भौतिकी

अध्याय-12: परमाणु

SHIVOM CLASSES 8696608541

परमाणु

प्राचीन काल में दार्शनिकों का मानना था कि प्रत्येक पदार्थ छोटे-छोटे कणों से मिलकर बना होता है लेकिन इस बात की पुष्टि के लिए उनके पास कोई प्रायोगिक प्रमाण न था। परंतु 1803 ई० में वैज्ञानिक डाल्टन ने परमाणु के संबंध में प्रतिपादन किया। कि प्रत्येक पदार्थ छोटे-छोटे कणों से बना होता है इन छोटे-छोटे कणों को परमाणु कहते हैं।

परमाणु संबंधी महत्वपूर्ण बिंदु

- इलेक्ट्रॉन केवल उन्हीं कक्षाओं में घूमते हैं जिनका कोणीय संवेग $h/2\pi$ का पूर्ण गुणज होता है। इस प्रकार की कक्षा को स्थायी कक्षा कहते हैं। स्थायी कक्षा में घूमता हुआ इलेक्ट्रॉन ऊर्जा का उत्सर्जन नहीं करते हैं जहां h प्लांक नियतांक है।

- रिडबर्ग नियतांक का मान 1.097×10^7 होता है इसका मात्रक प्रति मीटर होता है एवं इसे R द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।

- किसी परमाणु को आयनित करने के लिए आवश्यक बाह्य ऊर्जा को आयनन ऊर्जा कहते हैं। हाइड्रोजन परमाणु की आयनन ऊर्जा 13.6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट होती है।

- बोर का परमाणु मॉडल इलेक्ट्रॉन की तरंग प्रकृति के संबंध में कोई सूचना नहीं दे सका।

- रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल के अनुसार, किसी परमाणु के भीतर एक अति सूक्ष्म स्थान होता है जहां संपूर्ण धन आवेश संकेंद्रित रहता है। इस स्थान को परमाणु का नाभिक कहते हैं।

बोर का परमाणु मॉडल

डैनिश भौतिकी वैज्ञानिक नील बोर ने रदरफोर्ड द्वारा प्रस्तुत नाभिकीय मॉडल के दोषों को प्लांक के क्वांटम सिद्धांत की सहायता से दूर किया। और एक मॉडल प्रस्तुत किया, जिसे बोर का परमाणु मॉडल (bohr atomic model) कहते हैं।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

बोर के परमाणु मॉडल के मूल अभिगृहीत

प्रथम अभिगृहीत इलेक्ट्रॉन केवल उन्हीं कक्षाओं में घूमते हैं जिनका कोणीय संवेग $h/2\pi$ का पूर्ण गुणज होता है। जहां h प्लांक नियतांक है जिसका मान 6.6×10^{-34} जूल-सेकंड होता है।

माना m द्रव्यमान का एक इलेक्ट्रॉन, r त्रिज्या की कक्षा में, v वेग से घूम रहा है तो इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग mvr होगा। तब बोर के इस अभिगृहीत के अनुसार

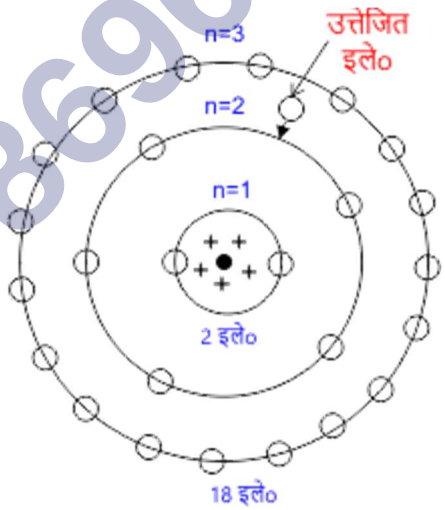
$$\boxed{mvr = \frac{nh}{2\pi}}$$

जहां n एक पूर्णांक है जिसे मुख्य क्वांटम संख्या कहते हैं।
नाभिक के चारों ओर अनेक कक्षाएं होती हैं लेकिन इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओरर कुछ निश्चित कक्षाओं में घूमते हैं। सभी कक्षाओं में नहीं घूमते हैं। इन निश्चित कक्षाओं को स्थायी कक्षा कहते हैं।

द्वितीय अभिगृहीत

किसी भी स्थायी कक्षा में घूमते हुए इलेक्ट्रॉन ऊर्जा का उत्सर्जन नहीं करते हैं। क्योंकि उनमें अभिकेंद्र त्वरण होता है। जिस कारण परमाणु का स्थायित्व बना रहता है।

तृतीय अभिगृहीत



नील बोर का परमाणु मॉडल

जब किसी परमाणु को बाहर से कोई ऊर्जा मिलती है तो उसका कोई इलेक्ट्रॉन अपनी कक्षा छोड़कर किसी ऊंची कक्षा में चला जाता है। अर्थात उत्तेजित अवस्था में चला जाता है जैसे चित्र में दिखाया गया है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

परंतु ऊंची कक्षा में इलेक्ट्रॉन केवल 10^{-8} सेकंड ही ठहर कर तुरंत ही अपनी नीची कक्षा में वापस लौट आता है। तथा वापस लौटते समय दोनों कक्षाओं में ऊर्जा के अंतर को विद्युत चुंबकीय तरंगों के रूप में उत्सर्जित कर देता है।

यदि ऊंची कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा E_1 तथा नीची कक्षा में इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा E_2 तथा उत्सर्जित तरंग की आवृत्ति ν है। तो

$h\nu = E_2 - E_1$

$\boxed{\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}}$ इस आवृत्ति को बोर की आवृत्ति प्रतिबंध कहते हैं।

बोर के परमाणु मॉडल के दोष

बोर का परमाणु मॉडल में भी कुछ दोष पाए गए। अर्थात यह परमाणु संबंधी सभी बातों की व्याख्या नहीं कर सका। कुछ दोष निम्न प्रकार है -

(1). बोर का परमाणु मॉडल स्पेक्ट्रम रेखाओं की व्याख्या करने में असफल रहा।

(2). बोर के परमाणु मॉडल द्वारा जेमान प्रभाव की व्याख्या नहीं की जा सकी।

रदरफोर्ड का परमाणु मॉडल

रदरफोर्ड ने सन 1911 ई० में परमाणु की संरचना का अध्ययन करने के लिए एक प्रयोग किया। इसमें रदरफोर्ड ने रेडियोएक्टिव तत्व पोलिनियम की गतिज ऊर्जा से निकलने वाली α-किरणों की एक किरण पुंज को एक बहुत पतले सोने (स्वर्ण) के पत्र पर गिराया, तथा फिर देखा कि स्वर्ण पत्र में से गुजरते हुए यह α-कण विभिन्न दिशाओं में विक्षेपित हो जाते हैं। α-किरणों का इस प्रकार अपने मार्ग से विचलित होने की घटना को प्रकीर्णन कहते हैं। इस प्रकार रदरफोर्ड के इस प्रयोग को रदरफोर्ड का परमाणु मॉडल (Rutherford atomic model) कहते हैं।

