गणित

अध्याय-12: घातांक और घात

घातांक और घात

मान लीजिए कि 24 = 16 एक समिका है। इसे निम्न प्रकार लिखा जा सकता है।

24 = 2 X 2 X 2 X 2 = 161

2^4, यहां 2 आधार और 4 उसका सुचकांक है। 2 का स्वयं से 4 बार गुणन करने पर गुणनफल 16 प्राप्त होता है। इस प्रकार व्यक्त रूप को घातांक रूप कहते हैं। इसी प्रकार।

2m = 2 x 2 x 2 x....x2 x 2 x ....2 x2 .....(m बार)

यहां 2 आधार और m उसका घातांक,घात, सूचकांक है।

उदाहरण के लिए – 1260000000000 एक बहुत बड़ी संख्या है। हम इस संख्या को 1.26×1012 जैसे घातांक का उपयोग करके लिख सकते हैं। इस संख्या में, हम 1012 को दस (10) की घात बारह (12) के रूप में पढ़ते हैं। 1012 में, संख्या 10 को आधार कहा जाता है और संख्या 12 को घातांक कहा जाता है। जिस स्थान पर घातांक लिखा होता है, उसे घात कहते हैं।

उद्देश्य

इस पाठ के अंत में आप, निम्न करने में सक्षम हो जाएंगे:

- घातांक को परिभाषित करना।
- घातांक के नियम बताना।
- संख्याओं को घातांक रूप में व्यक्त करना।
- बहुत छोटी और बहुत बड़ी संख्याओं की तुलना करना।

घात में ऋणात्मक घातांक वाली संख्याएँ

सामान्यतः हम किसी संख्या के घात में धनात्मक घातांक लिखते हैं। यदि घातांक ऋणात्मक है तो हम इस प्रकार के घातांकों को कैसे हल कर सकते हैं? आइए कुछ उदाहरणों की मदद से समझते हैं।

उदाहरण – 1) 5-2 का मान क्या है?

हल – हम लिख सकते हैं 5-2 = 1/52 = 1/25 उत्तर

ऋणात्मक घातांक को हल करने के लिए हम घातांक को हर में ले जाते हैं यदि घातांक अंश में है और यदि घातांक हर में है, तो हम उसे अंश में ले जाते हैं। ऐसा करने से ऋणात्मक घातांक, धनात्मक घातांक में बदल जाता है।

उदाहरण – 2) 1/10–3, 10–5, 1/8–4 को हल करें।

हल – 1/10–3 = 103

10–5 = 1/105

1/8-4 = 84 उत्तर

उदाहरण – 3) 106, 1/39, 72 को ऋणात्मक घातांक में बदलें।

हल – 106 = 1/10–6

1/39 = 3–9

72 = 1/7-2 उत्तर

नोट – उपरोक्त उदाहरणों से हम कह सकते हैं कि यदि कोई धनात्मक घातांक am है तो उसका ऋणात्मक घातांक 1/a-m होता है या हम कह सकते हैं कि am = 1/a-m। जहाँ a एक शून्येतर पूर्णांक है। am, a-m का गुणनात्मक प्रतिलोम है।

ऋणात्मक घातांक वाली घातें।

$2^2 = 2 \times 2 = 4$

$2^{-2} = \frac{1}{2\times2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ (जहां n एक धनात्मक पूर्णांक है)

$5^{-3} = \frac{1}{5x5x5} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

$10^{-1} = \frac{1}{10}$

$10^{-2} = \frac{1}{10} \div 10 = \frac{1}{10\times10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2}$

निम्नलिखित पर विचार कीजिए।

$5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 = \frac{625}{5}$

$5^2 = 5 \times 5 = 25 = \frac{125}{5}$

$5^1 = 5 \quad = \frac{25}{5}$

$5^0 = 1 \quad = \frac{5}{5}$

(इससे पूर्व की संख्या को आधार 5 से विभाजित किया गया है।)

ऊपर के प्रतिरूप से

$5^{-1=}$ $1 \div 5 = \frac{1}{5}$

5^{-2} $\frac{1}{5} \div 5 = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{5^2}$

