प्रश्न 9 लोहे के सत्ताइस ठोस गोलों को पिघलाकर, जिनमें से प्रत्येक की त्रिज्या r है और पृष्ठीय क्षेत्रफल S है, एक बड़ा गोला बनाया जाता है, जिसका पृष्ठीय क्षेत्रफल S' है। ज्ञात कीजिए-

i. नए गोले की त्रिज्या r'।
ii. S और S' का अनुपात।

उत्तर-

i. दिया है, गोले की त्रिज्या = r और पृष्ठीय क्षेत्रफल = S

तब, गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) $= 4\pi r^2$

और गोले का आयतन (V) $= \frac{4}{3}\pi r^3$

∴ सभी 27 गोलों का आयतन (V') $= 27 \times \frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi r^3$

∴ नए गोले की त्रिज्या r' है,

अतः नए गोले का आयतन (V') $= \frac{4}{3}\pi r'^3$

तब, $\frac{4}{3}\pi r'^3 = 36\pi r^3$

$\Rightarrow r'^3 = 27r^3 = (3r)^3$

$\Rightarrow r' = 3r$

अतः नए गोले की त्रिज्या 3r है, (जहाँ r छोटे गोलों की त्रिज्या है।)

ii. नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल (S') $= 4\pi r'^2$

$= 4\pi(3r)^2$

$\therefore \ S' = 36\pi r^2$

समीकरण (1) व (2) से,

S और S' का अनुपात $= 4\pi r^2 : 36\pi r^2 = 1 : 9$

प्रश्न 10 दवाई का एक कैपसूल (capsule) 3.5 मिमी व्यास का एक गोला (गोली) है। इस कैपसूल को भरने के लिए कितनी दवाई (मिमी में) की आवश्यकता होगी?

उत्तर-

दिया है, दवाई के कैपसूल गोले का व्यास = 3.5 मिमी

$\therefore$ गोले की त्रिज्या (r) $= \frac{3.5}{2}$ मिमी $= \frac{35}{20}$ मिमी $= \frac{7}{4}$ मिमी

तब, कैप्सूल का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{7}{4}\right)^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4}$$

