

गणित

अध्याय-12: बीजीय व्यंजक



बीजीय व्यंजक

बीजीय व्यंजक चरों और अचरों का प्रयोग करके बनता है।

चर राशी

जिस राशि में परिवर्तन होता रहता है उसे चर कहते हैं इन्हें x, y, z इत्यादि से व्यक्त करते हैं।

अचर राशी

जिस राशी का मान सदैव एक समान रहता है उसे अचर राशी कहते हैं, इन्हें a, b, c , इत्यादि से व्यक्त करते हैं।

व्यंजक किस प्रकार बनते हैं?

हम चरों और अचरों को संयोजित करके बीजीय व्यंजकों को बनाते हैं। इसके लिए हम योग, व्यवकलन, गुणन और विभाजन की संक्रियाओं का प्रयोग करते हैं।

उदाहरण: $4x + 5, 10y - 20$

गुणांक

संख्यात्मक गुणनखंड को पद का संख्यात्मक गुणांक या केवल गुणांक कहते हैं। जैसे: $5xy$ में xy का गुणांक 5 है तथा $5y$ का गुणांक x है।

समान पद

जब पदों के बीजीय गुणनखंड एक जैसे ही हों, तो वे पद समान पद कहलाते हैं।

उदाहरण:

$2xy - 3x + 5xy - 4$ में $2xy$ तथा $5xy$ समान पद हैं।

असमान पद

जब पदों के बीजीय गुणनखंड भिन्न-भिन्न हों, तो वे असमान पद कहलाते हैं।

उदाहरण:

$2xy - 3x + 5xy - 4$ में $2xy$ तथा 4 असमान पद हैं।

बीजीय व्यंजकों के योग

जब हम दो बीजीय व्यंजकों को जोड़ते हैं, तो समान पदों को, उपर वर्णित नियम के अनुसार जोड़ किया जाता है; जो समान पद नहीं हैं उन्हें वैसे ही छोड़ दिया जाता है। इस प्रकार, $4x^2 + 3x$ तथा $2x + 3$ का योग $4x^2 + 5x + 3$ है।

बीजीय व्यंजकों के व्यवकलन

जब हम दो बीजीय व्यंजकों को घटाते हैं, तो समान पदों को, उपर वर्णित नियम के अनुसार घटाया जाता है; जो समान पद नहीं हैं उन्हें वैसे ही छोड़ दिया जाता है।

उदाहरण:

$3x + 11$ में से $x - 5$ को घटाने पर

$$= (3x + 11) - (x - 5)$$

$$= 3x + 11 - x + 5$$

$$= 2x + 16$$

परिमाण सूत्र

1. एक समबाहु त्रिभुज का परिमाण = $3 \times$ उसकी भुजा की लंबाई होता है। यदि इस समबाहु त्रिभुज की भुजा की लंबाई को l से व्यक्त करें, तो उसका परिमाण $3l$ होगा।
2. इसी प्रकार, एक वर्ग का परिमाण = $4l$ होता है, जहाँ l वर्ग की भुजा की लंबाई है।
3. एक सम पंचभुज का परिमाण = $5l$ होता है, जहाँ l उसकी भुजा की लंबाई है, इत्यादि।

क्षेत्रफल सूत्र

1. यदि हम एक वर्ग की भुजा को l से व्यक्त करें, तो वर्ग का क्षेत्रफल = l^2 होता है।

- यदि हम एक आयत की लंबाई और चौड़ाई को क्रमशः l और b से व्यक्त करें, तो आयत का क्षेत्रफल $= l \times b = lb$ होता है।
- इसी प्रकार, यदि एक त्रिभुज का आधार b और उचाई h है, तो त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} (b \times h)$

बीजीय व्यंजक सम्बन्धी मुख्य अवधारणाएं और परिणाम

- चरों और अचरों से बीजीय व्यंजक बनते हैं। व्यंजकों को बनाने के लिए, हम चरों और अचरों पर योग, व्यवकलन, गुणन और विभाजन की संक्रियाएँ करते हैं। उदाहरणार्थ, व्यंजक $4xy + 7$ चरों x और y तथा अचरों 4 और 7 से बनाया गया है। अचर 4 तथा चरों x और y को गुणा करके $4xy$ बनाकर उसमें 7 जोड़ कर $4xy + 7$ बनाया जाता है।
- व्यंजक पदों से मिलकर बनते हैं। पदों को जोड़ कर व्यंजक बनाया जाता है। उदाहरणार्थ, पदों $4xy$ और 7 को जोड़ने से व्यंजक $4xy + 7$ बन जाता है।
- एक पद, गुणनखंडों का एक गुणनफल होता है। व्यंजक $4xy + 7$ में पद $4xy$ गुणनखंडों x , y और 4 का एक गुणनफल है। चरों वाले गुणनखंड बीजीय गुणनखंड कहलाते हैं।
- पद का गुणांक उसका संख्यात्मक गुणनखंड होता है। कभी-कभी पद का कोई भी एक गुणनखंड पद के शेष भाग का गुणांक कहलाता है।
- एक या अधिक पदों से बना व्यंजक एक बहुपद कहलाता है। विशिष्ट रूप से, एक पद वाला व्यंजक एकपदी, दो पदों वाला व्यंजक द्विपद तथा तीन पदों वाला व्यंजक त्रिपद कहलाता है।
- वे पद जिनमें बीजीय गुणनखंड एक जैसे हों, समान पद कहलाते हैं तथा भिन्न-भिन्न बीजीय गुणनखंडों वाले पद असमान पद कहलाते हैं। इस प्रकार $4xy$ और $-3xy$ समान पद हैं, परंतु $4xy$ और $-3x$ समान पद नहीं हैं।
- दो समान पदों का योग (या अंतर) एक अन्य समान पद होता है, जिसका गुणांक उन समान पदों के गुणांकों के योग (या अंतर) के बराबर होता है। इस प्रकार, $8xy - 3xy = (8 - 3)xy$, अर्थात् $5xy$ ।