5^{-3} $\frac{1}{5}$

5 = 2+ 5 = 5x5x5

साधरणतया, हम कह सकते हैं कि किसी शून्येतर पूर्णांक संख्या a, के लिए ,am = ,जहां एक m धनात्मक पूर्णांक है। a-m,am का गुणात्मक प्रतिलोम है। ।

किसी संख्या पर घात लगाना या घातांकन (Exponentiation या Involution, इनवॉल्यूशन) एक गणितीय संक्रिया है जिसमें किसी संख्या को लगातार अपने से दो या अधिक बार गुणा किया जाता है। जितने बार गुणा किया जाता है, वह उस संख्या का 'घात' कहलाता है। घात को संख्या के ऊपर दाहिनी ओर थोड़ा हटाकर लिखा जाता है;

10 की घात 100 का मान

10 = 100 है। 69. 24.58 = 2 x 10 + 4 x 1 + 5 x 10 + 8 x 100 है।

10 की घात 24 में आधार

घात को संख्या के ऊपर दाहिनी ओर थोड़ा हटाकर लिखा जाता है । me आधार 10 है और घातांक 24 है ।

घातांक के नियम: (rules of exponent in hindi)

घातांकों को हल करने के लिए कुछ ऐसे नियम हैं जो बहुत उपयोगी हैं। मान लीजिए कि नीचे दिए गए घातांकों के नियमों को सत्यापित करने के लिए दो गैर-शून्य पूर्णांक a और b और दो पूर्णांक m और n हैं।

नियम 1: a0 = 1.

नियम 2: a-m = 1/a. m

नियम 3: am * an = a. m+n

नियम 4 : am/an = a. m-n

नियम 5 : (am)n : a. m × n

नियम 6 : am/n =n√am = (n√a) m

घातांक के नियम

घात अथवा घातांक (Indices) :-घातांक का सामान्य अर्थ है , जिस संख्या के ऊपर जो संख्या (घात) है, उस संख्या को उतनी बार गुणा करना, जितनी उसके ऊपर संख्या (घात) है।

1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

2) a^m / a^n या $a^m \div a^n = a^{m-n}$

3) $a^m \times b^m = (ab)^m$

4) a^m / b^m या $a^m \div b^m = (a/b)^m$

5) $(a^m)^n = a^{mn}$

6) $a^0 = 1$

7) यदि $a^m = a^n$ तब $m = n$

नोट -**1)** नियम के अनुसार, $a^0 = 1$

आइए इस नियम को सिद्ध करें, **बायाँ पक्ष** $= a^0$

$= a^{1-1}$ (चूंकि $1 - 1 = 0$)

$= a^{1+(-1)}$

$= a^1 \times a^{-1}$ (नियम के विपरीत क्रम $a^m \times a^n = a^{m+n}$ का उपयोग करने पर)

$= a^1 / a^1$

$= 1$

= **दायाँ पक्ष**

2) उपरोक्त सभी नियम ऋणात्मक घातांकों के लिए भी प्रयुक्त होते हैं जिन्हें हम उदाहरणों की सहायता से समझेंगे।