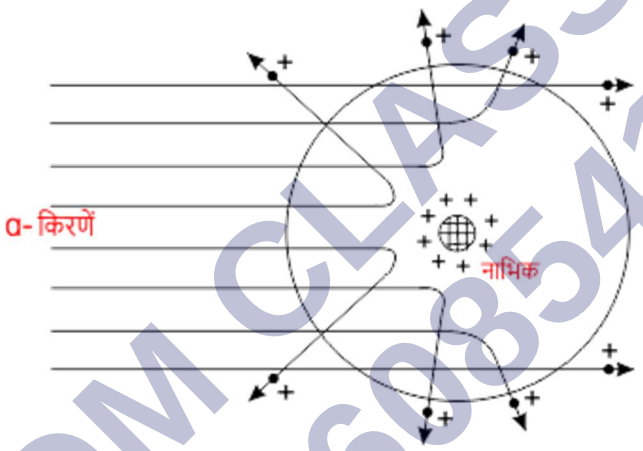
रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल के तथ्य

रदरफोर्ड ने अपने मॉडल को विस्तार पूर्वक समझाने के लिए कुछ महत्वपूर्ण तथ्य दिए जो निम्न प्रकार से हैं-

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

1. इस प्रयोग में रदरफोर्ड देखा कि ज्यादातर α-कण स्वर्ण पत्र से विक्षेपित हुए बिना सीधे चले जाते हैं। तब निष्कर्ष निकला कि परमाणु का ज्यादातर भाग अंदर से खोखला होता है।
2. कुछ α-कण अपने मार्ग से न्यून कोण बनाते हुए विक्षेपित हो जाते हैं। चूंकि हमें पता है कि α-कण धनावेशित होता है। इसलिए यह किसी धनावेशित वस्तु द्वारा ही विक्षेपित हो सकता है। इससे रदरफोर्ड ने माना कि परमाणु का संपूर्ण धन आवेश परमाणु के भीतर एक छोटे से भाग में केंद्रित रहता है।
3. कुछ α-कण अपने मार्ग से अधिक कोण पर प्रकीर्णिन होकर वापस लौट आते हैं। इससे रदरफोर्ड ने यह माना कि धन आवेश परमाणु के अंदर एक अति सूक्ष्म स्थान संकेंद्रित रहता है इस स्थान को नाभिक कहते हैं।



रदरफोर्ड का परमाणु मॉडल

चित्र द्वारा स्पष्ट है कि α-कण नाभिक के जितने समीप होता है उस पर उतना ही अधिक प्रतिकर्षण बल लगता है। जिसके कारण वह अधिक कोण पर विक्षेपित होता है। इसके विपरीत α-कण नाभिक से जितनी दूरी पर होता है उस पर उतना ही कम प्रतिकर्षण बल लगता है। जिसके कारण वह न्यून कोण पर विक्षेपित होता है।

गणना द्वारा यह पाया गया कि नाभिक की त्रिज्या 10^{-15} की कोटि की होती है। तथा परमाणु की त्रिज्या 10^{-10} की कोटि की होती है। इस आधार पर हम कह सकते हैं कि नाभिक की त्रिज्या परमाणु की त्रिज्या के दस हजारवें भाग के बराबर होती है। नाभिक के अलावा शेष भाग में केवल इलेक्ट्रॉन ही होते हैं। जो अपनी अपनी कक्षाओं में घूमते रहते हैं।

रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल की कमियां

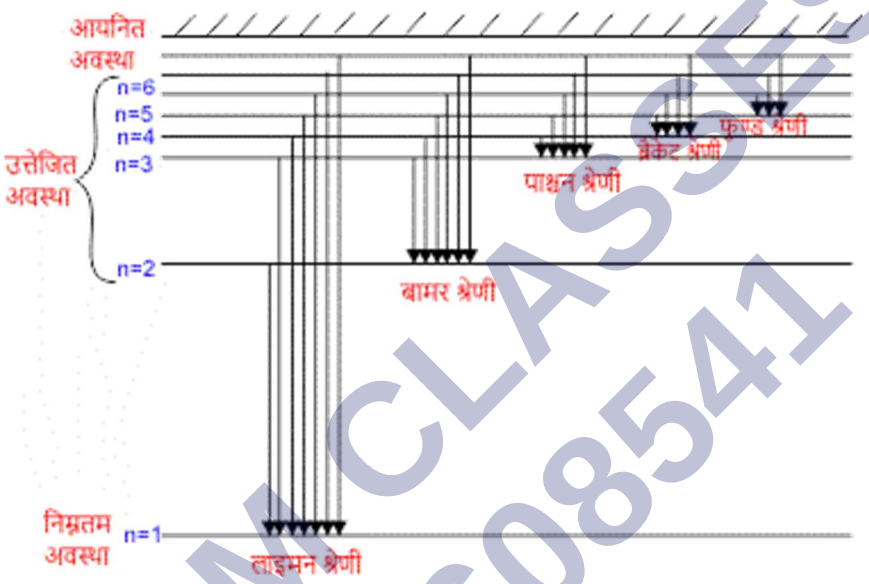
रदरफोर्ड के परमाणु मॉडल में दो कमियां पाई गई जो निम्न प्रकार हैं
(1) रदरफोर्ड द्वारा प्रस्तुत परमाणु मॉडल, परमाणु के स्थायित्व की व्याख्या नहीं कर सका।
(2) रदरफोर्ड द्वारा प्रस्तुत परमाणु मॉडल, रेखीय स्पेक्ट्रम की व्याख्या नहीं कर सका।

SHIVOM CLASSES 8696608541

हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम

हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की व्याख्या सबसे पहले बामर ने की थी। और बामर ने बताया कि हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम में काली पृष्ठभूमि पर बहुत सी चमकीली रेखाएं होती है। जिन की चमक तथा उनके बीच की दूरी घटती जाती है। इस प्रकार यह रेखाएं एक श्रेणी का समूह बनाती हैं। जिसे बामर श्रेणी कहते हैं।

हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम की श्रेणियां



हाइड्रोजन स्पेक्ट्रम

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

1. लाइमन श्रेणी :-

जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा स्तर से प्रथम (निम्नतम) ऊर्जा स्तर में आता है। (अर्थात् n = 1) तो उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की रेखाएं पराबैगनी भाग में प्राप्त होती हैं। इस श्रेणी की रेखाओं की तरंगदैर्ध्य निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त की जा सकती है।