8. जब हम दो बीजीय व्यंजकों को जोड़ते हैं, तो समान पदों को, उपर वर्णित नियम के अनुसार जोड़ा जाता है; जो समान पद नहीं हैं उन्हें वैसे ही छोड़ दिया जाता है। इस प्रकार, $4x^2 + 5x$ और $2x + 3$ का योग $4x^2 + 7x + 3$ है। यहाँ समान पद $5x$ और $2x$ जुड़ कर $7x$ बन जाते हैं तथा असमान पदों $4x^2$ और 3 को वैसे ही छोड़ दिया जाता है।
9. एक समीकरण को हल करने और किसी सूत्र का प्रयोग करने जैसी स्थितियों में, हमें एक व्यंजक का मान ज्ञात करने की आवश्यकता होती है। बीजीय व्यंजक का मान उन चरों के मानों पर निर्भर करता है, जिनसे वह बनाया गया है। इस प्रकार, $x = 5$ के लिए $7x - 3$ का मान 32 , है क्योंकि $7 \times 5 - 3 = 32$ है।
10. गणित में, बीजीय व्यंजकों का प्रयोग करते हुए, नियमों और सूत्रों को संक्षिप्त और व्यापक रूप में लिखा जाता है। इस प्रकार, आयत का क्षेत्रफल $= lb$, है, जहाँ l आयत की लंबाई तथा b आयत की चौड़ाई है।
11. एक संख्या पैटर्न (या अनुक्रम) का व्यापक (n वाँ) पद, n में एक व्यंजक होता है। इस प्रकार, संख्या पैटर्न $11, 21, 31, 41, \dots, n$ वाँ पद $(10n + 1)$ है।

उद्देश्य

इस पाठ के अंत में आप निम्न करने में सक्षम हो जाएंगे: ।

- चर और अचर को परिभाषित करना।
- बीजगणितीय व्यंजकों के निर्माण की व्याख्या करना।
- किसी पद के गुणज और गुणांक को पहचानना।
- बीजगणितीय व्यंजकों का जोड़ और व्यवकलन करना।
- किसी व्यंजक का मान ज्ञात करना।

चर और अचर

$$4xy - 5y + 12$$

$$2mn + 24m - 12n$$

जिन व्यंजकों में बीजगणितीय चर और अचर पद होते हैं उन्हें बीजगणितीय व्यंजक कहते हैं।

x, y, e, m, \dots चर

किसी चर का कोई निश्चित मान नहीं होता।

12, 40, 600, अचर

अचर का मान निश्चित होता है।

$$7x^2 + 5xy + 8$$

x और y चर हैं और 8 अचर है।

व्यंजक का निर्माण

4	x
अचर	चर
$x + 4$	$x - 4$
$4 \times x$	$\frac{x}{4}$

$$6x + 9$$

$$6 \times x + 9 = 6x + 9$$

$$14y - 30$$

$$y \times 14 - 30 = 14y - 30$$

$$m \times m, m + n$$

व्यंजक के पद

$$9x + 4$$

$$9 \times x + 4$$

$$9x + 4$$

पद

पद = ?

पदों के योग $5x + 3y$.

