गणित

अध्याय-11: रचनाएँ

आधारभूत रचनाएँ

इस अध्याय में पटरी और परकार की सहायता से कुछ आधारभूत रचनाएँ करेंगे। जैसे: दिए गए कोण का समद्विभाजन करना, दिए गए रेखाखंड पर समद्विभाजक की रचना तथा त्रिभुजों की रचना करना आदि शामिल हैं।

एक दिए हुए कोण के समद्विभाजक की रचना करना।

एक कोण ABC दिया है। हम इसके समद्विभाजक की रचना करना चाहते हैं।

रचना के चरण:

1. B को केन्द्र मानकर तथा कोई त्रिज्या लेकर एक चाप लगाइए जो किरण BA और BC को क्रमशः, मान लीजिए, E और D पर प्रतिच्छेद करता है।
2. पुनः D और E को केन्द्र मानकर तथा $\frac{1}{2}$ DE से बड़ी त्रिज्या लेकर चाप लगाइए, जो (मान लीजिए) एक दूसरे को F पर प्रतिच्छेद करते हैं।
3. किरण BF खींचिए। यही किरण BF कोण ABC का अभीष्ट समद्विभाजक है।

   इस तथ्य का परीक्षण करते है कि इस विधि से कोण समद्विभाजक किस प्रकार प्राप्त हुआ है।

   DF और EF को मिलाइए। अब त्रिभुजों BEF तथा BDF में,

   BE = BD (एक ही चाप की त्रिज्याएँ)

   EF = DF (समान त्रिज्या वाले चाप)

   BF = BF (उभयनिष्ठ भुजा)

   अतः, Δ BEF $\cong$ Δ BDF (SSS नियम)

   इससे प्राप्त होता है: $\angle$EBF = $\angle$DBF (CPCT)

एक दिए गए रेखाखंड के लम्ब समद्विभाजक (लम्बार्धक) की रचना करना।

एक रेखाखंड AB दिया है। हम इसके लम्ब समद्विभाजक की रचना करना चाहते हैं।

रचना के चरण:

1. A और B को केन्द्र मानकर तथा $\frac{1}{2}$ AB से अधिक त्रिज्या लेकर रेखाखंड AB के दोनों ओर (एक दूसरे को प्रतिच्छेद करते हुए) चाप लगाइए।
2. मान लीजिए कि ये चाप एक दूसरे को P और Q पर प्रतिच्छेद करते हैं। PQ को मिलाइए।
3. मान लीजिए PQ, AB को बिन्दु M पर प्रतिच्छेद करती है। तब रेखा PMQ, AB का अभीष्ट लम्ब समद्विभाजक है।

इस तथ्य का परीक्षण करते है कि यह विधि किस प्रकार AB का लम्ब समद्विभाजक देती है।

A और B को P और Q से मिलाइए जिससे AP, AQ, BP तथा BQ प्राप्त होते हैं।

त्रिभुजों PAQ तथा PBQ में,

AP = BP (समान त्रिज्या वाले चाप)

AQ = BQ (समान त्रिज्या वाले चाप)

PQ = PQ (उभनिष्ठ)

अतः $\Delta PAQ \cong \Delta PBQ$ (SSS नियम)

इसलिए, $\angle APM = \angle BPM$ (CPCT)

अब त्रिभुजों PAQ तथा PBQ में,

AP =BP (समान त्रिज्या वाले चाप)

PM = PM (उभयनिष्ठ)

$\angle APM = \angle BPM$ (ऊपर सिद्ध किया जा चुका है)

अतः $\Delta PMA \cong \Delta PMB$ (SAS नियम)

इसलिए, AM = BM तथा $\angle PMA = \angle PMB$ (CPCT नियम)

क्योंकि $\angle PMA + \angle PMB = 180°$ (रैखिक युग्म अभिगृहीत)

हम पाते है:

$\angle PMA = \angle PMB = 90°$

अतः PM, अर्थात् PMQ रेखाखंड AB का लम्ब समद्विभाजक है।

त्रिभुजों की कुछ रचनाएँ

किसी त्रिभुज की रचना के लिए, कम से कम उसके तीन भाग दिए होने चाहिए।

1) एक त्रिभुज अद्वितीय होता है, यदि

2) दो भुजाएँ और बीच का कोण दिए हों,

3) तीनों भुजाएँ दी हों,

4) दो कोण और बीच की भुजा दी हो तथा

5) समकोण त्रिभुज में कर्ण और एक भुजा दी हो।

दिए हुए आधार, एक आधार कोण तथा अन्य दो भुजाओं के योग से त्रिभुज की रचना करना।

एक त्रिभुज ABC में आधार BC, एक आधार कोण माना $\angle B$ तथा अन्य दो भुजाओं का योग AB + AC दिया है। आपको त्रिभुज ABC की रचना करनी है।

रचना के चरण:

1. आधार BC खींचिए और बिन्दु B पर दिए गए कोण के बराबर $\angle XBC$ बनाइए।
2. किरण BX से AB + AC के बराबर रेखाखंड BD काटिए।
3. DC को मिलाइए तथा $\angle BDC$ के बराबर कोण DCY बनाइए।
4. मान लीजिए CY, BX को A पर प्रतिच्छेदित करती है।

तब, ABC अभीष्ट त्रिभुज है।

आइए देखें कि आपने अभीष्ट त्रिभुज कैसे प्राप्त किया।

दिए गए मापन अनुसार, आधार BC तथा $\angle B$ बनाए गए हैं।

पुनः त्रिभुज ACD में,

$\angle ACD = \angle ADC$ (रचना से)

अतः AC = AD होगा, और फिर

AB = BD – AD = BD – AC

अर्थात् AB + AC = BD

टिप्पणी:

त्रिभुज की रचना संभव नहीं होगी यदि योग $AB + AC \le BC$ हो।

एक त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका परिमाप तथा दोनों आधार कोण दिए हों।

आधार के कोण $\angle B$ तथा $\angle C$ और $(BC + CA + AB)$ दिए हैं। आपको त्रिभुज ABC की रचना करनी है।

रचना के चरण:

1. $BC + CA + AB$ के बराबर एक रेखाखंड XY, खींचिए।
2. $\angle LXY$ कोण B के बराबर तथा $\angle MYX$ कोण C के बराबर बनाइए।
3. $\angle LXY$ तथा $\angle MYX$ को समद्विभाजित कीजिए। माना ये समद्विभाजक एक बिन्दु A पर प्रतिच्छेद करते हैं।
4. AX का लंब समद्विभाजक PQ तथा AY का लंब समद्विभाजक RS खींचिए।
5. मान लीजिए कि PQ, XY को बिंदु B पर तथा RS, XY को बिंदु C पर प्रतिच्छेद करता है। AB और AC को मिलाइए।

   तब ABC अभीष्ट त्रिभुज है। रचना के समर्थन के लिए, आप पाते हैं कि B, AX के लंब समद्विभाजक पर स्थित है।

   अतः, $XB = AB$ है। इसी प्रकार, $CY = AC$ है।

   इससे प्राप्त होता है: $BC + CA + AB = BC + XB + CY = XY$

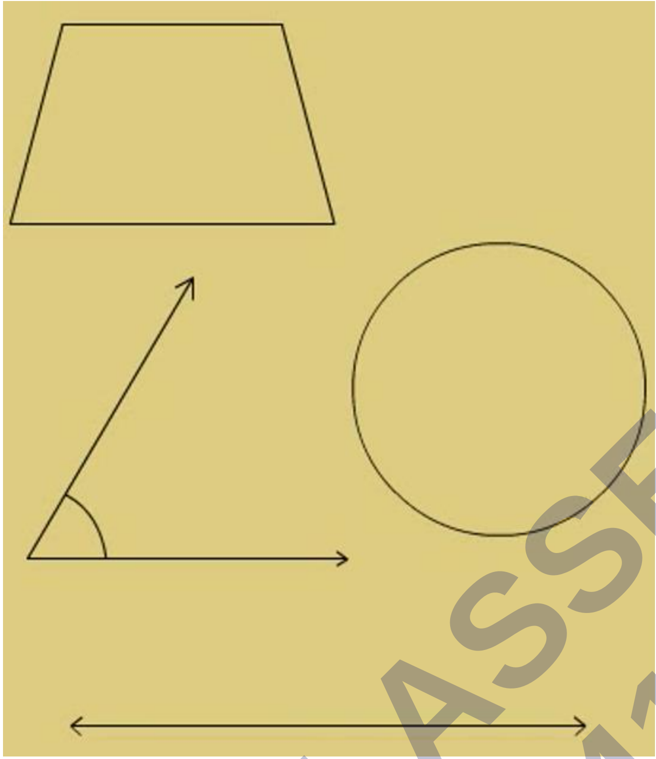
   पुनः $\angle BAX = \angle AXB$ (क्योंकि Δ AXB में $AB = XB$)