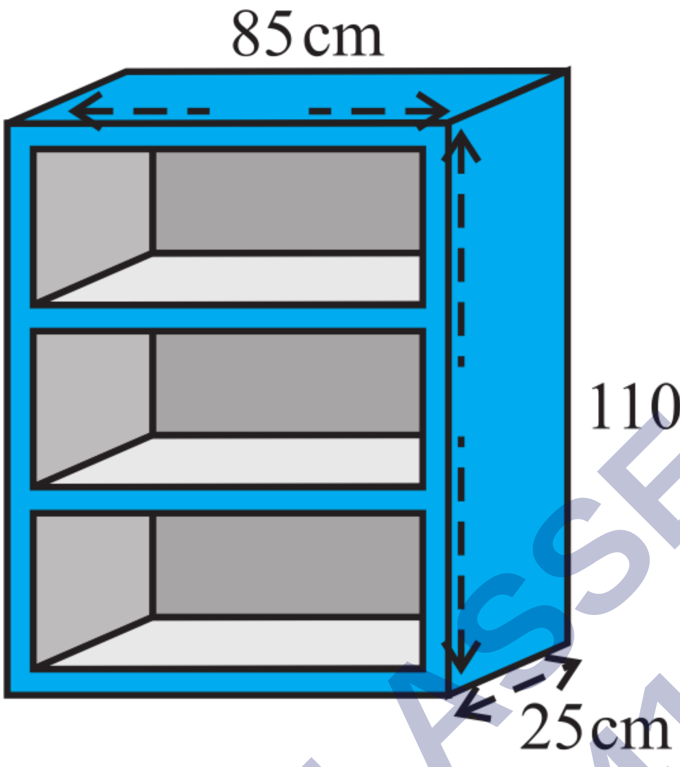
$= \frac{539}{24}$ घन मिमी

$= 22\frac{11}{24}$ घन मिमी अथवा 22.46 घन मिमी लगभग

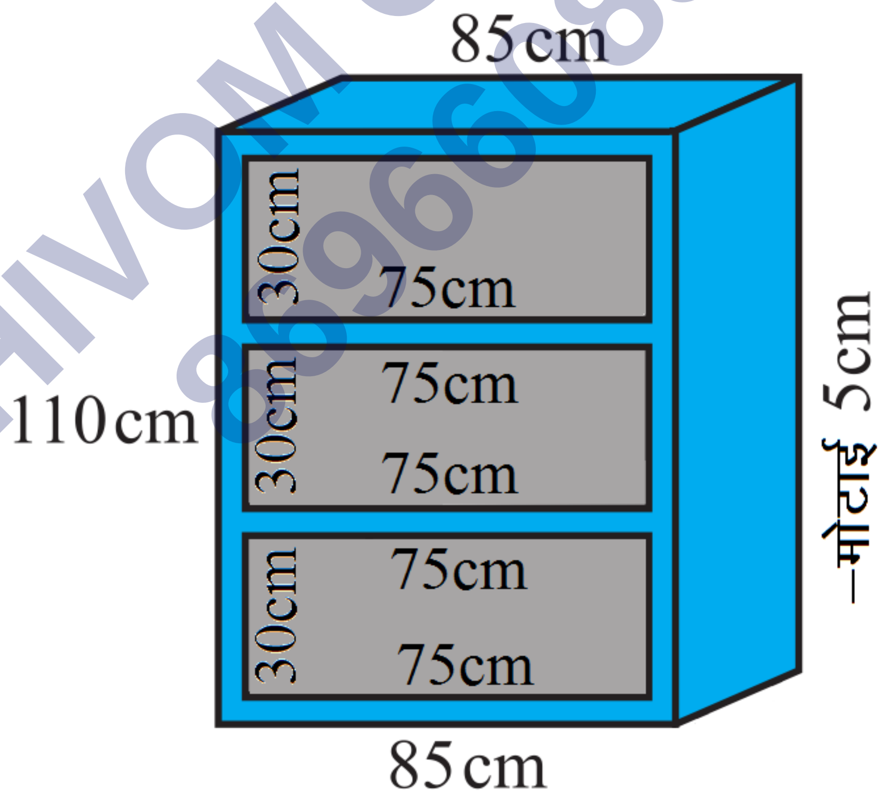
अतः कैप्सूल में भरने के लिए दवाई की मात्रा $22\frac{11}{24}$ घन मिमी या लगभग 22.46 घन मिमी

प्रश्नावली 13.9 (पृष्ठ संख्या 283-284)

प्रश्न 1 एक लकड़ी के बुक-शैल्फ (book- shelf) की बाहरी विमाएँ निम्न हैं ऊँचाई = 110 सेमी, गहराई = 25 सेमी, चौड़ाई = 85 सेमी। प्रत्येक स्थान पर तख्तों की मोटाई 5 सेमी है। इसके बाहरी फलकों पर पॉलिश कराई जाती है और आन्तरिक फलकों पर पेंट किया जाना है। यदि पॉलिश कराने की दर 20 पैसे प्रति सेमी^{2} है और पेंट कराने की दर 10 पैसे प्रति सेमी है तो इस बुक-शैल्फ पर पॉलिश और पेंट कराने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।