इसमें दो पद $5x$ और $3y$ हैं।

पद के गुणज

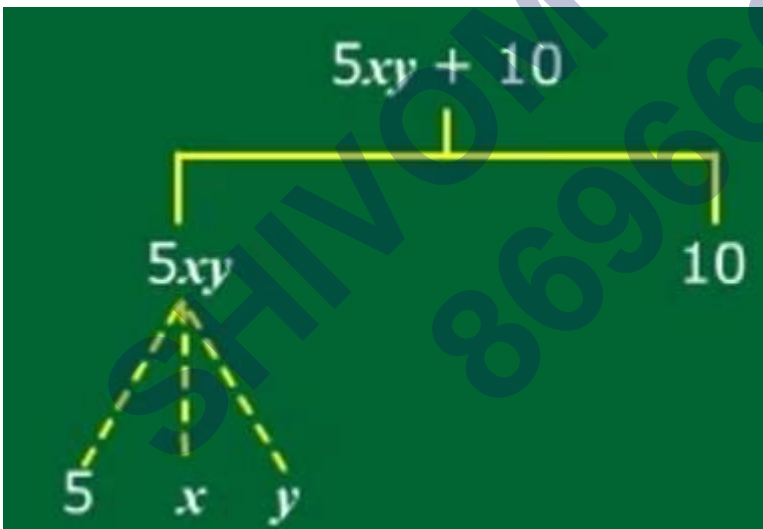
$12mn + 4m - 6n$

3, x, y और $3xy$ के गुणज हैं।

व्यंजक

पद

गुणज



गुणांक

गुणांक

$5xy$

किसी चर का संख्यात्मक गुणज उसका गुणांक कहलाता है।

$$12x^2 + 4xy + 4y^2$$

इस व्यंजक के गुणांक हैं 12,4,4

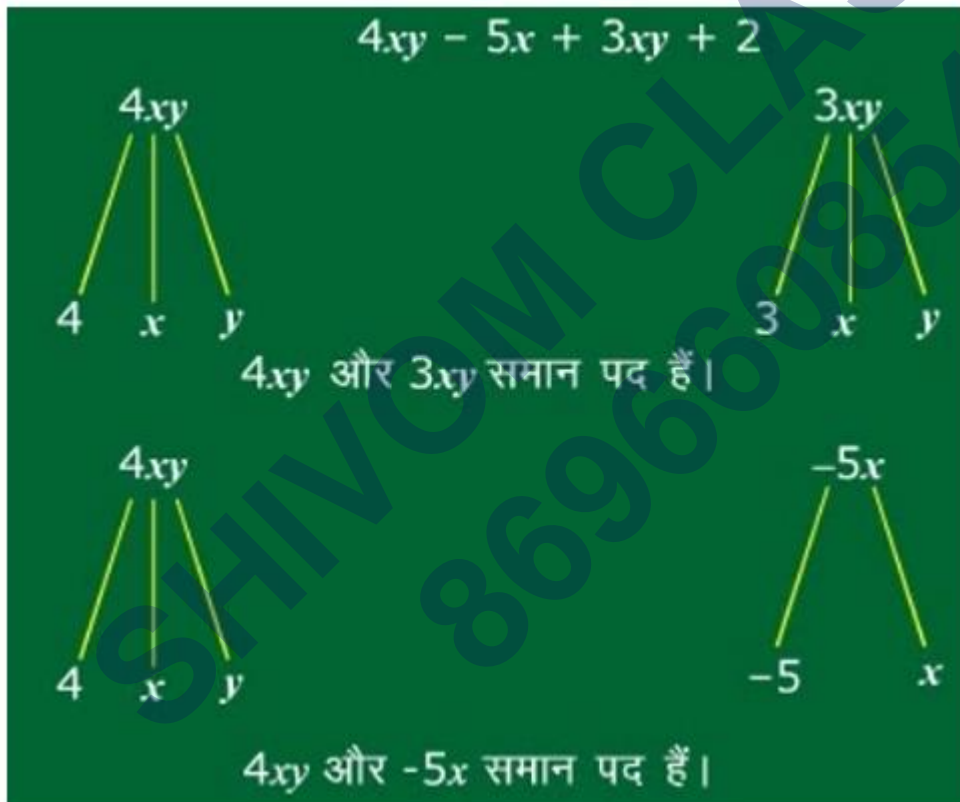
समान और असमान पद

जब पदों में समान बीजगणितीय गुणज होते हैं तो उन्हें समान पद कहते हैं।

($5mn$, $10mn$) समान पद

जब पदों में असमान बीजगणितीय गुणज होते हैं तो उन्हें असमान पद कहते हैं।

($3x$, $7b$) असमान पद



बहुपद

$18ab$

बीजगणितीय व्यंजक जिसमें सिर्फ एक पद हो उसे एकलपद कहते हैं।

$$5m + 2$$

बीजगणितीय व्यंजक जिसमें दो पद हों उन्हें द्विपद कहते हैं।

$$6a + 4b - 2c$$

बीजगणितीय व्यंजक जिसमें तीन पद हों उन्हें त्रिपद कहते हैं।

$$18ab$$
 एकलपद

$$5m + 2$$
 द्विपद

$$6a + 4b - 2$$
 त्रिपद

बहुपद

अभ्यास प्रश्न

$$= 5x + 3x + 4 + 7$$

$$= 8x + 11$$

$$30ab + 12b + 14a - (4ab + 10b - 16a)$$

$$= 30ab - 4ab + 12b - 10b + 14ab + 16a$$

$$= 26ab + 2b + 30a$$

किसी व्यंजक का मान ज्ञात करना।

$$\text{क्षेत्रफल} = 12$$

$$\text{यदि } l = 4 \text{ सेमी}$$

$$\text{क्षेत्रफल} = (4)^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$4x - 5 \text{ यदि } x = 4$$

$$= 4 \times 4 - 5$$

$$= 16 - 5$$

$$= 11$$

$$m^2 - 2 \text{ यदि } m = -2$$

$$= (-2)^2 - 2$$

$$= 4 - 2$$

$$= 2$$

SHIVOM CLASSES
8696608541

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 12.1 (पृष्ठ संख्या 251-252)

प्रश्न 1. निम्नलिखित स्थितियों में, चरों, अचरों और अंकगणितीय संक्रियाओं का प्रयोग करते हुए बीजीय व्यंजक प्राप्त कीजिए:

- i. संख्या y में से को घटाना।
- ii. संख्याओं x और y के योग का आधा।
- iii. संख्या को स्वयं उससे गुणा किया जाता है।
- iv. संख्याओं p और q के गुणनफल का एक चौथाई।
- v. दोनों संख्याओं x और y के वर्गों को जोड़ा जाता है।
- vi. संख्याओं m और n के गुणनफल के तीन गुने में संख्या 5 जोड़ना।
- vii. 10 में से संख्याओं y और गुणनफल को घटाना
- viii. संख्याओं a और b के गुणनफल में से उनके योग को घटाना।

उत्तर-

- i. दी गई स्थितियों में बीजीय व्यंजक निम्न हैं:
 - ii. $y - 2$
 - iii. $\frac{1}{2}(x + y)$
 - iv. $z \times z$ अर्थात् z^2
 - v. $\frac{1}{2}pq$
 - vi. $x^2 + y^2$
 - vii. $3mn + 5$
 - viii. $10 - yz$
 - ix. $ab - (a + b)$

प्रश्न 2.

i. निम्नलिखित व्यंजकों में पदों और उनके गुणनखण्डों को छाँटिए। पदों और उनके गुणनखण्डों को पेड़ आरेखों द्वारा भी दर्शाइए।

a. $x - 3$

b. $1 + x + x^2$

c. $y - y^3$

d. $5xy^2 + 7x^2y$

e. $-ab + 2b^2 - 3a^2$

ii. नीचे दिए व्यंजकों में, पदों और उनके गुणनखण्डों को छाँटिए।

a. $4x + 5$

b. $4x + 5y$

c. $5y + 3y$

d. $xy + 2x^2$

e. $pq + q$

f. $1.2ab - 2.4b + 3.6a$

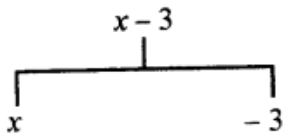
g. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$

h. $0.1p^2 + 0.2q^2$

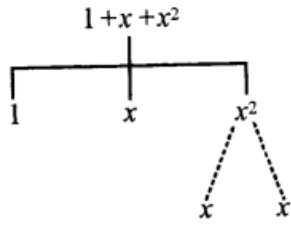
उत्तर-

i. व्यंजक में पद और उनके गुणनखण्ड पेड़ | आलेख द्वारा आगे दर्शाए गए हैं:

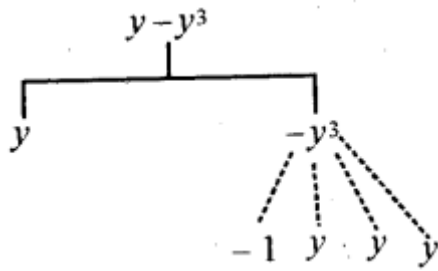
a. $x - 3$



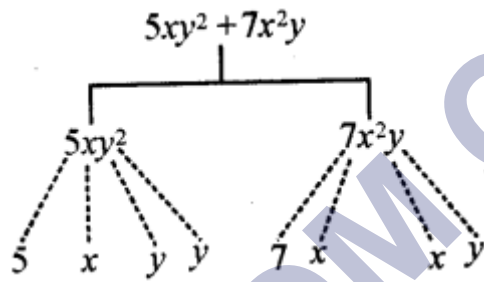
b. $1 + x + x^2$



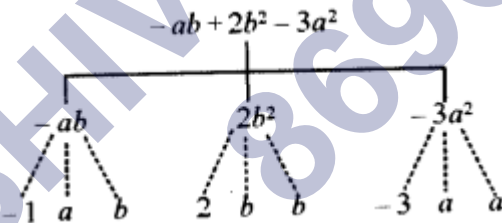
c. $y - y^3$



d. $5xy^2 + 7x^2y$



e. $-ab + 2b^2 - 3a^2$



ii.