   तथा $\angle ABC = \angle BAX + \angle AXB = 2\angle AXB = \angle LXY$

   इस प्रकार, $\angle ACB = \angle MYX$, जैसा चाहिए था।

परिभाषा:

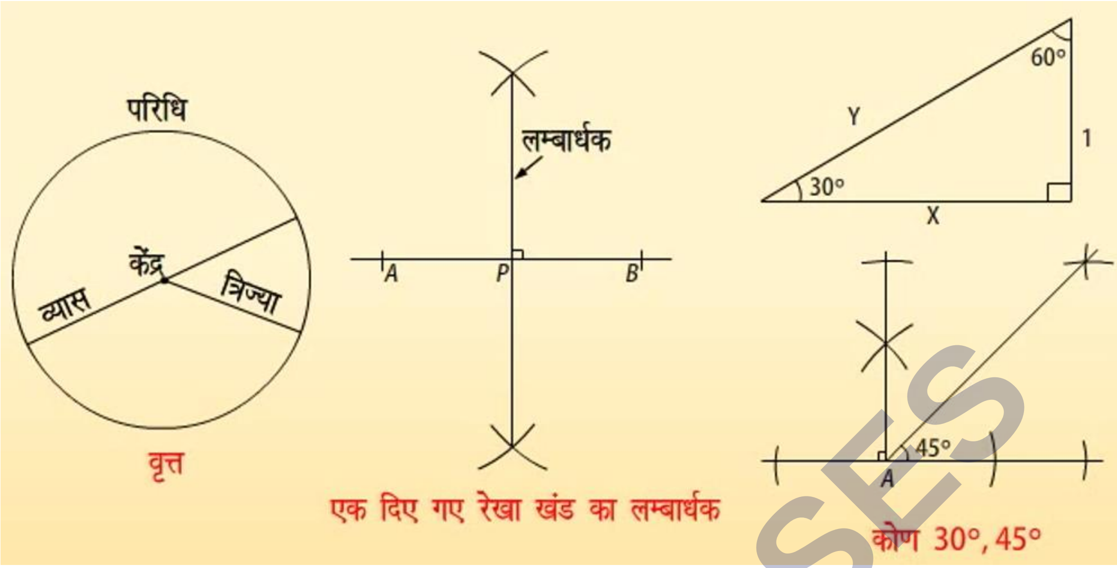
रेखागणित में 'रचना' से तात्पर्य आकृतियों, कोणों और रेखाओं को सही सही बनाने से है।



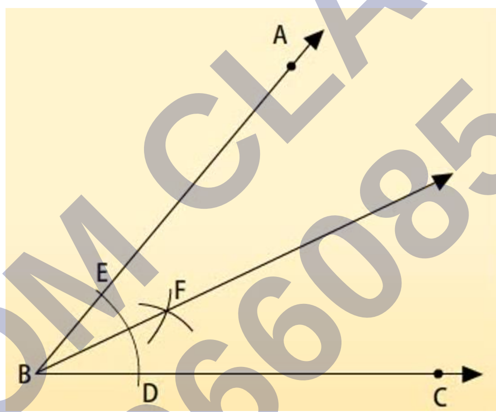
इन्हें हम परकार, अंशांकित पटरी और पेन्सिल की सहायता से बना सकते हैं।

कुछ रचनाओं में, जहाँ माप लेने की भी आवश्यकता होती है, हम अंशांकित पटरी और चांदा का भी प्रयोग कर सकते हैं।

एक दिए गए कोण का समद्विभाजक:



कोण का समद्विभाजक बनाना सीखेंगे। अब हमें इस कोण का समद्विभाजक बनाना है।



रचना के चरण:

1. B को केंद्र मान कर किसी भी त्रिज्या का कोई चाप लगाएंगे जो BA और BC किरणों को क्रमशः E और D पर प्रतिच्छेदित करेगा।
2. फिर D को केंद्र मान कर DE की आधी लम्बाई से अधिक की त्रिज्या लेकर हम एक चाप लगाएंगे।
3. ठीक इसी तरह E को केन्द्र मान कर DE की आधी लम्बाई से अधिक की त्रिज्या लेकर हम एक और चाप लगाएंगे जो पहले चाप को F पर प्रतिच्छेदित करेगा।
4. किरण BF खींचेगे। यही किरण BE, ∠ABC की समद्विभाजक है।
5. हम कैसे कह सकते हैं कि BF एक कोण सम्द्विभाजक है।

DF और EF को मिला दीजिए।

त्रिभुजों BEF और BDF में

BE = BD (चाप की त्रिज्या)

EF = DF (त्रिज्या के चाप)

BF = BF (दोनों)

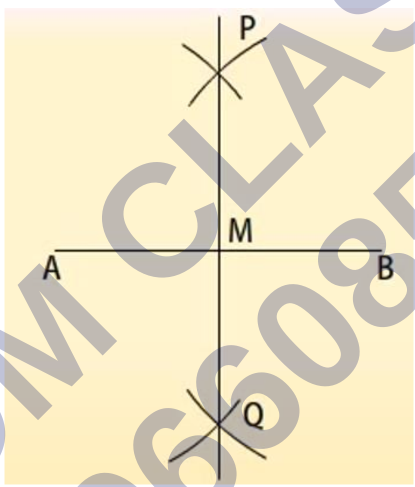
इसलिए, $\Delta BEF \cong \Delta BDF$ (SSS नियम)

जिससे $\angle EBF = \angle DBF$ (CPCT)

इसलिए, BF एक कोण द्विभाजक है।

दिए गए रेखाखंड का लम्बार्धक:

दिए गए रेखाखंड के लम्बार्धक की रचना।



रचना के चरण:

1. सबसे पहले A को केंद्र मानकर AB की लम्बाई के आधे से अधिक की त्रिज्या लेकर रेखाखंड AB के दोनों ओर एक एक चाप खींचिए।
2. ठीक इसी तरह B को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या के एक एक चाप रेखाखंड AB के दोनों ओर लगाये जो पहले वाले दोनों चाप को क्रमशः P और Q पर प्रतिच्छेदित करेगा।
3. PQ को मिला दें।
4. PQ, AB को M बिंदु पर प्रतिच्छेदित करेगी। यही रेखा PMQ रेखाखंड AB की अभीष्ट लम्बार्धक है।
5. सिद्ध करते हैं कि PMQ रेखाखंड AB का लम्बार्धक है।

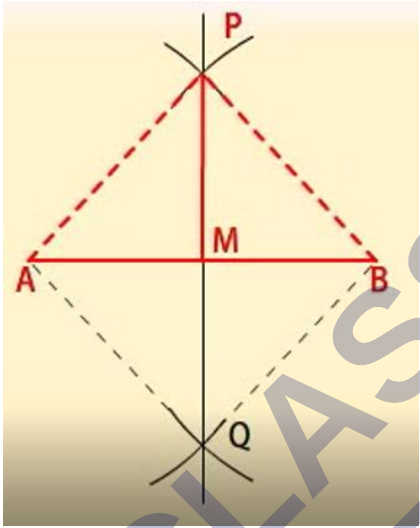
A और B को P तथा Q से मिलाकर AP,AQ, BP और BQ बनाइये।

PAQ और PBQ त्रिभुजों मे

AP = BP (बराबर त्रिज्या के चाप)

AQ = BQ (बराबर त्रिज्या के चाप)

PQ = PQ (दोनों)



इसलिए, $\Delta PAQ \cong \Delta PBQ$ (SSS नियम)

इसलिए, $\angle APM = \angle BPM$ (CPCT)

अब त्रिभुजों PMA और PMB में

AP = BP (बराबर त्रिज्या के चाप)

PM = PM (दोनों)

$\angle APM = \angle BPM$ (ऊपर सिद्ध हो चुका है।)

इसलिए, $\Delta PMA \cong \Delta PMB$

इसलिए, AM = BM और $\angle PMA = \angle PMB$ (CPCT)