85cm
110cm
25cm

उत्तर-


85cm
30cm
75cm
30cm
75cm
75cm
30cm
75cm
75cm
110cm
मोटाई 5cm
85cm

जिस भाग पर पॉलिश होनी है, उसका क्षेत्रफल = 19,100 + 2,600 = 21,700 वर्ग सेमी

अतः पॉलिश कराने का व्यय = 21,700 × 20 पैसे

= 4,34,000 पैसे या ₹ 4,340

बुक-शैल्फ के आन्तरिक पृष्ठ को 3 भागों में चार पट्टिकाओं द्वारा बाँटा गया है।

चारों पट्टिकाओं की चौड़ाई = 4 × 5 = 20 सेमी

प्रत्येक खाने की ऊँचाई $= \frac{110-20}{3}$ = 30 सेमी

और प्रत्येक खाने की आन्तरिक गहराई = 25 - 5 = 20 सेमी

प्रत्येक खाने का आन्तरिक पृष्ठ

= 2[(75 × 20) + (30 × 20)] + (75 × 30) वर्ग सेमी है

= 2[1,500 + 600] + 2,250 वर्ग सेमी

= 4,200 + 2,250

= 6,450 वर्ग सेमी।

सम्पूर्ण बुक-शैल्फ को आन्तरिक पृष्ठ = 3 × 6,450 वर्ग सेमी = 19,350 वर्ग सेमी

बुक-शैल्फ के आन्तरिक पृष्ठ पर पेंट कराने का व्यय = 19,350 × 10 पैसे

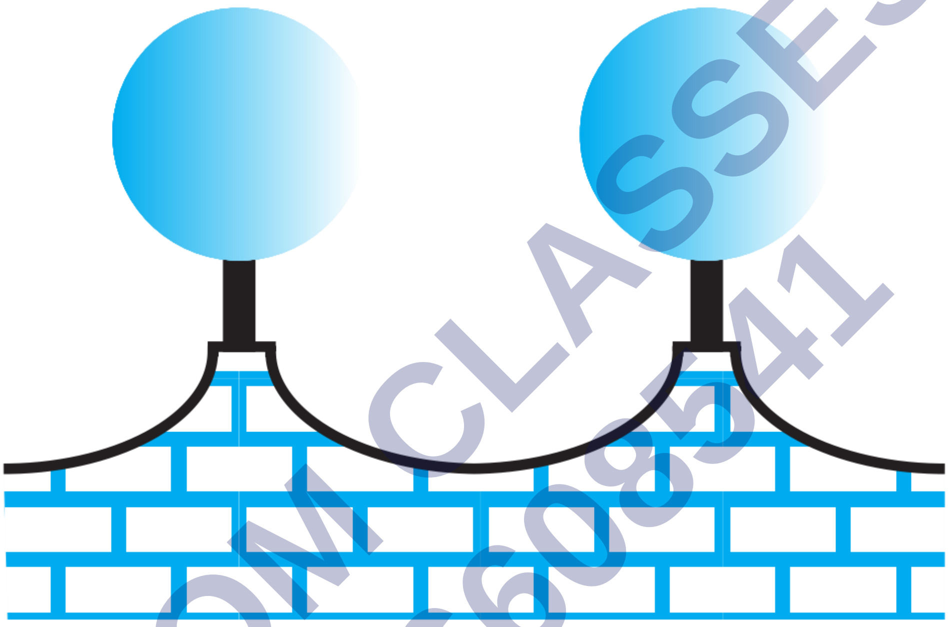
= 1,93,500 पैसे

= ₹ 1,935

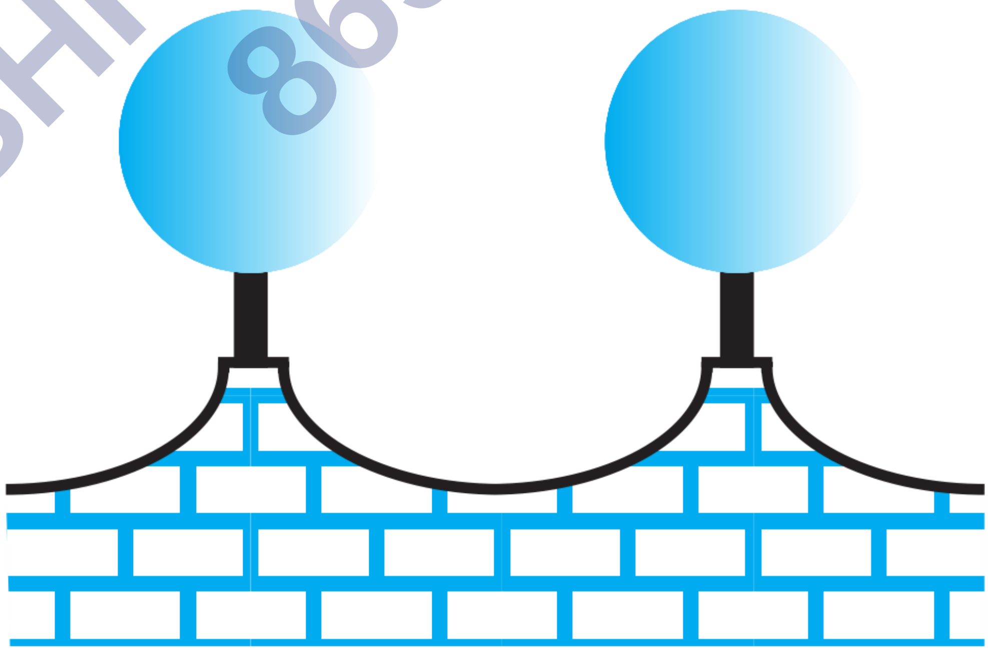
बुक-शैल्फ को रैंगवाने एवं पॉलिश कराने का कुल व्यय = (4,340 + 1,935) = ₹ 6,275