उदाहरण 1) $3^5 \times 3^3$ को हल कीजिये।

हल – नियम $a^m \times a^n = a^{m+n}$ का उपयोग करने पर

$3^5 \times 3^3 = 3^{5+3} = 3^8$ **उत्तर**

उदाहरण 2) घातांकीय रूप में मान ज्ञात कीजिए।

(1) $6^{-2} \times 6^7$ (2) $(-9)^4 \times 2^4$

हल – (1) $6^{-2} \times 6^7$

नियम $a^m \times a^n = a^{m+n}$ का प्रयोग करने पर

$6^{-2} \times 6^7 = 6^{-2+7} = 6^5$

(2) $(-9)^4 \times 2^4$

नियम $a^m \times b^m = (ab)^m$ का उपयोग करने पर

$(-9)^4 \times 2^4 = (-9 \times 2)^4 = (-18)^4$ **उत्तर**

उदाहरण 3) $2^{-1} / 2^3$ को सरल कीजिए।

हल – नियम a^m / a^n या $a^m \div a^n = a^{m-n}$ का उपयोग करने पर

$2^{-1} / 2^3 = 2^{-1-3} = 2^{-4} = 1/2^4$ **उत्तर**

घातांक का उपयोग

छोटी संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त करने के लिए

बड़ी संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त करने के लिए

बहुत छोटी और बहुत बड़ी संख्याओं की तुलना

उदाहरण

घात और घातांक में अंतर

जो 10 है उसे हम "आधार" बोलते हैं और जो 4 लिखा हुआ है इसे "घातांक" कहते हैं। तथा इस पूरी संख्या को हम "घात" बोलते हैं। 5^2 यहां 5 वह अंक या संख्या हुई जिस पर घात लगाई गई

और 2 वह अंक या संख्या हुई जितने की घात लगी। यानी 2 घातांक हुआ यहां पर 5 और 2 के बीच में एक विशेष प्रकार का चिन्ह है।

करणी कैसे निकाले

करणी के नियम

- (n√a)n = (a1/n)n = a.
- n√ab = n√a . n√b.
- m√n√a = mn√a.
- n√(a/b) = n√a/n√b.
- (n√a)m = n√am

करणी 2 का मान

२ का वर्गमूल (√2) वह संख्या है जिसको स्वयं से गुणा करने पर २ प्राप्त होता है। यह एक अपरिमेय संख्या है। इसका मान लगभग 1.41421 होता है। यदि 1 मीटर भुजा वाला एक वर्ग बनाया जाय तो उसके विकर्ण की लम्बाई (मीटर में) का मान 2 के वर्गमूल के बराबर होगा।

6 का वर्गमूल कितना होगा

√6(वर्गमूल 6) एक अपरिमेय संख्या है जिसका दशमलव में पूरा मान ज्ञात नहीं किया जा सकता। ये लगभग 2.4494897… होता है।

करणी 3 का मान क्या है?

√3 का मान 1.732 होता है यह कैसे सिद्ध करेंगे

Example:

प्रश्न . मान ज्ञात कीजिए –

(i) 3^{-2} (ii) $(-4)^{-2}$ (iii)
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$$

हल :

(i) 3^{-2} =

$$= \frac{1}{3^2}$$
$$= \frac{1}{3 \times 3}$$
$$= \frac{1}{9}$$
उत्तर

(ii)
$$(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{(-4) \times (-4)} = \frac{1}{16}$$
उत्तर

(iii)
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \frac{1}{(2)^{-5}} = 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$
उत्तर

प्रश्न . सरल कीजिए और उत्तर को धनात्मक घातांक के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$ (ii)
$$\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$$
(iii)
$$(-3)^4 \times \left(\frac{5}{4}\right)^4$$

(iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5}$ (v) $2^{-3} \times (-7)^{-3}$

हल :

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8 = (-4)^{5-8}$

[∵ $\alpha^m \div \alpha^n = \alpha^{m-n}$]

$$= (-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3}$$

उत्तर

(ii)

$$\left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = \frac{1}{2^{3\times 2}}$$

[∵ $(\alpha^m)^n = d^{mn}$]

$$= \frac{1}{2^6}$$

उत्तर

(iii)

$$(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = (-1)^4 \times (3)^4 \times \frac{(5)^4}{(3)^4}$$

$$\left[\because \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}\right]$$

= 1 x 3^{4-4}x 5^4

$$\left[\because \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}\right]$$

= 1 x 3^0 x 5^4

= 1 x 1 x 5^4

= 5^4

(iv) (3^{-7} ÷ 3^{-10}) x 3^{-5} = $3^{-7-(-10)}$x 3^{-5} [∵ α^m ÷ α^n = α^{m-n}] = 3^{-7+10} x 3^{-5}

= 3^3 x 3^{-5}

= 3^{3-5}

$$= 3^{-2} = \frac{1}{3^2}$$

[∵ α^m x α^n = α^{m+n}]