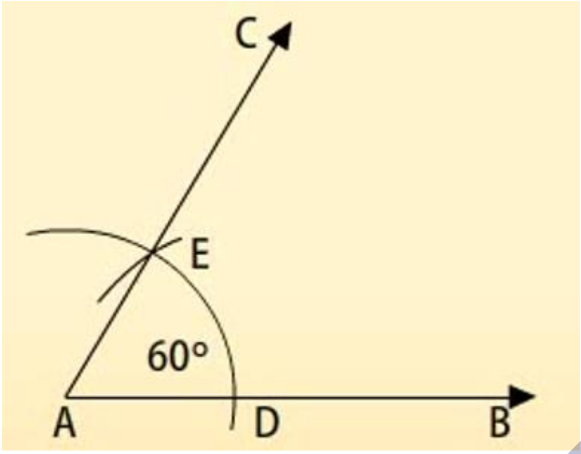
अतः $\angle PMA + \angle PMB = 180°$ (रैखिक युग्म अभिगृहीत),

$\angle PMA = \angle PMB = 90°$

इसलिए, PM जो PMQ है, रेखाखंड AB का लम्बार्धक है।

60° का कोण:

किसी दी गयी किरण के प्रारंभिक बिंदु पर 60° के कोण की रचना करना सीखेंगे। हम एक ऐसी किरण AC की रचना करना चाहते हैं जिससे $\angle CAB = 60°$ हो।



रचना के चरण:

1. A को केन्द्र मान कर किसी भी त्रिज्या का एक वृत्त का चाप लगाइए। जो AB को किसी बिंदु पर प्रतिच्छेदित करेगा। माना कि वह बिंदु D है।
2. D को केन्द्र मानकर पहले वाली ही त्रिज्या का एक और चाप लगाइए जो पहले वाले चाप को किसी बिंदु पर प्रतिच्छेदित करेगा। माना कि वह बिंदु E है।
3. E से होते हुए किरण AC खींचिए।
4. $\angle CAB$, 60° का अभीष्ट कोण है।

हम इस विधि से किस प्रकार 60° का अभीष्ट कोण प्राप्त करते हैं।

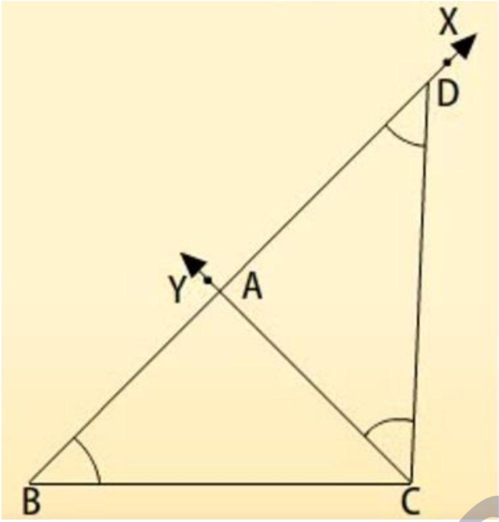
तब, AE = AD = DE (रचना के अनुसार)

इसलिए, ΔEAD एक समबाहु त्रिभुज है। त्रिभुज EAD भी एक समबाहु त्रिभुज है क्योंकि $\angle CAB$, 60° का है।

एक त्रिभुज की रचना:

दिए गए आधार, एक आधार कोण, तथा अन्य दो भुजाओं के योग की सहायता से त्रिभुज की रचना करना।

ABC कोई त्रिभुज है BC जिसमें आधार, B एक आधार कोण और AB + AC त्रिभुज ABC की अन्य दो भुजाओं का योग है। हमें त्रिभुज ABC की रचना करनी है।



रचना के चरण:

1. आधार BC खींचे और बिंदु B पर दिए गए कोण के बराबर एक कोण XBC बनाएँ।
2. किरण BX से AB + AC के बराबर एक रेखाखंड BD काटें।
3. अब DC को मिला दें और BDC के बराबर एक कोण DCY बनाएँ।
4. CY, BX को A पर प्रतिच्छेदित करेगी। ABC हमारा अभीष्ट त्रिभुज है।

आइये देखते हैं कि ABC किस प्रकार एक त्रिभुज है।

ACD त्रिभुज में, LACD = ZADC (रचना के अनुसार)

इसलिए, AC = AD

तब,

AB = BD - AD = BD – AC

AB + AC = BD

हम जानते हैं कि त्रिभुज की दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से अधिक होता है।

इसलिए ABC एक त्रिभुज है।

दिए गए आधार, एक आधार कोण, तथा अन्य दो भुजाओं के अंतर की सहायता से त्रिभुज की रचना करना।

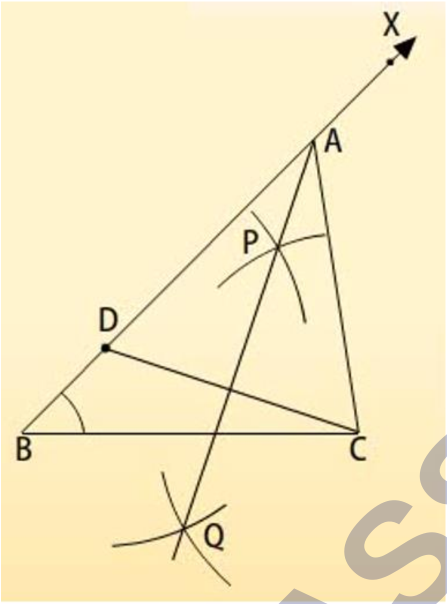
आधार BC, आधार ∠B, और दो भुजाओं का अंतर दिया गया है।

पहली स्थिति: AB – AC

दूसरी स्थिति: AC – AB

हमें त्रिभुज ABC बनाना है।

पहली स्थिति: जब AB > AC और AB - AC दिया हुआ है

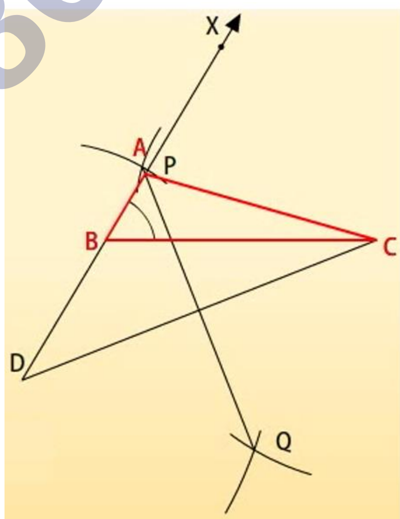


रचना के चरण:

1. आधार BC खींचे और बिंदु B पर दिए गए कोण के बराबर एक कोण XBC बनाएँ।
2. अब, किरण BX से AB - AC के बराबर एक रेखाखंड BD काटें।
3. अगले चरण में DC को मिला दें और DC का लम्बार्धक PQ खींचें।
4. इसे BX को एक बिंदु A पर प्रतिच्छेदित करने दें। AC को मिला दें। ABC हमारा अभीष्ट त्रिभुज है।

अब दूसरी स्थिति का प्रयोग करते हुए त्रिभुज बनाते हैं:

जिसमें AB < AC और AC - AB जो दिया गया है-



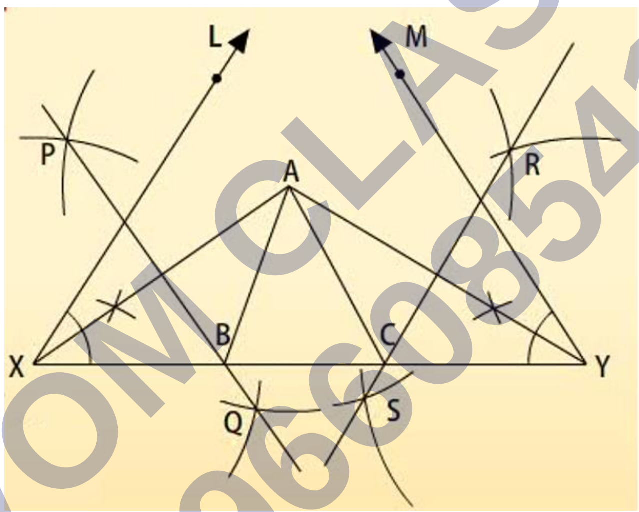
रचना के चरण:

1. सबसे पहले आधार BC खींचे और बिंदु B पर दिए गए कोण के बराबर एक कोण XBC बनाएँ।
2. अब, किरण BX से AC - AB के बराबर एक रेखाखंड BD काटें।
3. DC को मिला दें और DC का लम्बार्धक PQ खींचें।
4. PQ को BX को एक बिंदु A पर प्रतिच्छेदित करने दें। AC को मिला दें।