$\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right]$ (n = 2, 3, 4...∞)

इस श्रेणी की सबसे बड़ी तरंगदैर्ध्य (n = 2 के लिए) 1216 तथा सबसे छोटी तरंगदैर्ध्य (n = ∞ के लिए) 912 प्राप्त होती है।

2. बामर श्रेणी :-

जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा स्तर से दूसरे ऊर्जा स्तर में आता है। (अर्थात् n = 2) तो उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की रेखाएं दृश्य भाग में प्राप्त होती हैं। इस श्रेणी की रेखाओं की तरंगदैर्ध्य निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त की जा सकती है।

$\frac{1}{\lambda} = R[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}$ (n = 3, 4, 5...∞)

इस श्रेणी की सबसे बड़ी तरंगदैर्ध्य (n = 3 के लिए) 6563 तथा सबसे छोटी तरंगदैर्ध्य (n = ∞ के लिए) 3646 प्राप्त होती है।

3. पाश्चन श्रेणी :-

जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा स्तर से तीसरे ऊर्जा स्तर में आता है। (अर्थात् n = 3) तो उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की रेखाएं अवरक्त भाग में प्राप्त होती हैं। इस श्रेणी की रेखाओं की तरंगदैर्ध्य निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त की जा सकती है।

$\frac{1}{\lambda} = R[\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}$ (n = 4, 5, 6...∞)

इस श्रेणी की सबसे बड़ी तरंगदैर्ध्य (n = 4 के लिए) 18735 तथा सबसे छोटी तरंगदैर्ध्य (n = ∞ के लिए) 8196 प्राप्त होती है।

4. ब्रैकेट श्रेणी :-

जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा स्तर से तीसरे ऊर्जा स्तर में आता है। (अर्थात् n = 4) तो उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की रेखाएं अवरक्त भाग में प्राप्त होती हैं। इस

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

श्रेणी की रेखाओं की तरंगदैर्ध्य निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त की जा सकती है।

$\frac{1}{\lambda} = R[\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}$ (n = 5, 6, 7...∞)

इस श्रेणी की सबसे बड़ी तरंगदैर्ध्य (n = 5 के लिए) 40500 तथा सबसे छोटी तरंगदैर्ध्य (n = ∞ के लिए) 14516 प्राप्त होती है।

5. फुण्ड श्रेणी :-

जब किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन किसी उच्च ऊर्जा स्तर से तीसरे ऊर्जा स्तर में आता है। (अर्थात् n = 5) तो उत्सर्जित स्पेक्ट्रम की रेखाएं अवरक्त भाग में प्राप्त होती हैं। इस श्रेणी की रेखाओं की तरंगदैर्ध्य निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त की जा सकती है।

$\frac{1}{\lambda} = R[\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}$ (n = 6, 7, 8...∞)

इस श्रेणी की सबसे बड़ी तरंगदैर्ध्य (n = 6 के लिए) 74580 तथा सबसे छोटी तरंगदैर्ध्य (n = ∞ के लिए) 22789 प्राप्त होती है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 437-438)

प्रश्न 1 प्रत्येक कथन के अन्त में दिए गए संकेतों में से सही विकल्प का चयन कीजिए-

a. टॉमसन मॉडल में परमाणु का साइज, रदरफोर्ड मॉडल में परमाण्वीय साइज से _____ होता है। (अपेक्षाकृत काफी अधिक, भिन्न नहीं, अपेक्षाकृत काफी कम)

b. _____ में निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन स्थायी साम्य में होते हैं जबकि _____ में इलेक्ट्रॉन, सदैव नेट बल अनुभव करते हैं। (रदरफोर्ड मॉडल, टॉमसन मॉडल)

c. _____ पर आधारित किसी क्लासिकी परमाणु का नष्ट होना निश्चित है। (टॉमसन मॉडल, रदरफोर्ड मॉडल)

d. किसी परमाणु के द्रव्यमान का _____ में लगभग संतत वितरण होता है लेकिन _____ में अत्यन्त असमान द्रव्यमान वितरण होता है। (रदरफोर्ड मॉडल, टॉमसन मॉडल)

e. _____ में परमाणु के धनावेशित भाग का द्रव्यमान सर्वाधिक होता है। (रदरफोर्ड मॉडल, दोनों मॉडलों)

उत्तर-

a. टॉमसन मॉडल में परमाणु का साइज, रदरफोर्ड मॉडल में परमाण्वीय साइज से **भिन्न नहीं** होता है।

b. **टॉमसन मॉडल** में निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन स्थायी साम्य में होते हैं जबकि **रदरफोर्ड मॉडल** में इलेक्ट्रॉन, सदैव नेट बल अनुभव करते हैं।

c. **रदरफोर्ड मॉडल** पर आधारित किसी क्लासिकी परमाणु का नष्ट होना निश्चित है।

d. किसी परमाणु के द्रव्यमान का **टॉमसन मॉडल** में लगभग संतत वितरण होता है लेकिन **रदरफोर्ड मॉडल** में अत्यन्त असमान द्रव्यमान वितरण होता है।

e. **रदरफोर्ड मॉडल** में परमाणु के धनावेशित भाग का द्रव्यमान सर्वाधिक होता है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 2 मान लीजिए कि स्वर्ण पन्नी के स्थान पर ठोस हाइड्रोजन की पतली शीट का उपयोग करके आपको ऐल्फा-कण प्रकीर्णन प्रयोग दोहराने का अवसर प्राप्त होता है। (हाइड्रोजन 14K से नीचे ताप पर ठोस हो जाती है।) आप किस परिणाम की अपेक्षा करते हैं?

उत्तर- हाइड्रोजन परमाणु का नाभिक एक प्रोटॉन है जिसका द्रव्यमान (1.67×10^{-27}kg)α– कण के द्रव्यमान (6.64×10^{-27}kg) की तुलना में कम है। यह हल्का नाभिक भारी α– कण को प्रतिक्षिप्त नहीं कर पाएगा; अतः α– कण सीधे नाभिक की ओर जाने पर भी वापस नहीं लौटेगा और इस प्रयोग में α– कण का बड़े कोणों पर विक्षेपण भी नहीं होगा।

प्रश्न 3 'पाशन श्रेणी' में विद्यमान स्पेक्ट्रमी रेखाओं की लघुतम तरंगदैर्ध्य क्या है?

उत्तर-

पशन श्रेणी के लिए $\frac{1}{\lambda} = R\left[\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right]$ (जहाँ n = 4, 5, 6, ...)