	व्यंजक	पद	गुणनखण्ड
(a)	$-4x + 5$	$-4x$ 5	$-4, x$ 5
(b)	$-4x + 5y$	$-4x$ $5y$	$-4, x$ $5, y$
(c)	$5y + 3y^2$	$5y$ $3y^2$	$5, y$ $3, y, y$

(d)	$xy + 2x^2y^2$	$\frac{xy}{2x^2y^2}$	x, y $2, x, x, y, y$
(e)	$pq + q$	$\frac{pq}{q}$	p, q q
(f)	$1.2ab - 2.4b + 3.6a$	$\frac{1.2ab - 2.4b + 3.6a}{3.6a}$	$1.2, a, b,$ $- 2.4, b$ $3.6, a$
(g)	$\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}x$ $\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}, x$ $\frac{1}{4}$
(h)	$0.1p^2 + 0.2q^2$	$\frac{0.1p^2 + 0.2q^2}{0.2q^2}$	$0.1, p, p$ $0.2, q, q$

प्रश्न 3. निम्नलिखित व्यंजकों में पदों के संख्यात्मक गुणांकों, जो अचर न हों, की पहचान कीजिए:

- i. $5 - 3t^2$
- ii. $1 + t + t^2 + t^3$
- iii. $x + 2xy + 3y$
- iv. $100m + 1000n$
- v. $p^2q^2 + 7pq$
- vi. $1.2a + 0.8b$
- vii. $3.14r^2$
- viii. $2(l + b)$
- ix. $0.1y + 0.01y^2$

उत्तर-

	व्यंजक	पद गुणांक	अंकीय
(i)	$5 - 3t^2$	$- 3t^2$	- 3
(ii)	$1 + t + t^2 + t^3$	t t^2 t^3	1 1 1
(iii)	$x + 2xy + 3y$	x $2xy$ $3y$	1 2 3
(iv)	$100m + 1000n$	$100m$ $1000n$	100 1000
(v)	$- p^2q^2 + 7pq$	$- p^2q^2$ $7pq$	- 1 7
(vi)	$1.2a + 0.8b$	$1.2a$ $0.8b$	1.2 0.8
(vii)	$3.14r^2$	$3.14r^2$	3.14
(viii)	$2(l + b)$	$2l$ $2b$	2 2
(ix)	$0.1y + 0.01y^2$	$0.1y$ $0.01y^2$	0.1 0.01

प्रश्न 4.

a. वे पद पहचानिए जिनमें x है और फिर इनमें x का गुणांक लिखिए।

- $y^2x + y$
- $13y^2 - 8yx$
- $x + y + 2$
- $5 + 2 + zx$
- $1 + x + xy$
- $12xy^2 + 25$
- $7 + xy^2$

b. वे पद पहचानिए जिनमें y है और फिर इनमें y का गुणांक लिखिए।

- $8 - xy^2$
- $5y^2 + 7x$

iii. $2x^2y - 15xy + 7y^2$

उत्तर-

a.

	व्यंजक	x वाले पद	x के गुणांक
(i)	$y^2x + y$	y^2x	y^2
(ii)	$13y^2 - 8yx$	$- 8yx$	$- 8y$
(iii)	$x + y + 2$	x	1
(iv)	$5 + z + zx$	zx	z
(v)	$1 + x + xy$	x xy	1 y
(vi)	$12xy^2 + 25$	$12xy^2$	$12y^2$
(vii)	$7 + xy^2$	xy^2	y^2

b.

	व्यंजक	y^2 वाले पद	y^2 के गुणांक
(i)	$8 - xy^2$	$- xy^2$	$- x$
(ii)	$5y^2 + 7x$	$5y^2$	5
(iii)	$2x^2y - 15xy^2 + 7y^2$	$- 15xy^2$ $7y^2$	$- 15x$ 7

प्रश्न 5. निम्नलिखित व्यंजकों को एकपदी, द्विपद और त्रिपद के रूप में वर्गीकृत कीजिए:

- i. $4y - 7z$
- ii. y^2
- iii. $x + y - xy$
- iv. 100
- v. $ab - a - b$
- vi. $5 - 3t$
- vii. $4p^2q - 4pq^2$
- viii. $7mn$

ix. $z^2 - 3z + 8$

x. $a^2 + b^2$

xi. $z^2 + z$

xii. $1 + x + x^2$

उत्तर- एकपदी व्यंजक : (ii), (iv) और (viii)

द्विपद व्यंजक : (i), (vi), (vii), (x) और (xi)

त्रिपद व्यंजक : (iii), (v), (ix) और (xii)

प्रश्न 6. बताइए कि दिए हुए पदों के युग्म समान पदों के हैं या असमान पदों के हैं:

i. 1, 100

ii. $-7x, \frac{5}{2}x$

iii. $-29x, -29y$

iv. $14xy, 42yx$

v. $4m^2p, 4mp^2$

vi. $12xz, 12x^2z^2$

उत्तर-

i. समान

ii. समान

iii. असमान

iv. समान

v. असमान

vi. असमान

प्रश्न 7. निम्नलिखित में समान पदों को छाँटिए:

a. $-xy^2, -4yx^2, 8x^2, 2xy^2, 7y, -11x^2, 100x, -11yx, 20xy, -6x^2, y, 2ry, 3x$

b. $10p, 7p, 8q, -p^2q^2, -7qp, -100q, -23, 12q^2p^2, -5p^2, 41, 2405p, 78qp, 13p^2q, qp^2, 701p^2$

उत्तर- समान पदों के समूह

a. $-xy^2, 2xy;$

$-4yx^2, 20xy;$

$8x^2, -11x^2, -6x^2;$

$7y, y;$

$-100x, 3x;$

और $-11yx, 2xy$

b. $10pq, -7qp, 78qp;$

$7p, 2405p;$

$8q, -100q;$

$-p^2q^2, 12q^2p^2;$

$-23, 41;$

$-5p^2, 701p^2;$

और $13p^2q, qp^2$

प्रश्नावली 12.2 (पृष्ठ संख्या 256-257)

प्रश्न 1. समान पदों को संयोजित (मिला) करके सरल कीजिए:

a. $21b - 32 + 7b - 20b$

b. $-z^2 + 13z^2 - 5z + 7z^3 - 15z.$

c. $p - (p - q) - q - (q - p)$

d. $3a - 2b - ab - (a - b + ab) + 3ab + b - a$

e. $5x^2y - 5x^2 + 3yx^2 - 3y^2 + x^2 - y^2 + 8xy^2 - 3y^2$

f. $(3y^2 + 5y - 4) - (8y - y^2 - 4)$

उत्तर-

a. $21b - 32 + 7b - 20b$

$$= 21b + 7b - 20b - 32$$

$$= (21 + 7 - 20)b - 32$$

$$= (28 - 20)b - 32$$

$$= 8b - 32$$

b. $-z^2 + 13z^2 - 5z + 7z^3 - 15z$

$$= 7z^3 - z^2 + 13z^2 - 5z - 15z$$

$$= 7z^3 + (-1 + 13)z^2 + (-5 - 15)z$$

$$= 7z^3 + 12z^2 - 20z$$

c. $p - (p - q) - q - (q - p)$

$$= p - p + q - q - q + p$$

$$= (p - p + p) + (q - q - q)$$

$$= p - q$$

d. $3a - 2b - ab - (a - b + ab) + 3ab + b - a$

$$= 3a - 2b - ab - a + b - ab + 3ab + b - a$$

$$= 3a - a - a - 2b + b + b - ab - ab + 3ab$$

$$= (3 - 1 - 1)a + (-2 + 1 + 1)b + (-1 - 1 + 3)ab$$

$$= a + (0)b + ab = a + ab$$

e. $5xy - 5x^2 + 3yx^2 - 3y^2 + x^2 - 2 + 8xy^2 - 3y^2$

$$= 5xy + 3yx^2 - 5x^2 + x^2 - 3y^2 - y - 3y^2 + 8xy$$

$$= (5 + 33xy + (-5 + 1)x^2 + (-3 - 1 - 3)y^2 + 8xy^2$$

$$= 8x^2y - 4x^2 - 7y^2 + 8xy^2$$

f. $(3y^2 + 5y - 4) - (8y - y - 4)$

$$= 3y^2 + 5y - 4 - 8y + y + 4$$

$$= 3y^2 + y + 5y - 8y - 4 + 4$$

$$= (3 + 1)y^2 + (5 - 8)y + (-4 + 4)$$

$$= 4y^2 - 3y$$

प्रश्न 2. जोड़िए:

i. $3mn, -5mn, 8mn, -4mn$

ii. $t - 8tz, 3tz - z, z - t$

iii. $-7mn + 5, 12mn + 2, 9mn - 8, -2mn - 3$

iv. $a + b - 3, b - a + 3, a - b + 3$

v. $14x + 10y - 12xy - 13, 18 - 7x - 10y + 8xy, 4xy$

vi. $5m - 7n, 3n - 4m + 2, 2m - 3mn - 5$

vii. $4x^2y, -3xy^2, -5xy^2, 5x^2y$

viii. $3p^2q^2 - 4pq + 5, -10p^2q^2, 15 + 9pq + 7p^2q^2$

ix. $ab - 4a, 4b - ab, 4a - 4b$

x. $x^2 - y^2 - 1, y^2 - 1 - x^2, 1 - x^2 - y^2$

उत्तर-

$$i. \quad 3mn + (-5mn) + 8mn + (-4mn)$$

$$= (3 - 5 + 8 - 4)mn$$

$$= (11 - 9)mn$$

$$= 2mn$$

$$ii. \quad (t - 8tz) + (3tz - z) + (2 - 1)$$

$$= t - 8tz + 3tz - z + z - t$$

$$= t - t - 8t^2 + 3tz - z + z$$

$$= (1 - 1)t + (-8 + 3)tz + (-1 + 1)^2$$

$$= (0)t + (-5)tz + (0)$$

$$= 0 - 5tz + 0 = -5tz$$

$$iii. \quad (-7mn + 5) + (12mn + 2) + (9mn - 8) + (2mn - 3)$$

$$= -7mn + 5 + 12mn + 2 + 9mn - 8 - 2mn - 3$$

$$= -7mn + 12mn + 9mn - 2mn + 5 + 2 - 8 - 3$$

$$= (-7 + 12 + 9 - 2)mn + (5 + 2 - 8 - 3)$$

$$= 12mn - 4$$

$$iv. \quad (a + b - 3) + (6 - a + 3) + (a - b + 3)$$

$$= a + b - 3 + b - a + 3 + a - b + 3$$

$$= (a - a + a) + (b + b - b) + (-3 + 3 + 3)$$

$$= (1 - 1 + 1)a + (1 + 1 - 1)b + 3$$

$$= a + b + 3$$

$$\text{v. } (14x + 10y - 12xy - 13) + (18 - 7x - 10y + 8xy) + 4xy$$

$$= 14x + 10y - 12xy - 13 + 18 - 7x - 10y + 8xy + 4xy$$

$$= 14x - 7x + 10y - 10y - 12xy + 8xy + 4xy - 13 + 18$$

$$= (14 - 7)x + (10 - 10)y + (-12 + 8 + 4xy + -13 + 18)$$

$$= 7x + (0)y + (0)xy + 5$$

$$= 7x + 5$$

$$\text{vi. } (5m - 7n) + (3n - 4m + 2) + (2m - 3mn - 5)$$

$$= 5m - 7n + 3n - 4m + 2 + 2m - 3mn - 5$$

$$= 5m - 4m + 2m - 7n + 3n - 3mn + 2 - 5$$

$$= (5 - 4 + 2)m + (-7 + 3)n - 3mn + (2 - 5)$$

$$= 3m - 4n - 3mn - 3$$

$$\text{vii. } 4x^2y + (-3xy^2) + (-5xy^2) + 5x^2y$$

$$= 4x^2y - 3xy^2 - 5xy^2 + 5x^2y = 4x^2y + 5x^2y - 3xy^2 - 5xy^2$$

$$= (4 + 5)x^2y + (-3 - 5)xy^2$$

$$= 9x^2y - 8xy^2$$

$$\text{viii. } (3pq^2 - 4pq + 5) + (-10p^2q^2) + (15 + 9pq + 7p^2q^2)$$

$$= 3pq^2 - 4pq + 5 - 10p^2q^2 + 15 + 9pq + 7p^2q^2$$

$$= 3p^2q^2 - 10p^2q^2 + 7p^2q^2 - 4pq + 9pq + 5 + 15$$

$$= (3 - 10 + 7)p + q^2 + (-4 + 9)pq + (5 + 15)$$

$$= (0)pq^2 + 5pq + 20$$

$$= 0 + 5pq + 20$$

$$= 5pq + 20$$

$$\text{ix. } (ab - 4a) + (4b - ab) + (4a - 4b)$$

$$= ab - 4a + 4b - ab + 4a - 4b$$

$$= ab - ab - 4a + 4a + 4b - 4b$$

$$= (1 - 1)ab + (-4 + 4)a + (4 - 4)$$

$$= (0)ab + (0)a + (0)$$

$$= 0 + 0 + 0 = 0$$

$$\text{x. } (x^2 - y^2 - 1) + (y^2 - 1 - x^2) + (1 - x^2 - y^2)$$

$$= x^2 - y^2 - 1 + y^2 - 1 - x^2 + 1 - x^2 - y^2$$

$$= x^2 - x^2 - x^2 - y^2 + y^2 - y^2 - 1 - 1 + 1$$

$$= (1 - 1 - 1)x^2 + (-1 + 1 - 1)y^2 + (-1 - 1 + 1)$$

$$= -x^2 - y^2 - 1$$

प्रश्न 3. घटाइए:

$$\text{i. } y^2 \text{ में से } -5y^2$$

$$\text{ii. } -12xy \text{ में से } 6xy$$

$$\text{iii. } (a + b) \text{ में से } (a - b)$$

$$\text{iv. } b(5 - a) \text{ में से } a(b - 5)$$

$$\text{v. } 4m^2 - 3mn + 8 \text{ में से } -m^2 + 5mn$$

$$\text{vi. } 5x - 10 \text{ में से } -x^2 + 10x - 5$$

$$\text{vii. } 3ab - 2a^2 - 2b^2 \text{ में से } 5a^2 - 7ab + 5b^2$$

viii. $5p^2 + 3q^2 - pq$ में से $4pq - 5q^2 - 3p^2$

उत्तर-

i. $y^2 - (-5y^2)$

$$= y^2 + 5y^2$$

$$= (1 + 5)y^2 = 6y^2$$

ii. $(-12xy) - 6xy$

$$= (-12 - 6)xy = -18xy$$

iii. $(a + b) - (a - b)$

$$= a + b - a + b$$

$$= a - a + b + b$$

$$= (1 - 1)a + (1 + 1)b$$

$$= 2b$$

iv. $b(5 - a) - a(b - 5)$

$$= 5b - ab - ab + 5a$$

$$= 5a + 5b + (-1 - 1)ab$$

$$= 5a + 5b - 2ab$$

v. $(4m^2 - 3mn + 8) - (-m^2 + 5mn)$

$$= 4m^2 - 3mn + 8 + m^2 - 5mn$$

$$= 4m^2 + m^2 - 3mn - 5mn + 8$$

$$= (4 + 1)m^2 + (-3 - 5)mn + 8$$

$$= 5m - 8mn + 8$$

$$\text{vi. } (5x - 10) - (-x^2 + 10x - 5)$$

$$= 5x - 10 + x^2 - 10x + 5$$

$$= x^2 + (5 - 10)x + (-10 + 5)$$

$$= x^2 - 5x - 5$$

$$\text{vii. } (3ab - 2a^2 - 2b^2) - (5a^2 - 7ab + 5b^2)$$

$$= 3ab - 2a^2 - 2b^2 - 5a^2 + 7ab - 5b^2$$

$$= -2a^2 - 5a^2 - 2b^2 - 5b^2 + 3ab + 7ab$$

$$= (-2 - 5)a^2 + (-2 - 5)b^2 + (3 + 7)ab$$

$$= -7a^2 - 7b^2 + 10ab$$

$$\text{viii. } (5p^2 + 3q^2 - pq) - (4pq - 5q^2 - 3p^2)$$

$$= 5p^2 + 3q^2 - pq - 4pq + 5q^2 + 3p^2$$

$$= 5p^2 + 3p^2 + 3q^2 + 5q^2 - pq - 4pq$$

$$= (5 + 3)p^2 + (3 + 5)q^2 + (-1 - 4)pq$$

$$= 8p^2 + 8q^2 - 5pq.$$

प्रश्न 4.

a. $2x^2 + 3xy$ प्राप्त करने के लिए, $x + xy + y$ में क्या जोड़ना चाहिए?

b. $-3a + 7b + 16$ प्राप्त करने के लिए, $2a + 8b + 10$ में से क्या घटाना चाहिए?

उत्तर-

a. इसके लिए हमें $2x^2 + 3xy$ में से $x^2 + xy + x^2$ को घटाना होगा

अतः, वांछित व्यंजक

$$= (2x^2 + 3xy) - (x^2 + xy + y^2)$$

$$= 2x^2 + 3xy - x^2 - xy - y^2$$

$$= 2x^2 - x^2 + 3xy - xy - y^2$$

$$= (2 - 1)x^2 + (3 - 1)xy - y^2$$

$$= x^2 + 2xy - y^2$$

b. माना वांछित व्यंजक = P

$$\text{अतः, } (2a + 8b + 10) - P = -3a + 7b + 16$$

$$P = (2a + 8b + 10) - (-3a + 7b + 16)$$

$$= 2a + 8b + 10 + 3a - 7b - 16$$

$$= 2a + 3a + 8b - 7b + 10 - 16$$

$$= (2 + 3)a + (8 - 7)b + (10 - 16)$$

$$= 5a + b - 6$$

प्रश्न 5. $-x - y + 6xy + 20$ प्राप्त करने के लिए, $3x - 4 + 5xy + 20$ में क्या निकाल लेना चाहिए?

उत्तर- माना वांछित व्यंजक = P

$$\text{अतः, } (3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20) - P$$

$$= x^2 - y^2 + 6xy + 20$$

$$P = (3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20) - (x^2 - y^2 + 6xy + 20)$$

$$= 3x^2 - 4y^2 + 5xy + 20 - x^2 + y^2 - 6xy - 20$$

$$= 3x^2 + x^2 - 4y^3 + y + 5xy - 6xy + 20 - 20$$

$$= (3 + 1)x^2 + (-4 + 1)y^2 + (5 - 6)xy + (20 - 20)$$

$$= 4x^2 - 3y^2 - xy$$

प्रश्न 6.

- a. $3x - y + 11$ और $-y - 11$ के योग में से $3x - y - 11$ को घटाइए।
- b. $4 + 3x$ और $5 - 4x + 2x^2$ के योग में से $3x - 5x$ और $-x + 2x + 5$ के योग को घटाइए।

उत्तर-

a. $3x - y + 11$ और $-y - 11$ का योग $(3x - y + 11) + (-y - 11)$

$$= 3x - y + 11 - y - 11 = 3x - 2y$$

अब हम $3x - 2y$ में से $3x - y - 11$ को घटाएँगे।

इस प्रकार, $(3x - 2y) - (3x - y - 11)$

$$= 3x - 2y - 3x + y + 11 = -y + 11$$

b. $4 + 3x$ और $5 - 4x + 2x^2$ का योग $(4 + 3x) + (5 - 4x + 2x^2)$

$$= 4 + 3x + 5 - 4x + 2x^2 = 9 - x + 2x^2$$

अब, $3x^2 - 5x$ और $-x^2 + 2x + 5$ का योग

$$(3x^2 - 5x) + (-x^2 + 2x + 5)$$

$$= 3x^2 - 5x - x^2 + 2x + 5$$

$$= 2x^2 - 3x + 5$$

अब, $9 - x + 2x^2$ में से $2x^2 - 3x + 5$ घटाएँगे।

अतः $(9 - x + 2x^2) - (2x^2 - 3x + 5)$

$$= 9 - x + 2x^2 - 2x^2 + 3x - 5$$

$$= 2x + 4$$

प्रश्नावली 12.3 (पृष्ठ संख्या 12.3)

प्रश्न 1. यदि $m = 2$ है, तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए:

- i. $m - 2$
- ii. $3m - 5$
- iii. $9 - 5m$
- iv. $3m^2 - 2m - 7$
- v. $\frac{5m}{2} - 4$