यही ABC हमारा अभीष्ट त्रिभुज है।

दिए गए परिमाप और दो आधार कोणों की सहायता से एक त्रिभुज की रचना करें।

माना की ∠B और ∠C दिए गए कोण हैं और BC + CA + AB परिमाप है। हमें एक त्रिभुज ABC की - रचना करनी है

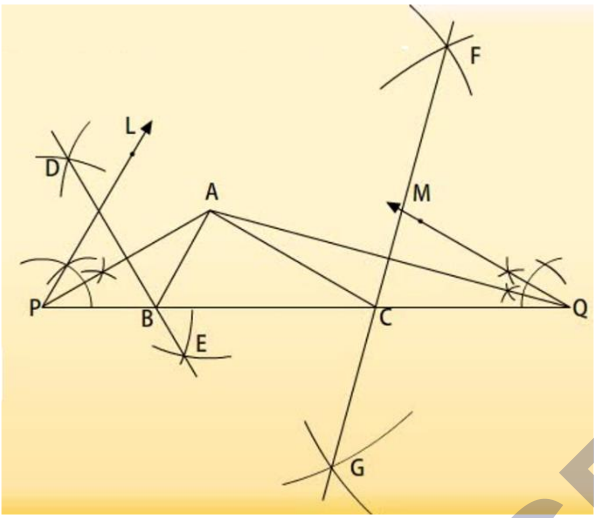


रचना के चरण:

1. रेखाखंड XY खींचिए जो BC+ CA + AB के बराबर हो।
2. कोण LXY और MYX की रचना कीजिये।
3. ∠LYX और ∠MYX को समद्विभाजित कीजिये। ये समद्विभाजक एक दूसरे को बिंदु A पर प्रतिच्छेदित करेंगे।
4. AX और AY के लामबर्धकों PQ और RS की रचना करेंगे।
5. PQ, XY को B पर तथा RS, XY को प्रतिच्छेदित करेगा। यही ABC अभीष्ट त्रिभुज है।

उदाहरण:

त्रिभुज ABC की रचना करेंगे, जिसमें ∠B = 60°, ∠C= 30° और AB + BC + CA = 15 cm है।



रचना के चरण:

1. एक रेखाखंड PQ = 15 cm खींचेंगे जो AB + BC+ CA के बराबर होगा।
2. अब P बिंदु पर एक 60° का कोण और Q. बिंदु पर 30° का कोण बनाइये।
3. इन कोणों को समद्विभाजित कीजिये। इनके समद्विभाजक एक दूसरे को बिंदु A पर प्रतिच्छेदित करेंगे।
4. लम्बार्धकों AP और AQ की रचना करिये जो PQ को क्रमशः B और C पर प्रतिच्छेदित करेंगे।
5. अब AB तथा AC को मिला दीजिए। यही ABC अभीष्ट त्रिभुज है।

क्या आप जानते हैं।

- जियोमेट्री शब्द ग्रीक शब्द 'जीओ', जिसका तात्पर्य है पृथ्वी, तथा 'मेट्रिया', जिसका तात्पर्य है मापना, से बना है।
- अंक गणित के साथ-साथ रेखागणित भी पूर्व-आधुनिक गणित के दो क्षेत्रों में से एक थी।
- प्राचीन मिस्रवासिओं में 3000 ई. पू. पहले रेखागणित का प्रयोग किया था। उनके बहुत सारे सूत्रों में से वृत्त का लगभग सही क्षेत्रफल निकलने का सूत्र भी था।
- अपने अद्भुत रेखा गणितीय कार्यों के कारण रेखागणित का पिता प्रायः 300 ई. पू. के मिस्र के यूक्लिड नाम के गणितज्ञ को कहा जाता है। उसके किये गए कार्यों में इतने प्रभावी 'तत्व' थे जो बीसवीं शताब्दी के आरम्भ तक उन गणित की किताबों में रहे, जिनका प्रयोग पढ़ाने के लिए किया जाता था।
- यदि AB + AC < Bc है तो किसी भी त्रिभुज की रचना संभव नहीं है।

सारांश:

आइये हमने जो कुछ सीखा है, उसे संक्षेप में दोहराएं।

- दिए गए कोण को समद्विभाजित करना।
- दिए गए रेखाखंड के लम्बार्धक की रचना करना।
- दिए गए कोण की रचना करना।
- दिए गए आधार, एक आधार कोण, तथा अन्य दो भुजाओं के योग की सहायता से त्रिभुज की रचना करना।
- दिए गए आधार, एक आधार कोण, तथा अन्य दो भुजाओं के अंतर की सहायता से त्रिभुज की रचना करना।
- दिए गए परिमाप और दो आधार कोणों की सहायता से एक त्रिभुज की रचना करना।

NCERT SOLUTIONS

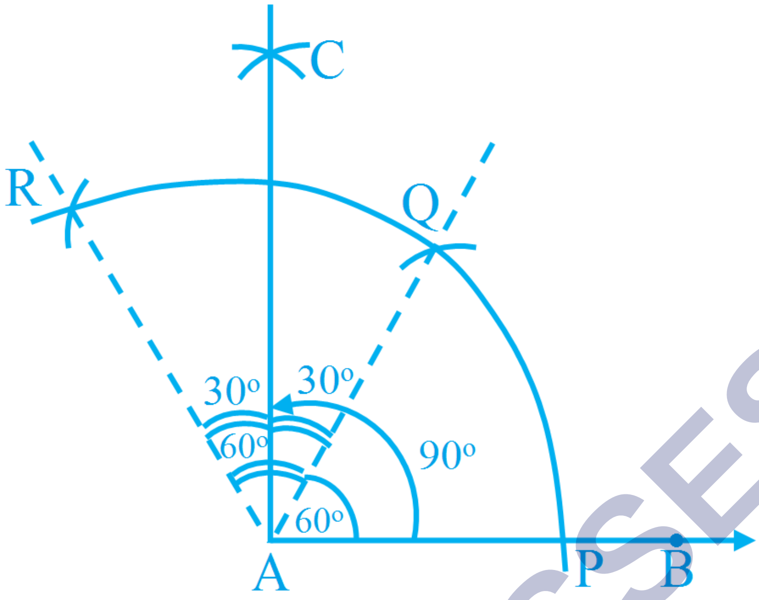
प्रश्नावली 11.1 (पृष्ठ संख्या 229)

प्रश्न 1 एक दी हुई किरण के प्रारम्भिक बिन्दु पर 90° के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।

उत्तर- **दिया है**- AB एक दी हुई किरण है जिसका प्रारम्भिक बिन्दु A है।

रचना करनी है- किरण AB के बिन्दु A पर 90° के कोण की।

विश्लेषण- हम 60° का कोण बना सकते हैं। इस कोण के साथ 60° को एक संलग्न कोण बनाकर उसे समद्विभाजित करें और इसमें जोड़ दें तो 90° का कोण प्राप्त होगा।



रचना के पद-

1. सर्वप्रथम किरण AB खींची।
2. बिन्दु A को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या का चाप। खींचा जो किरण AB को बिन्दु P पर काटता है।
3. अब P को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या का एक चाप खींचा जो पहले चाप को बिन्दु Q पर काटता है। तब, $\angle PAQ = 60°$
4. पुनः Q को केन्द्र मानकर उसी (AP) त्रिज्या से एक अन्य चाप खींचा जो पहले चाप को बिन्दु R पर काटता है। तब $\angle QAR = 60°$
5. अब, बिन्दु Q तथा R को केन्द्र मानकर चाप खींचे जो परस्पर बिन्दु C पर काटते हैं। रेखाखण्ड CA खींचा। $\angle CAQ = 30°$ है।

इस प्रकार $\angle CAB = 60° + 30° = 90°$ अत: $\angle CAB$ अभीष्ट कोण है।

प्रश्न 2 एक दी हुई किरण के प्रारम्भिक बिन्दु पर 45° के कोण की रचना कीजिए और कारण सहित रचना की पुष्टि कीजिए।