लघुतम तरंगदैर्ध्य के लिए $n = \infty \therefore \frac{1}{\lambda_\infty} = R\left[\frac{1}{9} - \frac{1}{\infty}\right] = \frac{R}{9}$

अतः $\lambda_\infty = \frac{9}{R} = \left[\frac{9}{1.097\times10^7}\right]$ मीटर

$= 8204.1 \times 10^{-10}\text{m} = 8204.1\text{Å}$

प्रश्न 4 2.3eV ऊर्जा अन्तर किसी परमाणु में दो ऊर्जा स्तरों को पृथक कर देता है। उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति क्या होगी यदि परमाणु में इलेक्ट्रॉन उच्च स्तर से निम्न स्तर में संक्रमण करता है?

उत्तर-

दिया है,

$\Delta E = 2.3\text{ eV} = 2.3 \times 1.6 \times 10^{-19}$ जूल; $h = 6.62 \times 10^{-34}$ जूल-सेकण्ड विकिरण की आवृत्ति ν = ?

सूत्र $\Delta E = h\nu$ से, $\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{2.3\times1.6\times10^{-19}}{6.60\times10^{-34}} = 5.57 \times 10^{14}\text{Hz}$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 5 हाइड्रोजन परमाणु की निम्नतम अवस्था में ऊर्जा -13.6 eV है। इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जाएँ क्या होंगी?

उत्तर-

गतिज ऊर्जा, $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2r} \ldots (i)$

स्तिथ ऊर्जा, $U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r} \ldots (ii)$

कुल ऊर्जा, $E = E_K + U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2r} \ldots (iii)$

प्रश्न 6 निम्नतम अवस्था में विद्यमान एक हाइड्रोजन परमाणु एक फोटॉन को अवशोषित करता है। जो इसे n = 4 स्तर तक उत्तेजित कर देता है। फोटॉन की तरंगदैर्घ्य तथा आवृत्ति ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

$E_n = -\left(\frac{13.6}{n^2}\right)eV$

निम्नतम अवस्था $(n = 1)$ में ऊर्जा $E_1 = -13.6eV$

$(n = 4)$ स्तर में ऊर्जा $E_4 = -\left(\frac{13.6}{4^2}\right)eV = -0.85eV$

$\therefore$ अवशोषित फोटॉन ऊर्जा

$\Delta E = E_4 - E_1 = [-0.85 - (-13.6)]eV = 12.75eV$

$\therefore \Delta E = \frac{hc}{\lambda}$ से फोटॉन की तरंगदैर्घ्य

$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \left[\frac{(6.63\times10^{-34})\times(3\times10^8)}{12.75\times1.6\times10^{-19}}\right]$ मीटर

$= 0.975 \times 10^{-7}m = 975\text{Å}$

फोटॉन की आवृति $v = \frac{c}{\lambda} = \left(\frac{3\times10^8}{0.975\times10^{-7}}\right) = 3.077 \times 10^{15}Hzz$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 7 (a) बोर मॉडल का उपयोग करके किसी हाइड्रोजन परमाणु में n = 1, 2 तथा 3 स्तरों पर इलेक्ट्रॉन की चाल परिकलित कीजिए। (b) इनमें से प्रत्येक स्तर के लिए कक्षीय अवधि परिकलित कीजिए।

उत्तर-

दिया है,

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम, $\varepsilon = 8.85 \times 10^{-12}$ कूलॉम^2/ न्यूटन मीटर^2

$$v_n = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 nh} = \frac{(1.0\times10^{-19})^2\times10^{34}}{2\times8.85\times10^{-12}\times n\times6.62} = \frac{21.871\times10^5}{n} m/s$$

यदि n = 1, 2 व 3 में इलेक्ट्रॉन की चाल क्रमशः v_1, v_2 व v_3 h हो, तो

$$v_1 = \frac{21.871\times10^{10^5}}{1} = 21.871 \times 10^5 m/s$$

$$v_2 = \frac{21.871\times10^5}{2} = 10.935 \times 10^5 m/s$$

तथा $v_3 = \frac{21.871\times10^5}{3} = 7.290 \times 10^5 m/s$

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2h^2}{4\pi^2me^2}$$

अतः कक्षा में इलेक्ट्रॉन का परिक्रमण काल

$$T_n = \frac{2\pi r_n}{V_n} = 2\pi \times \frac{4\pi\varepsilon_0 n^2h^2}{4\pi^2me^2} \times \frac{4\pi\varepsilon_0 nh}{2\pi e^2}$$

$$= \frac{(4\pi\varepsilon_0)^2 n^3h^3}{4\pi^2me^2}$$

$$= \frac{(6.62\times10^{-34})^3}{(9\times10^9)\times4\times(3.14)^2\times9.1\times10^{-31}\times(1.6\times10^{-19})^2} \times n^3$$

$$= 1.537 \times 10^{-10} \times n^3$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 8 हाइड्रोजन परमाणु में अन्तरतम इलेक्ट्रॉन-कक्षा की त्रिज्या 5.3 × 10-11m है। कक्षा n= 2 और n = 3 की त्रिज्याएँ क्या हैं?

उत्तर-

बोर की n वीं कक्षा की त्रिज्या

$$r_n = \frac{\varepsilon_0 h^2 n^2}{\pi m e^2} \Rightarrow r_n \propto n^2$$

निम्तम ऊर्जा स्तर (सबसे भीतरी कक्षा) के लिए n = 1

n = 2 के लिए, r = r_2 (माना)

$$\therefore \frac{r_2}{r_1} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow r_2 = \left(\frac{2}{1}\right) r_1 = 4 \times 5.3 \times 10^{-11} m = 2.12 \times 10^{-10} m$$

प्रश्न 9 कमरे के ताप पर गैसीय हाइड्रोजन पर किसी 12.5 eV की इलेक्ट्रॉन पुंज की बमबारी की गई। किन तरंगदैघ्यों की श्रेणी उत्सर्जित होगी?