उत्तर-

- i. जब $m = 2$ तो,
 $m - 2 = 2 - 2 = 0$
- ii. $3m - 5 = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1$
- iii. $9 - 5m = 9 - 5 \times 2 = 9 - 10 = -1$
- iv. $3m^2 - 2m - 7 = 3(2)^2 - 2(2) - 7$
 $= 3(4) - 4 - 7$
 $= 12 - 11 = 1$
- v. $\frac{5m}{2} - 4 = \frac{5 \times 2}{2} - 4 = 5 - 4 = 1$

प्रश्न 2. यदि $p = -2$ है, तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए:

- i. $4p + 7$
- ii. $-3p + 4p + 7$
- iii. $-2p^3 - 3p^2 + 4p + 7$

उत्तर-

i. जब $p = -2$, तो

$$4p + 7 = 4(-2) + 7$$

$$= -8 + 7 = -1$$

ii. $-3p - 4p + 7$

$$= -3(-2) - 4(-2) + 7$$

$$= -3(4) - 8 + 7$$

$$= -12 - 1 = -13$$

iii. $-2p^3 - 3p^2 + 4p + 7$

$$= -2(-2)^3 - 3(-2)^2 + 4(-2) + 7$$

$$= -2(-8) - 3(4) - 8 + 7$$

$$= 16 - 12 - 8 + 7$$

$$= 23 - 20 = 3$$

प्रश्न 3. निम्नलिखित व्यंजकों के मान ज्ञात कीजिए, जब $x = -1$ है:i. $2x - 7$ ii. $-x + 2$ iii. $x^2 + 2x + 1$ iv. $2x^2 - x - 2$

उत्तर-

i. जब $x = -1$, तो

$$2x - 7 = 2(-1) - 7 = -2 - 7 = -9$$

ii. $-x + 2 = -(-1) + 2$

$$= 1 + 2 = 3$$

$$\text{iii. } x^2 + 2x + 1 = (-1)^2 + 2(-1) + 1$$

$$= 1 - 2 + 1 = 2 - 2 = 0$$

$$\text{iv. } 2x^2 - x - 2 = 2(-1)^2 - (-1) - 2$$

$$= 2(1) + 1 - 2$$

$$= 2 + 1 - 2 = 1$$

प्रश्न 4. यदि $a = 2$ और $b = -2$ है, तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए:

$$\text{i. } a^2 + b^2$$

$$\text{ii. } a^2 + ab + b^2$$

$$\text{iii. } a^2 - b^2$$

उत्तर-

$$\text{i. जब } a = 2, b = -2, \text{ तो}$$

$$a^2 + b^2$$

$$= (2)^2 + (-2)^2$$

$$= 4 + 4 = 8$$

$$\text{ii. } a^2 + ab + b^2$$

$$= (2)^2 + (2)(-2) + (-2)^2$$

$$= 4 - 4 + 4 = 4$$

$$\text{iii. } a^2 - b^2 = (2)^2 - (-2)^2$$

$$= 4 - 4 = 0$$

प्रश्न 5. जब $a = 0$ और $b = -1$ है, तो दिए हुए व्यंजकों के मान ज्ञात कीजिए:

- i. $2a + 2b$
- ii. $2a^2 + b^2 + 1$
- iii. $2ab + 2ab^2 + ab$
- iv. $a^2 + ab + 2$

उत्तर-

- i. जब $a = 0$, $b = -1$, तो
 $2a + 2b = 0 + 2(-1) = -2$
- ii. $2a^2 + b^2 + 1 = 0 + (-1)^2 + 1$
 $= 1 + 1 = 2$
- iii. $2a^2b + 2ab^2 + ab = 0 + 0 + 0 = 0$
- iv. $a^2 + ab + 2 = 0 + 0 + 2 = 2$

प्रश्न 6. इन व्यंजकों को सरल कीजिए तथा इनके मान ज्ञात कीजिए, जब x का मान 2 है:

- i. $x + 7 + 4(x - 5)$
- ii. $3(x + 2) + 5x - 7$
- iii. $6x + 5(x - 2)$
- iv. $4(2x - 1) + 3x + 11$

उत्तर-

- i. $x + 7 + 4(x - 5)$
 $= x + 7 + 4x - 20$
 $= (x + 4x) + (7 - 20)$
 $= 5x - 13$
 $x = 2$ रखने पर,

$$5x - 13 = 5(2) - 13 = 10 - 13 = -3$$

$$\text{ii. } 3(x + 2) + 5x - 7 = 3x + 6 + 5x - 7$$

$$= (3x + 5x) + (6 - 7)$$

$$= 8x - 1$$

$$x = 2 \text{ रखने पर,}$$

$$8x - 1 = 8(2) - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$\text{iii. } 6x + 5(x - 2)$$

$$= 6x + 5x - 10 = 11x - 10$$

$$x = 2 \text{ रखने पर,}$$

$$11x - 10 = 11 \times 2 - 10 = 22 - 10 = 12$$

$$\text{iv. } 4(2x - 1) + 3x + 11$$

$$= 8x - 4 + 3x + 11$$

$$= (8x + 3x) + (-4 + 11)$$

$$= 11x + 7 \quad x = 2 \text{ रखने पर,}$$

$$11x + 7 = 11 \times 2 + 7$$

$$= 22 + 7 = 29$$

प्रश्न 7. इन व्यंजकों को सरल कीजिए तथा इनके मान ज्ञात कीजिए, जब $x = 3$, $a = -1$ और $b = -2$ हैं:

$$\text{i. } 3x - 5 - x + 9$$

$$\text{ii. } 2 - 8x + 4x + 4$$

$$\text{iii. } 3a + 5 - 8a + 1$$

iv. $10 - 3b - 4 - 5b$

v. $2a - 2b - 4 - 5 + a$

उत्तर-

i. $3x - 5 - x + 9 = 2x + 4$

 $x = 3$ रखने पर,

$2x + 4 = 2(3) + 4 = 6 + 4 = 10$

ii. $2 - 8x + 4x + 4 = 6 - 4x$

 $x = 3$ रखने पर,

$6 - 4x = 6 - 4(3) = 6 - 12 = -6$

iii. $3a + 5 - 8a + 1 = -5a + 6$

 $a = -1$ रखने पर,

$-5a + 6 = -5(-1) + 6 = 5 + 6 = 11$

iv. $10 - 3b - 4 - 5b = 6 - 8b$

 $b = -2$ रखने पर,

$6 - 8b = 6 - 8(-2) = 6 + 16 = 22$

v. $2a - 2b - 4 - 5 + a = 3a - 2b - 9$

 $a = -1, b = -2$ रखने पर,

$3a - 2b - 9 = 3(-1) - 2(-2) - 9$

$= -3 + 4 - 9 = -12 + 4 = -8$

प्रश्न 8.