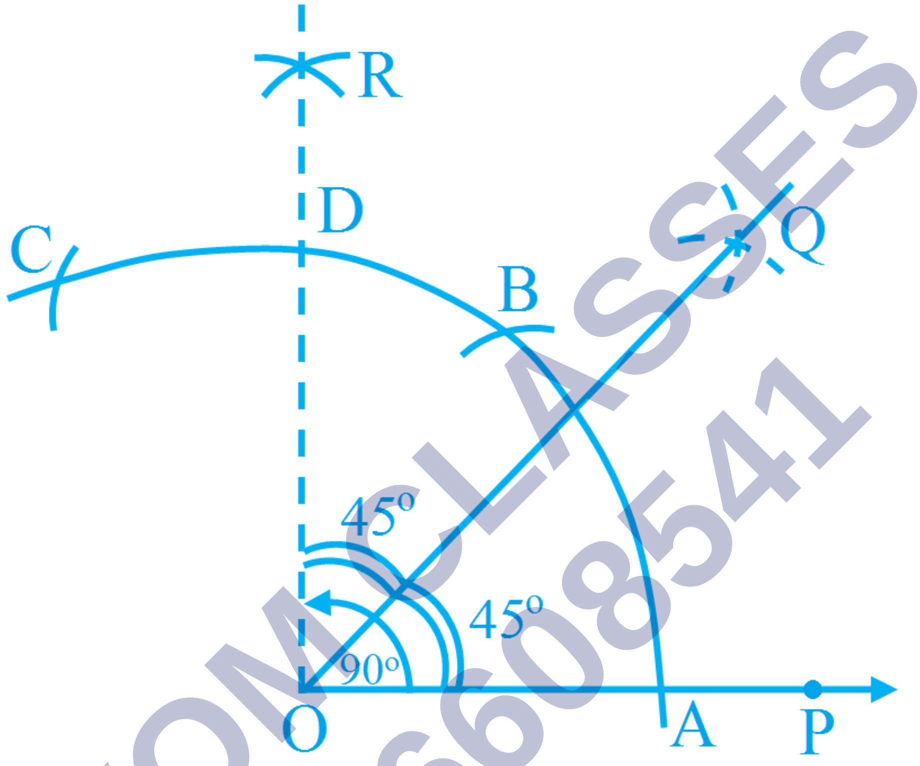
उत्तर-

दिया है- OP एक दी हुई किरण है जिसका प्रारम्भिक बिन्दु O है।

रचना करनी है- किरण OP के बिन्दु O पर 45° के कोण की।

विश्लेषण- $45^\circ = \frac{1}{2} \times 90^\circ$

अतः 90° का कोण बनाकर उसे समद्विभाजित करके 45° का कोण प्राप्त होगा।



रचना के पद-

1. सर्वप्रथम किरण OP खींची।
2. बिन्दु O को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या का एक चाप लगाया जो किरण OP को A पर काटता है।
3. पुनः A को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या का एक चाप खींचा जो पहले चाप को B पर काटता है।
4. B को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या का एक अन्य चाप खींचा जो केन्द्र O वाले चाप को C पर काटता है।
5. अब, B तथा C को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या के चाप खींचे जो परस्पर बिन्दु R पर काटते हैं। रेखाखण्ड OR खींचा जो चाप BC को D पर काटता है। तब, ∠POR=90∘∠POR=90∘

6. बिन्दुओं A तथा D को केन्द्र मानकर किसी त्रिज्या के दो चाप खींचे जो परस्पर बिन्दु Q पर काटते हैं। रेखाखण्ड OQ खींचा। $\angle POR = 45°$ क्योंकि $OQ \angle POR = 90°$ का समद्विभाजक है।

अत: $\angle POQ$ अभीष्ट कोण है।

प्रश्न 3 निम्नलिखित माप के कोण की रचना कीजिए-

(i) $30°$

(ii) $22\frac{1}{2}°$

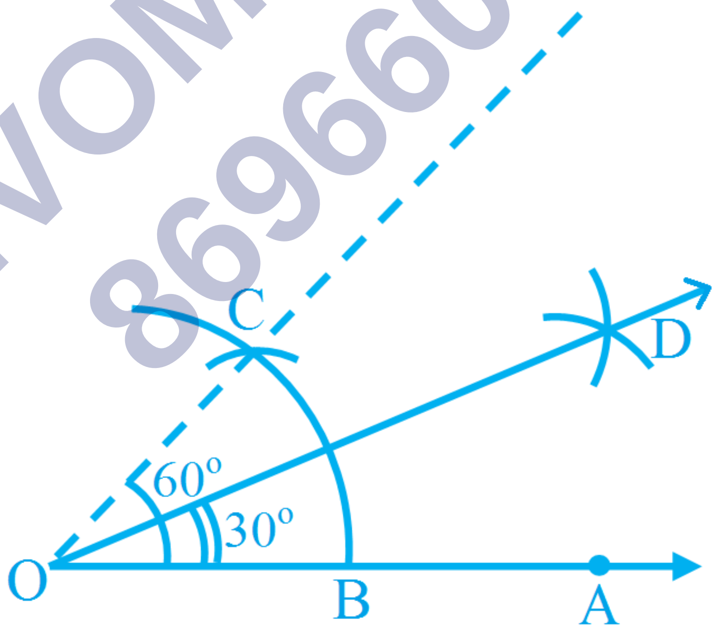
(iii) $15°$

उत्तर-

(i)

रचना करनी है- 30° के कोण की।

विश्लेषण- $30^\circ = \frac{1}{2} \times 60^\circ$ OR



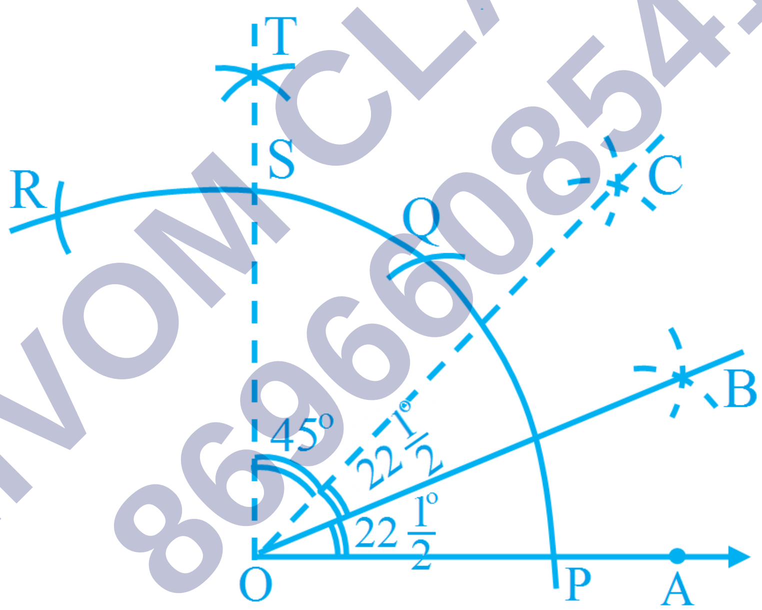
रचना के पद-

1. एक किरण $\overrightarrow{OA}$ खींची।
2. किरण $\overrightarrow{OA}$ के अन्त्य बिन्दु O को केन्द्र मानकर कोई त्रिज्या OB लेकर एक चाप लगाया।
3. अब B को केन्द्र मानकर उसी त्रिज्या से एक अन्य चाप खींचा जो पहले चाप को बिन्दु C पर काटता है।
4. तब, $\angle AOC = 60^\circ$
5. $\angle AOC$ का अर्धक (समद्विभाजक) OD खींचा।

अतः $\angle AOD = 30^\circ$ जो कि अभीष्ट कोण है।

(ii) **रचना करनी है-** $22\frac{1}{2}^\circ$ के कोण की।

विश्लेषण- 90° के कोण का समद्विभाजक खींचने पर 45° का कोण प्राप्त होता है और इस 45° के कोण का समद्विभाजक खींचने पर $22\frac{1}{2}^\circ$ का कोण प्राप्त होगा।