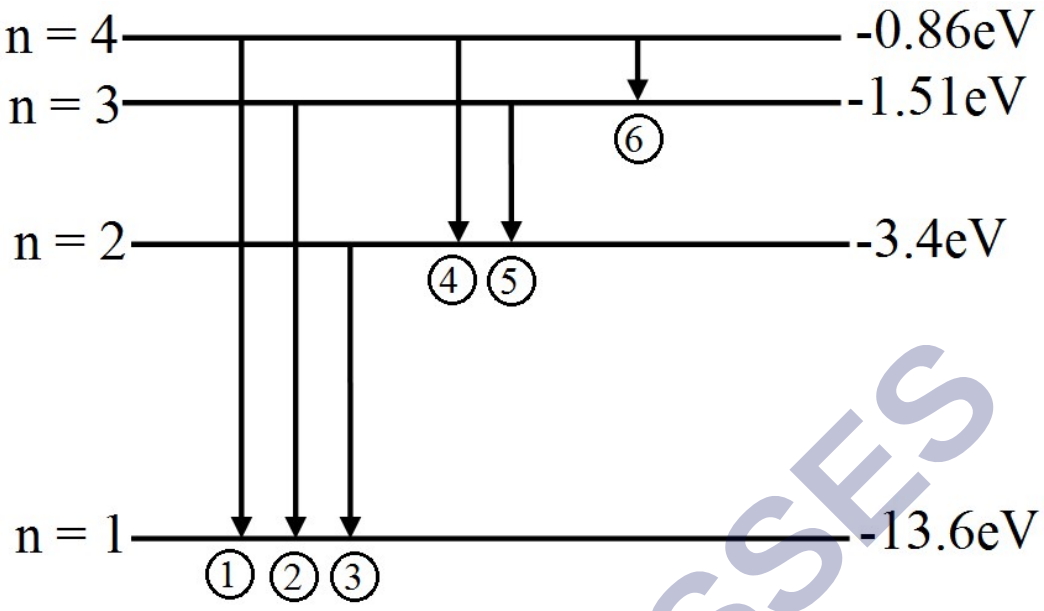
उत्तर- निम्नतम ऊर्जा स्तर में H2 परमाणु की ऊर्जा E1 = -13.6 eV

जब इस पर 12.5eV ऊर्जा के इलेक्ट्रॉन की बमबारी की जाती है तो इस ऊर्जा को अवशोषित करने पर माना यह नावे उत्तेजित ऊर्जा स्तर में चला जाता है।

अत: $E_n = E_1 + 12.75 = -(-13.6 + 12.75) eV = -0.85 \text{ eV}$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



$\therefore E_n = -\left(\frac{13.6}{n^2}\right)$ से,

$$n^2 = \left(\frac{-13.6}{E_n}\right) = \left(\frac{-13.6}{-0.85}\right) = 16 \Rightarrow n = 4$$

अतः संभव संक्रमणों संख्या $= \frac{n(n-1)}{2} = \frac{4\times(4-1)}{2} = 6$

अत: चित्र 12.1 में प्रदर्शित रेखाएँ (तरंगदैर्घ्य उत्सर्जित होंगी)।

सूत्र $\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$ से, प्रत्येक रेखा के संगत तरंगदैर्घ्य ज्ञात करें। इनके मान क्रमशः होंगे

$970.6\text{Å}, 1023.6\text{Å}, 1213.2\text{Å}, 4852.9\text{Å}, 28409\text{Å}$

प्रश्न 10 बोर मॉडल के अनुसार सूर्य के चारों ओर 1.5×10^{11}m त्रिज्या की कक्षा में, 3×10^4m/s के कक्षीय वेग से परिक्रमा करती पृथ्वी की अभिलाक्षणिक क्वांटम संख्या ज्ञात कीजिए। (पृथ्वी का द्रव्यमान= 6.0×10^{24} kg)

उत्तर-

दिया है, पृथ्वी का द्रव्यमान m = 6.0×10^{24} किग्रा; कक्षा की त्रिज्या r = 1.5×10^{11} मीटर

तथा पृथ्वी का कक्षीय वेग ν = 3×10^4 मीटर/सेकण्ड

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

h = 6.62 × 104 जूल-सेकण्ड

बोर मॉडल के अनुसार, $mvr = \frac{nh}{2\pi}$

27 यहाँ n कक्षा की अभिलाक्षणिक क्वाण्टम संख्या है।

$$\therefore n = \frac{2\pi\, mvr}{r}$$

$$= \frac{2\times3.14\times6.0\times10^{24}\times3\times10^{4}\times1.5\times10^{11}}{6.62\times10^{-34}}$$

$$= 2.5613 \times 10^{74} \approx 10^{74}$$

उपग्रह की गति के लिए यह क्वाण्टम संख्या अत्यन्त विशाल है और इतनी विशाल क्वाण्टम संख्या के लिए क्वाण्टीकृत प्रतिबन्धों के परिणाम चिरसम्मत भौतिकी से मेल खाने लगते हैं।

अतिरिक्त अभ्यास (पृष्ठ संख्या 438-439)

प्रश्न 11 निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए जो आपको टॉमसन मॉडल और रदरफोर्ड मॉडल में अन्तर समझने हेतु अच्छी तरह से सहायक हैं:

a. क्या टॉमसन मॉडल में पतले स्वर्ण पन्नी से प्रकीर्णित α– कणों का पूर्वानुमानित औसत विक्षेपण कोण, रदरफोर्ड मॉडल द्वारा पूर्वानुमानित मान से अत्यन्त कम, लगभग समान अथवा अत्यधिक बड़ा है?
b. टॉमसन मॉडल द्वारा पूर्वानुमानित पश्च प्रकीर्णन की प्रायिकता (अर्थात α– कणों का 90° से बड़े कोणों पर प्रकीर्णन) रदरफोर्ड मॉडल द्वारा पूर्वानुमानित मान से अत्यन्त कम, लगभग समान अथवा अत्यधिक है?
c. अन्य कारकों को नियत रखते हुए, प्रयोग द्वारा यह पाया गया है कि कम मोटाई t के लिए, मध्यम कोणों पर प्रकीर्णन α– कणों की संख्या t के अनुक्रमानुपातिक है। t पर यह रैखिक निर्भरता क्या संकेत देती है?
d. किस मॉडल में α– कणों के पतली पन्नी से प्रकीर्णन के पश्चात औसत प्रकीर्णन कोण के परिकलन हेतु बहुप्रकीर्णन की उपेक्षा करना पूर्णतया गलत है?