अतः बुक-शैल्फ को रैंगवाने और पॉलिश कराने का व्यय = ₹ 6,275

प्रश्न 2 किसी घर के कम्पाउण्ड की सामने की दीवार को 21 सेमी व्यास वाले लकड़ी के गोलों को छोटे आधारों पर टिका कर सजाया जाता है, जैसा कि आकृति में दिखाया गया है। इस प्रकार के आठ गोलों का प्रयोग इस कार्य के लिए किया जाना है और इन गोलों को चाँदी वाले रंग में पेंट करवाना है। प्रत्येक आधार 1.5 सेमी त्रिज्या और ऊँचाई 7 सेमी का एक बेलन है तथा इन्हें काले रंग से पेंट करवाना है। यदि चाँदी के रंग का पेंट करवाने की दर 25 पैसे प्रति सेमी^{2} तथा काले रंग के पेंट करवाने की दर 5 पैसे प्रति सेमी^{2} हो तो पेंट करवाने का कुल व्यय ज्ञात कीजिए।



उत्तर-



पृष्ठीय क्षेत्रफल जिस पर चाँदी का पेंट होता है,

= 8(गोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल - आधार का क्षेत्रफल जिस पर गोला रखा है)

$$= 8(4\pi R^2 - \pi r^2) = 8\pi(4R^2 - r^2)$$

$$= 8\pi\left[4\left(\frac{21}{2}\right)^2 - (1.5)^2\right]$$

$$= 8\pi\left[4 \times \frac{441}{4} - 2.25\right]$$

$$= 8p(441 - 2.25)$$

$$= 8\pi(438.75) \text{ सेमी}$$

$$= 8 \times \frac{22}{7} \times 438.75$$

$$= \frac{77220}{7} \text{ सेमी}^2$$

$\therefore$ 25 पैसे प्रति वर्ग सेमी की दर से चाँदी का पेंट करवाने का वयय

$$= ₹ \left(\frac{77220}{7} \times \frac{25}{100}\right)$$

$$= ₹\ 2757.86 \text{ (लगभग)}$$

अतः पृष्ठीय क्षेत्रफल जिस पर काला पेंट होना है,

$= 8\times$ बेलन का वक्रपृष्ठ

$= 8 \times 2\pi rh$

$= 8 \times 2 \times \frac{22}{7} \times 1.5 \times 7$

$= 528$ सेमी^{2}

$\therefore$ 5 पैसे प्रति सेमी^{2} की दर से काला पेंट करवाने का वयय $=$ ₹ $\left(528 \times \frac{5}{100}\right) =$ ₹ 26.40

अतः पेंट करवाने का कुल वयय = ₹ 2757.86 + ₹ 26.40

= ₹ 2784.86 (लगभग)

प्रश्न 3 एक गोले के व्यास में 25% की कमी हो जाती है। उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल कितने प्रतिशत कम हो गया है?

उत्तर-

माना गोले का व्यास d है।

गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \left(\because r = \frac{d}{2}\right)$

गोले के व्यास में 25% की कमी हो जाती है।

$\therefore$ नए गोले का व्यास $(d_1) = d - \frac{25d}{100} = \frac{75d}{100} = \frac{3d}{4}$

$\therefore$ नए गोले की त्रिज्या $= \frac{1}{2} \times \frac{3d}{4}$

$\therefore$ नए गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 4\pi\left(\frac{d_1}{2}\right)^2$

$$= 4\pi\left(\frac{1}{2} \times \frac{3d}{4}\right)^2$$

$$= 4\pi\frac{9d^2}{64} = \frac{9\pi d^2}{16}$$

गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में कमी $= \pi d^2\left(1 - \frac{9}{16}\right) = \pi d^2\left(\frac{7}{16}\right)$

$\therefore$ गोले के पृष्ठीय क्षेत्रफल में प्रतिशत कमी $= \left(\pi d^2 \times \frac{7}{16} \times \frac{1}{\pi d^2} \times 100\right)\%$

$$= \left(\frac{700}{16}\right)\% = 43.75\%$$