- i. यदि $2 = 10$ है, तो $3 - 3(z - 10)$ का मान ज्ञात कीजिए।
 ii. यदि $p = -10$ है, तो $p - 2p - 100$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

i. जब $z = 10$, तो $73 - 3(z - 10)$
 $= (10)^3 - 3(10 - 10) = 1000 - 3(0)$
 $= 1000 - 0 = 1000$

ii. जब $p = -10$, तो $p^2 - 2p - 100$
 $= (-10)^2 - 2(-10) - 100$
 $= 100 + 20 - 100 = 20$

प्रश्न 9. यदि $x = 0$ पर $2x^2 + x - a$ का मान 15 के बराबर है, तो a का मान क्या होना चाहिए?

उत्तर- $x = 0$ पर $2x^2 + x - a = 5$ (दिया है)

इसलिए, $2(0) + 0 - a = 5$

या $0 + 0 - a = 5$

या $-a = 5$

या $a = -5$

प्रश्न 10. व्यंजक $2(a^2 + ab) + 3 - ab$ को सरल कीजिए और इसका मान ज्ञात कीजिए, जब $a = 5$ और $b = -3$ है।

उत्तर- जब $a = 5$ और $b = -3$, तो

$$2(a + ab) + 3 - ab$$

$$= 2a^2 + 2ab + 3 - ab$$

$$= 2a^2 + ab + 3$$

$a = 5, b = -3$, रखने पर,

$$2a^2 + ab + 3 = 2(5)^2 + (5)(-3) + 3$$

$$= 2 \times 25 - 15 + 3$$

$$= 50 - 15 + 3 = 38$$

प्रश्नावली 12.4 (पृष्ठ संख्या 262-263)

प्रश्न 1. बराबर लम्बाई के रेखाखण्डों से बनाए गए अंकों के पैटर्न को देखिए। आप रेखाखण्डों से बने हुए इस प्रकार के अंकों को इलैक्ट्रॉनिक घड़ियों या कैलक्युलेटरों पर देख सकते हैं।

(a)			
	6	11	16	21 ...	$(5n + 1) \dots$
(b)			
	4	7	10	13 ...	$(3n + 1) \dots$
(c)			
	7	12	17	22 ...	$(5n + 2) \dots$

यदि बनाए गए अंकों की संख्या n ली जाए, तो उसके लिए आवश्यक रेखाखण्डों की (n) संख्या दर्शाने वाला बीजीय व्यंजक प्रत्येक पैटर्न के दाईं ओर लिखा गया है।

6, 4, 8

के प्रकार के 5, 10, 100 अंकों को बनाने के लिए कितने रेखाखण्डों की आवश्यकता होगी?

उत्तर-

a. हम जानते हैं कि



की तरह n अंकों को बनाने में लगे रेखाखण्डों की संख्या $= (5n + 1)$ अतः 5, 10, 100 अंकों को ऊपर की तरह बनाने में लगे रेखाखण्डों की संख्या क्रमशः

$$(5 \times 5 + 1) = 25 + 1 = 26, 7$$

$$(5 \times 10 + 1) = 50 + 1 = 51,$$

$$\text{और } (5 \times 100 + 1) = 500 + 1 = 501$$

b. हम जानते हैं कि



की तरह n अंकों को बनाने में लगे रेखाखण्डों की संख्या $= (3n + 1)$

अतः 5, 10, 100 अंकों को ऊपर की तरह बनाने में लगे रेखाखण्डों की संख्या क्रमशः

$$(3 \times 5 + 1) = 15 + 1 = 16, 7$$

$$(3 \times 10 + 1) = 30 + 1 = 31,$$

$$\text{और } (3 \times 100 + 1) = 300 + 1 = 301$$

c. हम जानते हैं कि



की तरह n अंकों को बनाने में लगे रेखाखण्डों की संख्या $(5n + 2)$ है। अतः 5, 10, 100 अंकों को ऊपर की तरह बनाने में लगे रेखाखण्डों की संख्या क्रमशः

$$(5 \times 5 + 2) = 25 + 2 = 27, 7$$

$$(5 \times 10 + 2) = 50 + 2 = 52,$$

$$\text{और } (5 \times 100 + 2) = 500 + 2 = 502$$

प्रश्न 2. संख्या पैटर्न की निम्नलिखित सारणी को पूरा करने के लिए, दिए हुए बीजीय व्यंजकों का प्रयोग कीजिए:

क्रम संख्या	व्यंजक	पद									
		पहला	दूसरा	तीसरा	चौथा	पाँचवाँ	...	दसवाँ	...	सौवाँ	...
(i)	$2n - 1$	1	3	5	7	9	-	19	-	-	-
(ii)	$3n + 2$	5	8	11	14	-	-	-	-	-	-
(iii)	$4n + 1$	5	9	13	17	-	-	-	-	-	-
(iv)	$7n + 20$	27	34	41	48	-	-	-	-	-	-
(v)	$n^2 + 1$	2	5	10	17	-	-	-	-	10,001	-

उत्तर-

क्रम संख्या	व्यंजक	पद									
		पहला	दूसरा	तीसरा	चौथा	पाँचवाँ	...	दसवाँ	...	सौवाँ	...
(i)	$2n - 1$	1	3	5	7	9	-	19	-	199	-
(ii)	$3n + 2$	5	8	11	14	17	-	32	-	302	-
(iii)	$4n + 1$	5	9	13	17	21	-	41	-	401	-
(iv)	$7n + 20$	27	34	41	48	55	-	90	-	720	-
(v)	$n^2 + 1$	2	5	10	17	26	-	101	-	10,001	-

क्योंकि

i. $100\text{वाँ पद} = 2(100) - 1 = 200 - 1$
 $= 199$

ii. $5\text{वाँ पद} = 3(5) + 2 = 15 + 2 = 17$

$10\text{वाँ पद} = 3(10) + 2 = 30 + 2 = 32$

और $100\text{वाँ पद} = 3(100) + 2 = 300 + 2$

$= 302$

iii. $5\text{वाँ पद} = 4(5) + 1 = 20 + 1 = 21$

$10\text{वाँ पद} = 4(10) + 1 = 40 + 1 = 41$

और $100\text{वाँ पद} = 4(100) + 1 = 400 + 1$

$= 401$

iv. $5\text{वाँ पद} = 7(5) + 20 = 35 + 20 = 55$

$10\text{वाँ पद} = 7(10) + 20 = 70 + 20 = 90$

और $100\text{वाँ पद} = 7(100) + 20 = 700 + 20$

$= 720$

v. $5\text{वाँ पद} = 52 + 1 = 25 + 1 = 26$

$10\text{वाँ पद} = 102 + 1 = 100 + 1 = 101$

और $100\text{वाँ पद} = 1002 + 1 = 10000 + 1$

$= 10001$