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उत्तर-

a. औसत विक्षेपण कोण दोनों मॉडलों के लिए लगभग समान है।
b. टॉमसन मॉडल द्वारा पूर्वानुमानित पश्च प्रकीर्णन की प्रायिकता, रदरफोर्ड मॉडल द्वारा पूर्वानुमानित मान की तुलना में अत्यन्त कम है।
c. t पर रैखिक निर्भरता यह प्रदर्शित करती है कि प्रकीर्णन मुख्यतः एकल संघट्ट के कारण होता है। मोटाई t के बढ़ने के साथ लक्ष्य स्वर्ण नाभिकों की संख्या रैखिक रूप से बढ़ती है; अत: α– कणों के, स्वर्ण नाभिक से एकल संघट्ट की सम्भावना रैखिक रूप से बढ़ती है।
d. टॉमसन मॉडल में परमाणु का सम्पूर्ण धनावेश परमाणु में समान रूप से वितरित है; अत: एकल संघट्ट α–कण को अल्प कोण से विक्षेपित कर पाता है। अतः इस मॉडल में औसत प्रकीर्णन कोण का परिकलन, बहुप्रकीर्णन के आधार पर ही किया जा सकता है। दूसरी ओर रदरफोर्ड मॉडल में प्रकीर्णन एकल संघट्ट के कारण होता है; अतः बहुप्रकीर्णन की उपेक्षा की जा सकती है।

प्रश्न 12 हाइड्रोजन परमाणु में इलेक्ट्रॉन एवं प्रोटॉन के मध्य गुरुत्वाकर्षण, कूलॉम-आकर्षण से लगभग 10^{-40} के गुणक से कम है। इस तथ्य को देखने का एक वैकल्पिक उपाय यह है कि यदि इलेक्ट्रॉन एवं प्रोटॉन गुरुत्वाकर्षण द्वारा सम्बद्ध हों तो किसी हाइड्रोजन परमाणु में प्रथम बोर कक्षा की त्रिज्या का अनुमान लगाइए। आप मनोरंजक उत्तर पाएँगे।

उत्तर-

माना इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान m_e व प्रोटॉन का द्रव्यमान m_p है:

तब गुरुत्वाकर्षण बल $F_G = G\frac{m_p \times m_e}{r_n^2}$

जहाँ r_n, n वीं कक्षा की त्रिज्या है

यह बल इलेक्ट्रॉन को आवश्यक अभिकेन्द्र बल देता है

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

अतः $\frac{m_e v_n^2}{r_n} = G\frac{m_p \times m_e}{r_n^2}$ [v_n = n वीं कक्षा में चाल]

$\Rightarrow m_e v_n^2 r_n = G m_p \times m_e \ldots (i)$

बोर मॉडल के अनुसार, $m_e v_n r_n = n\frac{h}{2\pi}$

वर्ग करने पर, $m_e v_n^2 r_n = n\frac{n^2h^2}{4\pi} \ldots (ii)$

समीकरण (ii) को (i) देने पर,

$m_e r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2} \times \frac{1}{Gm_p \times m_e} \therefore r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 G m_p m_e^2}$

या $r_n = \left(\frac{n^2}{m_e}\right)\left(\frac{h}{2\pi}\right) \times \frac{1}{Gm_e m_e^2}$

$\therefore n = 1$ रखने पर प्रथम बोर के कक्षा कोई त्रिज्या

$r_1 = \frac{1}{m_e} \times \left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \times \frac{1}{Gm_p \times m_e} \ldots (iii)$

यदि इलेक्ट्रॉन व प्रोटॉन स्थिर विद्युत बलों से बन्धे हो तो

$r_1 = \frac{1}{m_e}\left(\frac{h}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{4\pi\varepsilon_0}{e \times e} \ldots (iv)$

इस प्रकार समीकरण (iii) व (iv) की तुलना करने पर हम देखते हैं कि यदि हाइड्रोज़न परमाणु में इलेक्ट्रान के बिच स्थिर विद्युत बल $\left(\frac{e \times e}{4\pi\varepsilon_{0r}^2}\right)$ के स्थान पर गुरुत्वीय बल $\left(G\frac{m_p \times m_e}{r^2}\right)$

कार्यरत हो तो प्रथम बोर कक्षा की त्रिज्या ज्ञात करने के r_1 में $\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_{0r}^2}\right)$ के स्थान पर $\left(\frac{Gm_p \times m_e}{r^2}\right)$ रखना चाहिए।

$\therefore G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2, m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg,$

$m_p = 1.67 \times 10^{-27} kgh = 6.62 \times 10^{-34} Js$ समीकरण (ii) में रखने पर,

$r_1 = \frac{1}{9.1 \times 10^{-31}} \times \left(\frac{6.62 \times 10^{-34}}{2 \times 3.14}\right)^2 \times \frac{1}{6.67 \times 10^{-11} \times 1.67 \times 10^{-27} \times 9.1 \times 10^{-31}}$

$= 1.21 \times 10^{29} m$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 13 जब कोई हाइड्रोजन परमाणु स्तर n से स्तर (n-1) पर व्युत्तेजित होता है तो उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति हेतु व्यंजक प्राप्त कीजिए। n के अधिक मान हेतु, दर्शाइए कि यह आवृत्ति, इलेक्ट्रॉन की कक्षा में परिक्रमण की क्लासिकी आवृत्ति के बराबर है।

उत्तर-

n वें ऊर्जा स्तर में हाइड्रोजन परमाणु की ऊर्जा निम्नलिखित है:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 me^4 k^2}{n^2 h^2} \left[\text{जहाँ } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right]$$

$$\therefore (n-1) \text{ वें ऊर्जा स्तर में ऊर्जा } E_{n-1} = -\frac{2\pi^2 me^4 k^2}{(n-1)^2 2h^2}$$

यदि हाइड्रोज़न परमाणु n वें ऊर्जा स्तर से (n - 1) वें ऊर्जा स्तर में लौटने पर v आवृति का विकिरण उत्सर्जित करता हैं तो

$$hv = E_n - E_{n-1} = \frac{2\pi^2 me^2 k^2}{h^2}\left[\frac{1}{(n-1)^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi^2 me^4 k^2}{h^3} \cdot \frac{n^2-(n-1)^2}{(n-1)^2 n^2}$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\pi^2 me^4 k^2}{h^3} \cdot \frac{(2n-1)}{(n-1)^2 n^2} \ldots (i)$$

यही अभीष्ट व्यंजक हैं।

यदि n का मान अधिक हैं तो $(n-1) \approx n$ तथा $(2n-1) \approx 2n$

तब $v = \frac{2\pi^2 me^4 k^2}{h^3} \cdot \frac{2n}{n^2.n^2}$

$$\Rightarrow v = \frac{4\pi^2 me^4 k^2}{n^3 h^3} \ldots (ii)$$

पुनः बोर के परमाणु मॉडल के अनुसार n वें ऊर्जा स्तर में इलेक्ट्रॉन का कोणीय संवेग

$$mv_n r = \frac{nh}{2\pi} \Rightarrow v_n = \frac{nh}{2\pi mr}$$

जबकि $r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 mke^2}$

∴ कक्षा में इलेक्ट्रॉन की क्लासिकी घूर्णन आवृति

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$v_e = \frac{v_n}{2\pi r} = \frac{\frac{nh}{2\pi mr}}{2\pi r}$$

$$= \frac{nh}{4\pi^2 mr^2} = \frac{nh}{4\pi^2 m\left(\frac{n^2h^2}{4\pi^2 mke^2}\right)^2}$$

$$v_e = \frac{4\pi^2 mk^2 e^4}{n^3 h^3} \quad \ldots (v)$$

अत: समीकरण (4) एवं (5) से स्पष्ट है कि के उच्च मानों हेतु 7 वीं कक्षा में इलेक्ट्रॉन की क्लासिकी घूर्णन आवृति, हाइड्रोजन परमाणु द्वारा n वें ऊर्जा स्तर से (n - 1) वें ऊर्जा स्तर में जाने के दौरान उत्सर्जित विकिरण की आवृत्ति के बराबर होती है।