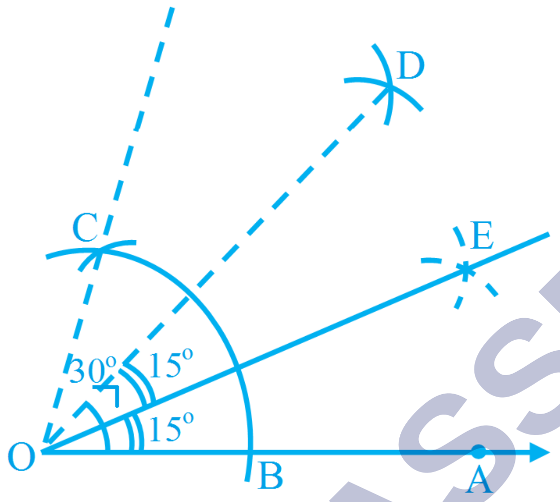
रचना के पद-

1. एक किरण $\overrightarrow{OA}$ खींची।
2. किरण $\overrightarrow{OA}$ के अन्त्य बिन्दु O को केन्द्र मानकर OP त्रिज्या का एक चाप खींचा जो किरण $\overrightarrow{OA}$ को बिन्दु P पर काटता है।
3. P को केन्द्र मानकर OP त्रिज्या से एक चाप खींचा जो पहले चाप को Q पर काटता है।
4. Q को केन्द्र मानकर उसी OP त्रिज्या का चाप खींचा जो चाप PQ को R पर काटता है।
5. Q और R को केन्द्र मानकर चाप खींचे जो परस्पर T पर काटता है। रेखाखण्ड OT खींचा जो चाप PQR को S पर काटता है। तब, $\angle AOT = 90^\circ$
6. $\angle AOT$ का समद्विभाजक OC खींचा। तब $\angle AOC = 45^\circ$
7. $\angle AOC$ का समद्विभाजक OB खींचा।

अतः $\angle AOB = 22\frac{1}{2}^\circ$ जो कि अभीष्ट कोण है।

(iii) **रचना करनी है-** 15° के कोण की।

विश्लेषण- 60° के कोण का समद्विभाजक 30° का कोण बनाया। अब 30° के कोण का समद्विभाजक 15 का कोण बनाया।



रचना के पद-

1. किरण $\overrightarrow{OA}$ के अन्त्य बिन्दु O से किरण $\overrightarrow{OA}$ पर $\angle AOC = 60^\circ$ इस प्रश्न के खण्डे (i) में वर्णित विधि से बनाया।
2. $\angle AOC$ का समद्विभाजक OD खींचा। $\angle AOD = 30^\circ$ है।
3. अब $\angle AOD$ का समद्विभाजक OE खींचा।

तब $\angle AOE = 15^\circ$ जो कि अभीष्ट कोण है।

प्रश्न 4 निम्नलिखित कोण की रचना कीजिए और चाँदे द्वारा मापकर पुष्टि कीजिए-

(i) 75°

(ii) 105°

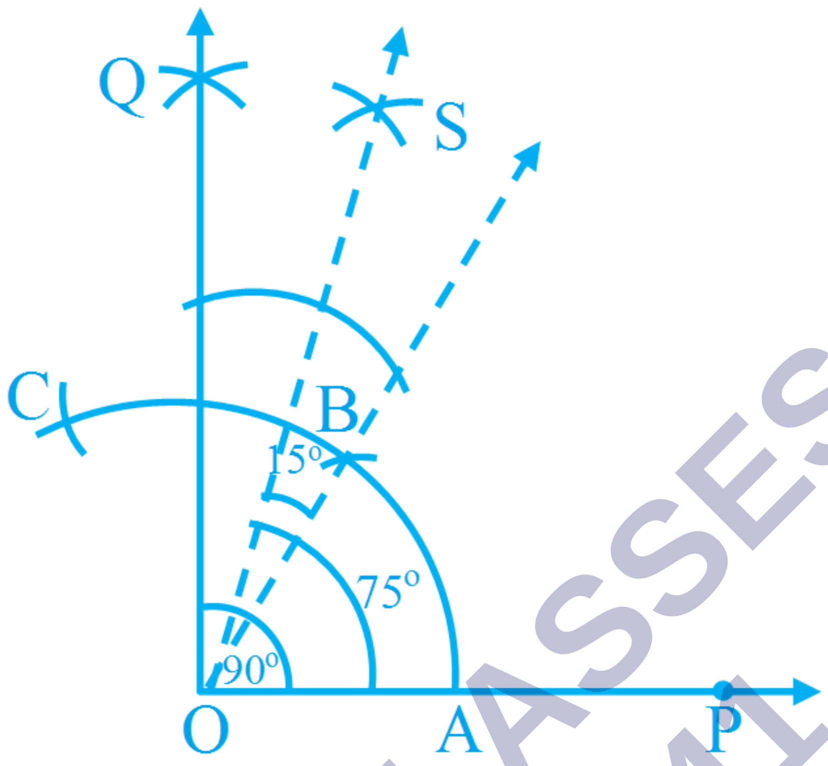
(iii) 135°

उत्तर-

(i)

रचना करनी है- 75° के कोण की।

विश्लेषण- $$75^\circ = 90^\circ - 15 = 90^\circ - \left(30 \text{ के कोण का } \frac{1}{2}\right)$$



रचना के पद-

1. सर्वप्रथम $\angle POQ = 90^\circ$ बने और किरण $\overrightarrow{OB}$ खींची।
2. $\angle BOQ (= 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ)$ का समद्विभाजक OS खींचा। जिससे $\angle QOS = 15^\circ$
3. स्पष्ट है की $\angle POS = \angle POQ - \angle QOS$

$$= 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

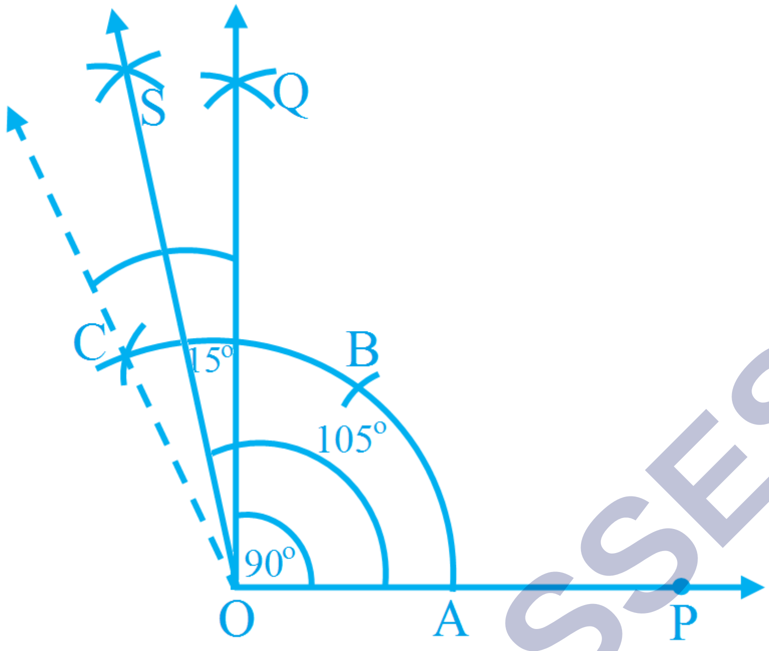
अतः $\angle POS$ अभीष्ट कोण है।

(ii)

रचना करनी है- 105° के कोण की।

विश्लेषण- $60^\circ 30^\circ + \left(30^\circ \times \frac{1}{2}\right) = 105^\circ$

अथवा- $90^\circ + \left(30^\circ \times \frac{1}{2}\right) = 105^\circ$



रचना के पद-

1. सर्वप्रथम $\angle POQ = 90^\circ$ बनाया।

2. किरण $\overrightarrow{OC}$ खींची। (स्पष्ट है कि $\angle QOC = 30^\circ$)

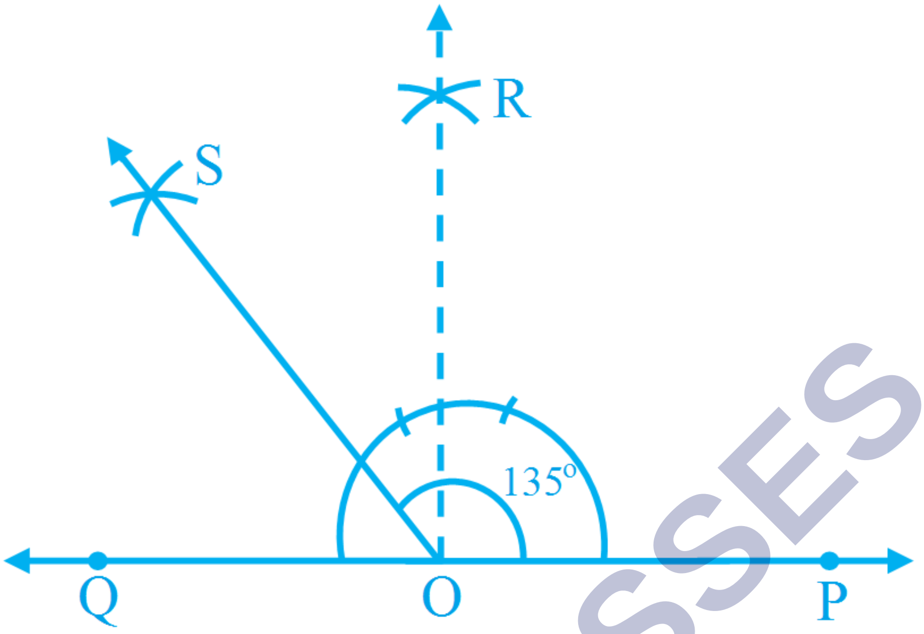
3. $\angle QOC$ का समद्विभाजन OS खींची जिससे $\angle QOS = 15^\circ$