(v) 2^{-3} $(-7)^{-3}$ = $[(2)x(-7)]^{-3}$

(v) 2^{-3} $(-7)^{-3}$ = $[(2)x(-7)]^{-3}$

$$= (-14)^{-3} = \frac{1}{(-14)^3}$$

उत्तर

प्रश्न . मान ज्ञात कीजिए –

$$(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2 = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times 4$$

$$= \left(\frac{4+1}{4}\right) \times 4$$

$$= \frac{5}{4} \times 4 = 5$$
उत्तर

(ii)
$$(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{2^2}$$

$$= \frac{1}{8} \div \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{8} \times \frac{4}{1} = \frac{1}{2}$$
उत्तर

(iii)
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = \frac{1}{2^{-2}} + \frac{1}{3^{-2}} + \frac{1}{4^{-2}}$$

$= 2^2 + 3^2 + 4^2$

$= 4 + 9 + 16$

$= 29$ उत्तर

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0 = 1$ **उत्तर**

(v)
$$\left\{\left(\frac{-2}{3}\right)^{-2}\right\}^2 = \left[\left(\frac{-3}{2}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{-3}{2}\right)^{2\times 2} = \left(\frac{-3}{2}\right)^4$$

$$= \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} = \frac{81}{16}$$
उत्तर

प्रश्न . मान ज्ञात कीजिए – (i)

$$\frac{8^{-1}\times 5^{3}}{2^{-4}}$$

(ii) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$

हल : (i)

$$\frac{8^{-1}\times 5^{3}}{2^{-4}}=\frac{1}{8^{1}}\times 5^{3}\times 2^{4}$$

$$=\frac{1}{8}\times 125\times 16$$

= 125 x 2 = 250 उत्तर

(ii)

$$(5^{-1}\times 2^{-1})\times 6^{-1}=\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{6}=\frac{1}{10}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{60}$$

उत्तर

प्रश्न .m का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए

$5^{m} \div 5^{-3} = 5^{5}$

हल :

$5^{m} \div 5^{-3} = 5^{5}$

या $5^{m-(-3)} = 5^{5}$ [$\because \alpha^{m} \div \alpha^{n} = \alpha^{m-n}$] या $5^{m+3} = 5^{5}$

या m + 3 = 5 [$\because$ यदि $\alpha^{m} = \alpha^{n}$ हो तो m = n] या m = 5 – 3 = 2 **उत्तर**

प्रश्न . मान ज्ञात कीजिए – (i)

$$\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-1}$$

(ii)

$$\left(\frac{5}{8}\right)^{-7}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-4}$$

हल :

$$\left\{\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}-\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-1}=(3^1-4^1)^{-1}$$

$= (-1)^{-1}$

$$=\frac{1}{(-1)^1}=\frac{1}{-1}=-1$$

उत्तर

(ii)

$$\left(\frac{5}{8}\right)^{-7}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-4}=\left(\frac{8}{5}\right)^{7}\times\left(\frac{8}{5}\right)^{-4}$$

$$=\left(\frac{8}{5}\right)^{7-4}$$

[$\because \alpha^m \times \alpha^n = \alpha^{m+n}$]

$$=\left(\frac{8}{5}\right)^{3}=\frac{8\times8\times8}{5\times5\times5}=\frac{512}{125}$$

प्रश्न 7. सरल कीजिए – (i)

$$\frac{25\times t^{-4}}{5^{-3}\times10\times t^{-8}}(t\neq0)$$

(ii)

$$\frac{3^{-5}\times10^{-5}\times125}{5^{-7}\times6^{-5}}$$

हल : (i)

$$\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}} = \frac{25 \times 5^3}{10} \times t^{-4} \times t^8$$

$$= \frac{5 \times 5^3}{2} \times t^{-4+8}$$

$$= \frac{5^{1+3}}{2} t^4$$

$$= \frac{5^4}{2} t^4 = \frac{625}{2} t^4$$

उत्तर

(ii)

$$\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}} = \frac{5^7 \times 6^5 \times 125}{3^5 \times 10^5}$$

$$= \frac{5^7 \times (2 \times 3)^5 \times (5)^3}{3^5 \times (2 \times 5)^5}$$

$$= \frac{5^7 \times 2^5 \times 3^5 \times 5^3}{3^5 \times 2^5 \times 5^5}$$

$= 5^{7+3-5} \times 2^{5-5} \times 3^{5-5}$

$= 5^5 \times 2^0 \times 3^0$

$= 5^5 \times 1 \times 1$

$= 5^5$ **उत्तर**

प्रश्न . निम्नलिखित संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त कीजिए