प्रश्न 14 क्लासिकी रूप में किसी परमाणु में इलेक्ट्रॉन नाभिक के चारों ओर किसी भी कक्षा में हो सकता है। तब प्रारूपी परमाण्वीय साइज किससे निर्धारित होता है? परमाणु अपने प्रारूपी साइज की अपेक्षा दस हजार गुना बड़ा क्यों नहीं है? इस प्रश्न ने बोर को अपने प्रसिद्ध परमाणु मॉडल, जो आपने पाठ्यपुस्तक में पढ़ा है, तक पहुँचने से पहले बहुत उलझन में डाला था। अपनी खोज से पूर्व उन्होंने क्या किया होगा, इसको अनुकरण करने के लिए हम मूल नियतांकों की प्रकृति के साथ निम्न गतिविधि करके देखें कि क्या हमें लम्बाई की विमा वाली कोई राशि प्राप्त होती है, जिसका साइज, लगभग परमाणु के ज्ञांत साइज ($\sim 10^{-10}$m) के बराबर है।।

a. मूल नियतांकों e, me और c से लम्बाई की विमा वाली राशि की रचना कीजिए। उसका संख्यात्मक मान भी निर्धारित कीजिए।
b. आप पाएँगे कि (a) में प्राप्त लम्बाई परमाण्वीय विमाओं के परिमाण की कोटि से काफी छोटी है। इसके अतिरिक्त इसमें सम्मिलित है। परन्तु परमाणुओं की ऊर्जा अधिकतर अनापेक्षिकीय क्षेत्र (non: relativistic domain) में है जहाँ c की कोई अपेक्षित भूमिका नहीं है। इसी तर्क ने बोर को c का परित्याग कर सही परमाण्वीय साइज को प्राप्त करने के लिए कुछ अन्य देखने के लिए प्रेरित किया। इस समय प्लांक नियतांक h का कहीं और पहले ही आविर्भाव हो चुका था। बोर की सूक्ष्मदृष्टि ने पहचाना कि h, me और e के प्रयोग से ही सही परमाणु साइज प्राप्त होगा। अतः h, me और e से ही लम्बाई की विमा वाली किसी राशि की रचना कीजिए और पुष्टि कीजिए कि इसका संख्यात्मक मान वास्तव

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

में सही परिमाण की कोटि का है।

उत्तर-

a.

दी गई राशियों के विमीय सूत्र निम्नलिखित हैं:

$$e = [AT],\ m_e = [M],\ c = [LT^{-1}]$$

तथा $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = [ML^3T^{-4}A^{-2}]$

$$\Rightarrow [M^0L^1T^0A^0] = [AT]^x [M]^y [ML^3T^{-4}A^{-2}]^u$$

$$= [M]^{y+u} L^{z+3u} T^{x-z-u} A^{a-2u}]$$

दोनों पक्षों में विमाओं की तुलना करने पर,

$$y + u = 0 \ldots (i)$$

$$z + 3u = 1 \ldots (ii)$$

$$x - z - 4u = 0 \ldots (iii)$$

$$x - 2u = 0 \ldots (iv)$$

समीकरण (ii) व (iii) की जोड़ने पर,

$$x - u = 1 \ldots (v)$$

समीकरण (v) में से (v) को घटाने पर,

$$u = 1$$

तब $y = -u = -1,\ z = -2,\ x = 2$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

लम्बाई की विमा वाली अभीष्ट राशि निम्नलिखित हैं-

$$L = e^2 m_e^{-1} . c^{-2} . \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} . \frac{e^2}{m_e c^2}$$

$$\therefore \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9 Nm^2C^2,\ e = 1.6 \times 10^{-19}C,\ m_e = 9.1 \times 10^{-31}kg$$

तथा $c = 3 \times 10^8 ms^{-1}$

∴ उक्त राशि का आंकिक मान निम्नलिखित हैं-

$$L = 9 \times 10^9 \times \frac{(1.6\times10^{-19})^2}{9.1\times10^{-31}\times(3\times10^8)^2} m$$

या $L = 2.81 \times 10^{-15} m$

स्पष्ट हैं की यह दुरी परमाणु के साइज की तुलना में लगभग 10^5 गुनी छोटी हैं।

b.

पुनः h का विमीय सूत्र $[ML^2T^{-1}]$ हैं

माना अभीष्ट राशि

$$L = e^x m_e^y h^z \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^u$$

$$\Rightarrow [M^0L^1T^0A^0] = [AT]^x [M]^y [M]^y [ML^2T^{-1}]^z [ML^3T^{-4}A^{-2}]^u$$

$$= [M^{y+z+u} L^{2z+3u} T^{x-z-4u} A^{x-2u}]$$

दोनों पक्षों में विमाओ की तुलना करने पर,

$$y + z + u = 0 \ldots (i)$$

$$2z + 3u = 1 \ldots (ii)$$

$$x - z - 4u = 0 \ldots (iii)$$

$$x - 2u = 0 \ldots (iv)$$

समीकरण (iv) में से (iii) को घटाने पर,

$$z + 2u = 0 \ldots (v)$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

समीकरण (v) को दो से गुणा करके समीकरण (ii) में से घटाने पर,

$$-u = 1 \Rightarrow u = -1$$

समीकरण (v) से, $z = -2u \Rightarrow z = 2$

समीकरण (1) से, $y = -z - u \Rightarrow y = -1$

समीकरण (iv) से, $x = 2u \Rightarrow x = -2$

अतः अभीष्ट राशि निम्नलिखित है-

$$L = e^{-2} m_e^{-1} h^2 \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)^{-1}$$

$$\Rightarrow L = \frac{4\pi\varepsilon_0 h^2}{m_e e^2}$$

यही अभीष्ट राशि है जिसकी विमा लम्बाई के समान है।

उक्त सूत्र में मान रखें पर,

$$L = \frac{(6.62\times10^{-34})^2}{(2\times3.14)^2\times9\times10^9\times9.1\times10^{-31}\times(1.6\times10^{-19})^2} m \left[\because h = \frac{h}{2\pi}\right]$$

$$= 0.53 \times 10^{-10} = 0.53\text{Å}$$

जो कि स्पष्टतया परमाणु के अमाप की कोटि की है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

प्रश्न 15 हाइड्रोजन परमाणु की प्रथम उत्तेजित अवस्था में इलेक्ट्रॉन की कुल ऊर्जा लगभग –3.4eV है।

a. इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा क्या है?
b. इस अवस्था में इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा क्या है?
c. यदि स्थितिज ऊर्जा के शून्य स्तर के चयन में परिवर्तन कर दिया जाए तो ऊपर दिए गए उत्तरों में से कौन-सा उत्तर परिवर्तित होगा?