इस प्रकार, $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$ का अभीष्ट कोण है।

(iii)

रचना करनी है- 135° का अभीष्ट कोण है।

विश्लेषण- $135^\circ = 90^\circ + 45^\circ$



रचना के पद-

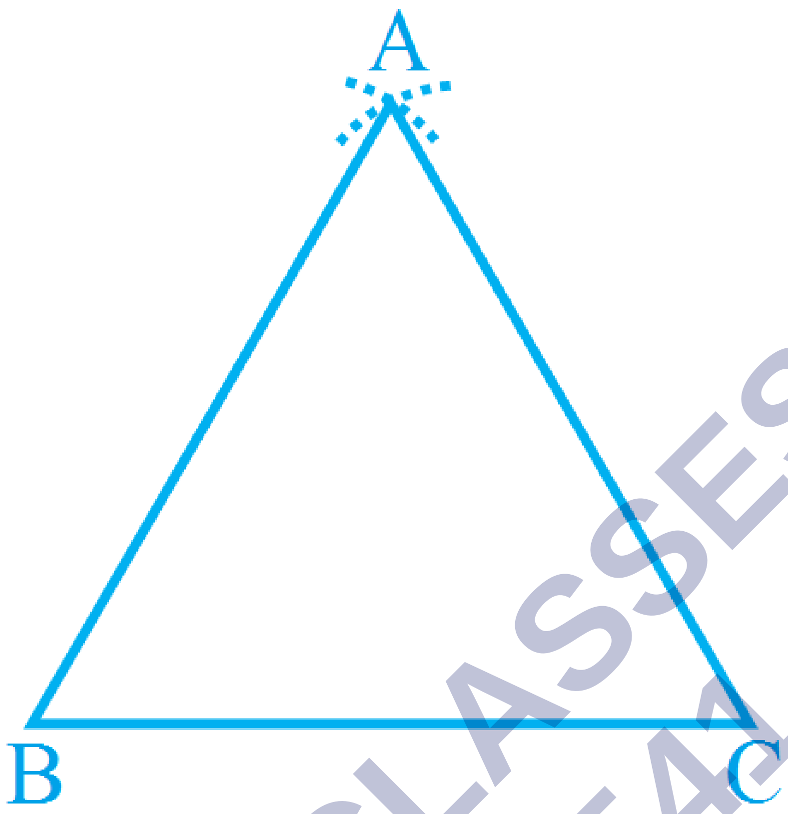
1. रेखा $\overrightarrow{QP}$ खींची और इस पर एक बिंदु O लिया।
2. O से $\overrightarrow{OR} \perp \overrightarrow{QP}$ खींची जिससे $\angle POR = 90^\circ$
3. $\angle QOP$ का समद्विभाजन OS खींची

अतः $\angle POS$ अभीष्ट 135° का कोण है।

प्रश्न 5 एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जब इसकी भुजा दी हो तथा कारण सहित रचना कीजिए।

उत्तर- **दिया है-** 'समबाहु त्रिभुज ABC की भुजा BC

रचना करनी है- समबाहु त्रिभुज ABC की।



रचना के पद-

1. रेखाखण्ड BC दी गई माप का खींचा।
2. B तथा C को केन्द्र मानकर BC त्रिज्या के दो चाप लगाए जो परस्पर बिन्दु A पर काटते हैं।
3. रेखाखण्ड AB तथा AC को मिलाया। △ABC अभीष्ट समबाहु त्रिभुज है।

उपपत्ति- AB = BC और AC = BC

AB = BC = AC

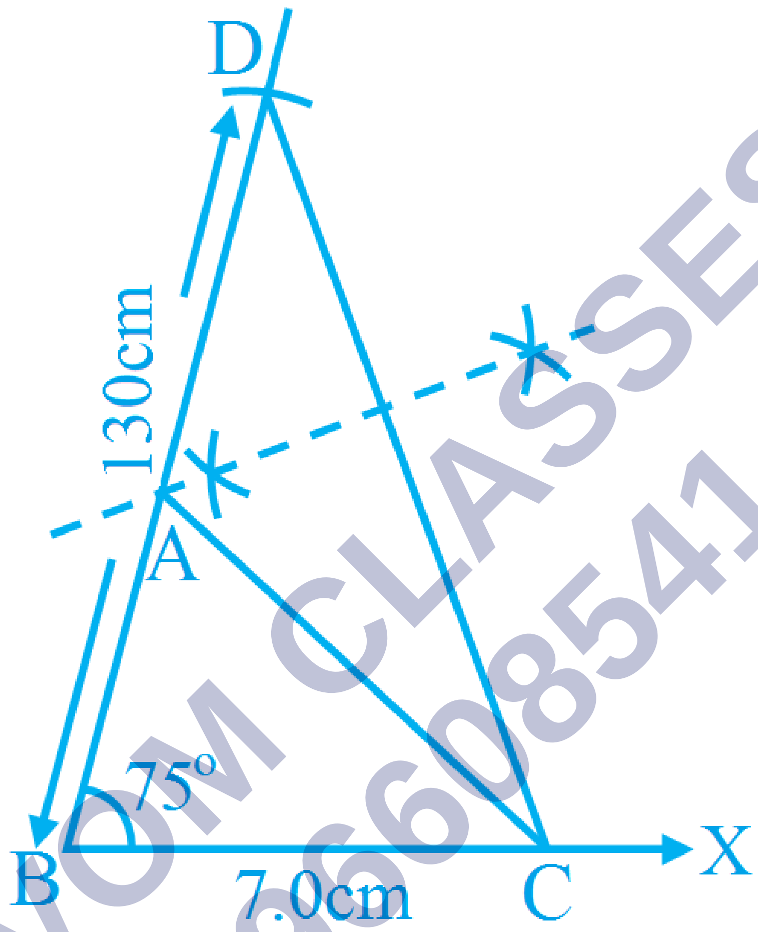
त्रिभुज ABC समबाहु ही है।

प्रश्नावली 11.2 (पृष्ठ संख्या 229)

प्रश्न 1 एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 7 सेमी, ∠B = 75° और AB + AC = 13 सेमी हो।

उत्तर- दिया है-△ABC में BC = 7 सेमी, ∠B = 75° और AB + AC = 13 सेमी है।

रचना करनी है- उपर्युक्त △ABC की।



रचना के पद-

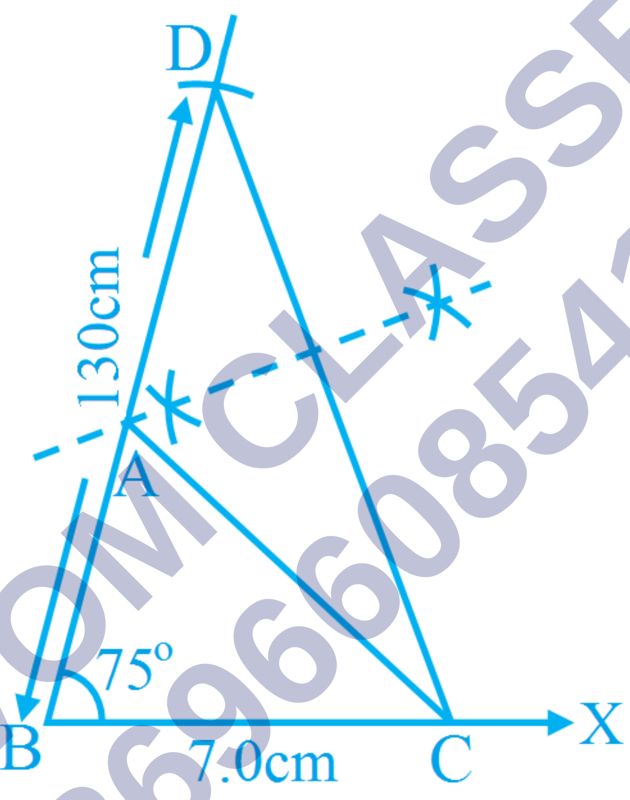
1. एक किरण BX खींचकर उसमें से रेखाखण्ड BC = 7.0 सेमी काटा।
2. BC के बिन्दु B से BC पर ∠CBY = 75° बनाया।
3. BY में से BD = 13 सेमी काटा।
4. CD को मिलाया और उसका लम्ब समद्विभाजक खींचा जिसने BD को बिन्दु A पर काटा।
5. रेखाखण्ड AC खींचा।