(i) 0.0000000000085 (ii) 0.00000000000942
(ii) 6020000000000000 (iv) 0.00000000837
(v) 31860000000

हल : (i) 0.0000000000085 =

$$= \frac{85}{1000000000000000} = \frac{85}{10^{13}} = \frac{8.5 \times 10}{10^{13}}$$

$= 8.5 \times 10 \times 10^{-13} = 8.5 \times 10^{1-13}$

$= 8.5 \times 10^{-12}$ उत्तर

(ii) 0.00000000000942

$$= \frac{943}{100000000000000} = \frac{942}{10^{14}} = \frac{9.42 \times 100}{10^{14}}$$

$= 9.42 \times 10^{2} \times 10^{-14} = 9.42 \times 10^{2-14}$

$= 9.42 \times 10^{-12}$ **उत्तर**

(iii) 6020000000000000

$= 602 \times 10^{13}$

$= 6.02 \times 100 \times 10^{13}$

$= 6.02 \times 10^{2} \times 10^{13}$

$= 6.02 \times 10^{2} \times 10^{13}$

$= 6.02 \times 10^{2+13}$

$= 6.02 \times 10^{15}$ **उत्तर**

(iv) 0.00000000837

$$= \frac{837}{100000000000} = \frac{837}{10^{11}} = \frac{8.37 \times 100}{10^{11}}$$

$= 8.37 \times 10^{2} \times 10^{-11} = 8.37 \times 10^{2-11}$

$= 8.37 \times 10^{-9}$ **उत्तर**

(v) 31860000000

$= 33186 \times 10^{7}$

$= 3.186 \times 1000 \times 10^{7}$

$= 3.186 \times 10^{3} \times 10^{7}$

$= 3.186 \times 10^{3 + 7}$

$= 3.186 \times 10^{10}$ **उत्तर**

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 12.1 (पृष्ठ संख्या 205)

प्रश्न 1 मान ज्ञात कीजिए:

(i) 3^{-2}

(ii) $(-4)^{-2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$

उत्तर-

(i) $3^{-2} = \left(\frac{1}{3^2}\right) = \left(\frac{1}{9}\right)$

(ii) $(-4)^{-2} = \left(\frac{1}{-4^2}\right) = \left(\frac{1}{16}\right)$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = \left\{\frac{1^{-5}}{2^{-5}}\right\} = \left\{\frac{1}{\frac{1}{5}}\frac{1}{2^5}\right\} = \left\{\frac{\frac{1}{1}}{\frac{1}{32}}\right\} = \frac{32}{1} = 32$

प्रश्न 2 सरल कीजिए एवं उत्तर को धनात्मक घातांक के रूप में व्यक्त कीजिए :

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8$

(ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4$

(iv) $\left(3^{-7} \div 3^{-10}\right) \times 3^{-5}$

(v) $2^{-3} \times (-7)^{-3}$

उत्तर-

(i) $(-4)^5 \div (-4)^8 = (-4)^{5-8} = (-4)^{-3} = \left(\frac{1}{-4^3}\right)$

(ii) $\left(\frac{1}{2^3}\right)^2 = (2^{-3})^2 = 2^{-3\times 2} = 2^{-6}$

(iii) $(-3)^4 \times \left(\frac{5}{3}\right)^4 = \left[-3 \times \left(\frac{5}{3}\right)\right]^4 = [-5]^4$

(iv) $(3^{-7} \div 3^{-10}) \times 3^{-5} = [3^{-7+10} \times 3^{-5}] = [3^3 \times 3^{-5}] = 3^{[3+(-5)]} = 3^{-2}$

(v) $2^{-3} \times (-7)^{-3} = [2 \times (-7)]^{-3} = [-14]^{-3} = \left[\frac{1}{(-14)^3}\right]$