उत्तर-

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

a. माना प्रथम उत्तेजित अवस्था में कक्षा की त्रिज्या r है।

∵ इलेक्ट्रॉन को अभिकेन्द्र बल, स्थिर विद्युत बल से मिलता है;

अतः $\frac{mv^2}{r} = k\frac{e\times e}{r^2}\left(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$

∵ गतिज ऊर्जा $K = \frac{1}{2}mv^2$

$\Rightarrow K = \frac{ke^2}{2r} \ldots (i)$

इस स्थिति में विद्युत स्थितिज ऊर्जा $U = -K\frac{e\times e}{r}$

$\Rightarrow U = 2\left(-\frac{ke^2}{2r}\right) \Rightarrow U = -2K$

∴ कुल ऊर्जा $E = U + K \Rightarrow E = -K$

या $-3.4eV = -K[\because$ दिया है, $E = -3.4eV]$

∴ इलेक्ट्रान की गतिज ऊर्जा $K = 3.4eV$

b.

स्थितिज ऊर्जा $U = -2K$

$\Rightarrow U = -6.8eV$

c. यदि स्थितिज ऊर्जा के शून्य को बदल दिया जाए तो इलेक्ट्रॉन की स्थितिज ऊर्जा तथा कुल ऊर्जा बदल जाएगी जबकि गतिज ऊर्जा अपरिवर्तित रहेगी।

प्रश्न 16 यदि बोर का क्वांटमीकरण अभिगृहीत (कोणीय संवेग $\frac{nh}{2\pi}$) प्रकृति का मूल नियम है तो यह ग्रहीय गति की दशा में भी लागू होना चाहिए। तब हम सूर्य के चारों ओर ग्रहों की कक्षाओं के क्वांटमीकरण के विषय में कभी चर्चा क्यों नहीं करते?

उत्तर- माना हम बोर के क्वांटम सिद्धान्त को पृथ्वी की गति पर लागू करते हैं।

इसके अनुसार:

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$mvr = n\frac{h}{2\pi} \Rightarrow n = \frac{2\pi mvr}{h}$$

पृथ्वी के लिए $m = 6.0 \times 10^{24}kg,\ v = 3 \times 10^{4}m/s^{-1}$

$$r = 1.49 \times 10^{11}m,\ h = 6.62 \times 10^{-34}Js$$

$$\therefore n = \frac{2\times3.14\times6.0\times10^{24}\times3\times10^{4}\times1.49\times10^{11}}{6.62\times10^{-34}}$$

$$\Rightarrow n = 2.49 \times 10^{74} \Rightarrow n \approx 10^{74}$$

∴ n का मान बहुत अधिक है; अत: इसका यह अर्थ हुआ कि ग्रहों की गति से सम्बद्ध कोणीय संवेग तथा ऊर्जा $\frac{h}{2\pi}$ की तुलना में अत्यन्त बड़ी हैं। n के इतने उच्च मान के लिए, किसी ग्रह के बोर मॉडल के दो क्रमागत क्वांटमीकृत ऊर्जा स्तरों के बीच ग्रह के कोणीय संवेग तथा ऊर्जाओं के अन्तर किसी ऊर्जा स्तर में ग्रह के कोणीय संवेग तथा ऊर्जा की तुलना में नगण्य हैं, इसी कारण ग्रहों की गति में ऊर्जा स्तर क्वांटमीकृत होने के स्थान पर सतत प्रतीत होते हैं।

प्रश्न 17 प्रथम बोर-त्रिज्या और म्यूओनिक हाइड्रोजन परमाणु [अर्थात् कोई परमाणु जिसमें लगभग 207 m_e द्रव्यमान का ऋणावेशित म्यूऑन (μ−) प्रोटॉन के चारों ओर घूमता है। की निम्नतम अवस्था ऊर्जा को प्राप्त करने का परिकलन कीजिए?

उत्तर- एक म्यूओनिक हाइड्रोजन परमाणु में प्रोटॉन रूपी नाभिक के चारों ओर एक म्यूऑन आवेश = $-1.6 \times 10^{-19}C$,

द्रव्यमान $m\mu = 207m_e$

वृत्तीय कक्षा में चक्कर लगाता है

अतः $\frac{m\mu}{m_e} = 207$

हाइड्रोज़न परमाणु में, इलेक्ट्रान की n वीं कक्षा की त्रिज्या

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$r_e = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k e^2} \left(\text{जहाँ } k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\right)$$

अथवा $r_e = \frac{K}{m_e} \left(\text{जहाँ } K = \frac{h^2}{4\pi^2 k e^2} = \text{नियतांक}\right)$

समान रूप से, $r_\mu = \frac{K}{m_\mu}$

$$\therefore \frac{r_\mu}{r_e} = \frac{m_e}{m_\mu} \Rightarrow r_\mu = \frac{1}{207} \times r_e$$

परन्तु इलेक्ट्रान की प्रथम कक्षा की त्रिज्या $r_e = 0.53\text{Å} = 0.53 \times 10^{-10}\text{m}$

$\therefore$ म्यूऑन की प्रथम कक्षा की त्रिज्या $r_\mu = \frac{1}{207} \times 0.53 \times 10^{-10}$

$$\Rightarrow r_\mu = 2.56 \times 10^{-13}\text{m}$$

पुनः प्रथम कक्षा में एलेक्ट्रोब की ऊर्जा $E - e = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_e}$

तथा प्रथम कक्षा में म्युआन ऊर्जा $E_\mu = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_\mu}$

$\therefore \frac{E\mu}{E_e} = \frac{r_e}{r_\mu}$, परन्तु $\frac{r_e}{r_\mu} = \frac{m_\mu}{m_e}$

$$\Rightarrow E_\mu = \frac{m_\mu}{m_e} \times E_e = 207E_e$$

$\because$ प्रथम कक्षा में हाइड्रोज़न इलेक्ट्रान की ऊर्जा

$$E_e = -13.6\text{eV}$$

$\therefore$ प्रथम कक्षा में म्युआन की ऊर्जा

$$E\mu = 207 \times (-13.6\text{eV}) = -2815.2\text{eV} = -2.82\text{ keV}$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)