प्रश्न 3

(i) $(3^0 + 4^{-1}) \times 2^2$

(ii) $(2^{-1} \times 4^{-1}) \div 2^{-2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{4}\right)^{-2}$

(iv) $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$

(v) $\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right\}^2$

उत्तर-

(i) $\left(3^{0}+4^{-1}\right)\times 2^{2}=\left(1+\frac{1}{4^{1}}\right)\times 4=\left(1+\frac{1}{4}\right)\times 4=\left(\frac{5}{4}\right)\times 4=5$

$\left(2^{-1}\times 4^{-1}\right)\div 2^{-2}=(2\times 4)^{-1}\div 4^{-1}$

(ii) $\left\{\left(\frac{1}{8^{1}}\right)\div\left(\frac{1}{2^{2}}\right)\right\}=\left\{\left(\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{1}{4}\right)\right\}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

(iii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)^{-2}=\left(\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\right.$

$\left.\frac{3}{12}\right)^{-2}=\left(\frac{13}{12}\right)^{-2}=\left(\frac{13^{-2}}{12^{-2}}\right)=\frac{\frac{1}{13^{2}}}{\frac{1}{12^{2}}}=\left\{\frac{\frac{1}{169}}{144}\right\}=\frac{144}{169}$

(iv) $\left(3^{-1}+4^{-1}+5^{-1}\right)^{0}=1\quad\left[a^{0}=1\right]$

(v) $\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right\}^{2}$

(v) $\left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right\}^{2}=\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2\times 2}=\left(-\frac{2}{3}\right)^{-4}=\left(-\frac{2^{-4}}{3^{-4}}\right)=\left\{-\frac{\frac{1}{2^{4}}}{\frac{1}{3^{4}}}\right\}=$

$\left(-\frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{81}}\right)=\left(-\frac{81}{16}\right)$

प्रश्न 4 मान ज्ञात कीजिए:

(i) $\frac{8^{-1}\times 5^{3}}{2^{-4}}$

(ii) $\left(5^{-1}\times 2^{-1}\right)\times 6^{-1}$

उत्तर-

(i) $\dfrac{8^{-1}\times 5^{3}}{2^{-4}}=\dfrac{\left\{\left(\dfrac{1}{8^{1}}\right)\times 125\right\}}{\dfrac{1}{2^{4}}}=\dfrac{\dfrac{1}{8}\times 125}{\dfrac{1}{16}}=\dfrac{16\times 125}{8}=2\times 125=250$

(ii) $(5^{-1}\times 2^{-1})\times 6^{-1}-(5^{-1}\times 2^{-1}\times 6^{-1})-(5\times 2\times 6)^{-1}\,60^{-1}=\dfrac{1}{60}$

प्रश्न 5 m का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $5m \div 5^{-3} = 5^{5}$

उत्तर- 5m ÷ 5 – 3 = 55

तथा, 5m + 3 = 55

,तथा m + 3 = 5

तथा, m = 5 – 3 = 2

तब, m = 2 proved

प्रश्न 6 मान ज्ञात कीजिए:

(i) $\left\{\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}-\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-4}$

(ii) $\left(\dfrac{5}{8}\right)^{-7}\times\left(\dfrac{8}{5}\right)^{-4}$

उत्तर-

(i) $\left\{\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-1}-\left(\dfrac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-4}=\left\{\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right)^{-1}\right\}^{-4}=\left\{\left(\dfrac{4-3}{12}\right)^{-1}\right\}^{-4}=$

$\left(\dfrac{1}{12}\right)^{\{(-1)\times(-4)\}}=\left(\dfrac{1}{12}\right)^{4}=\left(\dfrac{1^{4}}{12^{4}}\right)=\dfrac{1}{20746}$

(ii) $\left(\dfrac{5}{8}\right)^{-7}\times\left(\dfrac{8}{5}\right)^{-4}=\dfrac{\dfrac{1}{5^{7}}}{\dfrac{1}{8^{7}}}\times\dfrac{\dfrac{1}{8^{4}}}{\dfrac{1}{5^{4}}}=\dfrac{8^{7}}{5^{7}}\times\dfrac{5^{4}}{8^{4}}=\dfrac{8^{7}}{8^{4}}\times\dfrac{5^{4}}{5^{7}}=8^{3}\times 5^{-3}=$

$512\times\dfrac{1}{5^{3}}=512\times\dfrac{1}{125}=4.096$

प्रश्न 7 सरल कीजिए :

(i) $$\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}} (t \neq 0)$$

(ii) $$\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$$

उत्तर-

(i) $$\frac{25 \times t^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times t^{-8}} = \frac{25 \times \frac{1}{t^4}}{\frac{1}{5^3} \times 10 \times \frac{1}{t^8}}$$

$$= \frac{25 \times 5^3 \times t^8}{(10 \times t^4)} = \frac{25 \times 125 \times t^4}{10}$$

$$= \frac{3125 \times t^4}{10}$$

(ii) $5^2 = 5^3 \times 5^2 = 5^{5^3+2^{6^5}} = 5^5$

प्रश्नावली 12.2 (पृष्ठ संख्या 208)

प्रश्न 1 निम्नलिखित संख्याओं को मानक रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) 0.000000000085

(ii) 0.00000000000942

(iii) 6020000000000000

(iv) 0.00000000837

(v) 31860000000

उत्तर-

(i) $0.000000000085 = 8.5 \times 10^{-11}$

(ii) $0.0000000000942 = 9.42 \times 10^{-11}$

(iii) 6.02×10^{15}

(iv) $0.00000000837 = 8.37 \times 10^{-9}$

(v) $31860000000 = 3.186 \times 10^{10}$

प्रश्न 2 निम्नलिखित संख्याओं को सामान्य रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $3.02 \times 10 - 63.02 \times 10^{-6}$

(ii) 4.5×10^{4}

(iii) 3×10^{-8}

(iv) 1.0001×10^{9}

(v) 5.8×10^{12}

(vi) 3.61492×10^{6}

उत्तर-

i. $3.02 \times 10^{-6} = 0.00000302$

ii. $4.5 \times 10^{4} = 45000$

iii. $3 \times 10^{-8} = 0.00000003$

iv. ×109 = 1000100000

v. $5.8 \times 10^{12} = 5800000000000$

vi. $3.61492 \times 10^{6} = 3614920$

प्रश्न 3 निम्लिखित कथनों में को संख्या प्रकट हो रही है, उन्हें मानक रूप में प्रकट कीजिए।

(i) 1 माइक्रोन 1/1000000m1/1000000m के बराबर होता है।

(ii) एक इलेक्ट्रॉन आवेश 0.000,000,000,000,000,00016 कुलंब होता है।

(iii) जीवाणु की माप 0.0000005m है।

(iv) पौधों की कोशिकाओं की माप 0.00001275m है।

(v) मोटे कागज की मोटाई 0.07mm है।

उत्तर-

i. $1/1000000 = 1 \times 10^{-6}$
ii. $\times 10^{-19} \times 10^{-19}$
iii. $0.0000005 = 5 \times 10^{-7}$
iv. $0.00001275 = 1.275 \times 10^{-5}$
v. $0.07 = 7 \times 10^{-2}$

प्रश्न 4 एक ढेर में पांच किताबें है, जिनमें प्रत्येक की मोटाई 20mm20mm तथा पांच कागज की पत्रक है। जिनमें प्रत्येक की मोटाई 0.016mm0.016mm है। इस ढेर की कुल मोटाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दिया गया

एक पुस्तक की मोटाई = 20m

5 पुस्तकों की मोटाई = (5 × 20)mm = 100mm

एक कागज की मोटाई = 0.016mm

इसलिए 5 कागजों की मोटाई = 0.016 × 5 = 0.080mm

एक ढेर की कुल मोटाई

= 5 = 5 पुस्तकों की मोटाई + 5 + 5 कागजों की मोटाई

= (100 + 0.08)mm

$=100.08mm=100.08mm$

$= 1.0008 \times 10^2 mm$

ढेर की कुल मोटाई $= 1.0008 \times 10^2 mm$