△ABC अभीष्ट त्रिभुज है।

प्रश्न 2 एक त्रिभुज ABC की रचना कीजिए जिसमें BC = 8 सेमी, ∠B = 45° और AB – AC = 3.5 सेमी हो।

उत्तर- **दिया है-** ABC एक त्रिभुज है जिसमें BC = 8 सेमी, ∠B = 45° वे AB – AC = 3.5 सेमी है।

रचना करनी है- उपर्युक्त △ABC की।



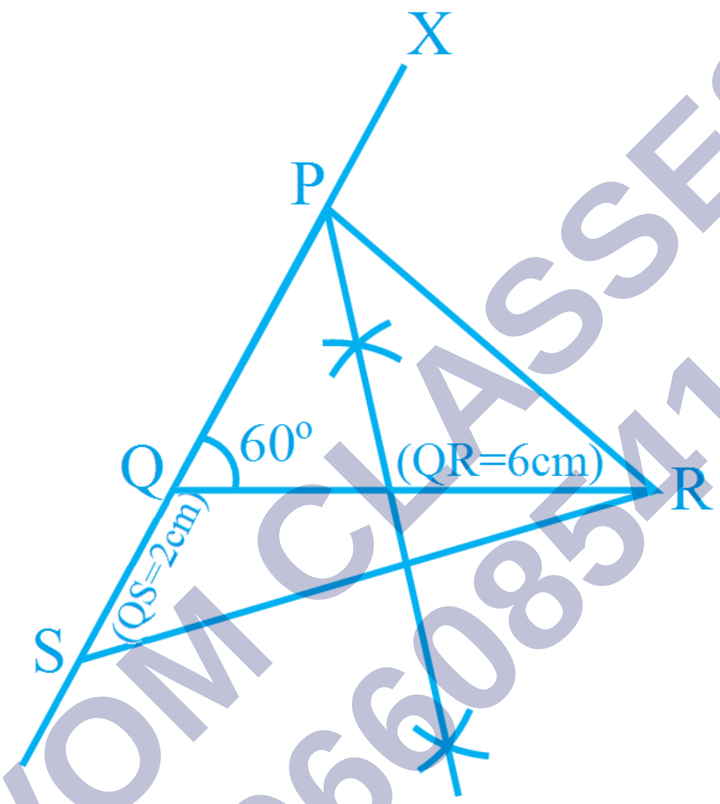
रचना के पद-

1. एक रेखाखण्ड BC = 80 सेमी खींचा।
2. बिन्दु B से BC पर ∠XBC = 45° बनाया।
3. BX में से BD = 3.5 सेमी काटा।
4. CD को मिलाया।
5. CD को लम्ब समद्विभाजक खींचा जो बढ़ी हुई BD को A पर काटता है।
6. AC को मिलाया।

△ABC अभीष्ट त्रिभुज है।

प्रश्न 3 एक त्रिभुज PQR की रचना कीजिए जिसमें QR = 6 सेमी, ∠Q = 60° और PR - PQ = 2 सेमी हो।

उत्तर- **दिया है-** △PVR में, QR = 6 सेमी, ∠Q = 60° भुजा PQ < PR और PR – PQ = 2 सेमी है।



रचना के पद-

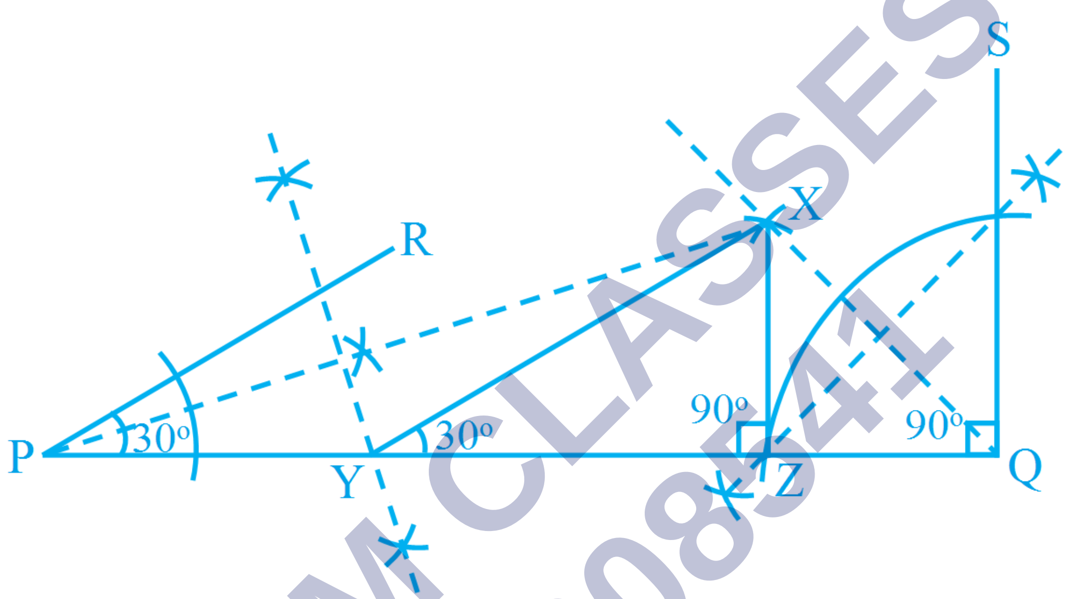
1. रेखाखण्ड QR = 6 सेमी खींचा।
2. Q से QR पर ∠XQR = 60° बनाया।
3. XQ को आगे बढ़ाया और उसमें से QS = (PR - PQ) या 2 सेमी काट लिया।
4. SR को मिलाया।
5. SR का लम्ब समद्विभाजक खींचा जो OX को P पर काटता है।
6. रेखाखण्ड PR खींचा।

अत: △PQR अभीष्ट त्रिभुज है।

प्रश्न 4 एक त्रिभुज XYZ की रचना कीजिए, जिसमें $\angle Y = 30°$, $\angle Z = 90°$ और XY + YZ + ZX = 11 सेमी हो।

उत्तर- **दिया है-** $\triangle XYZ$ में, $\angle Y = 30°$, $\angle Z = 90°$ है तथा XY + YZ + ZX = 11 सेमी है।

रचना करनी है- उपर्युक्त $\triangle XYZ$ की।



रचना के पद-

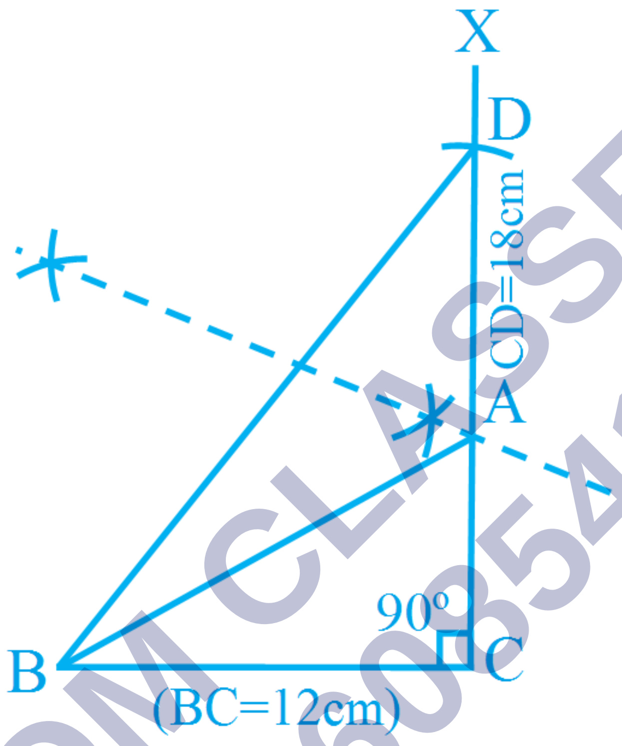
1. त्रिभुज के परिमाप (XY + YZ + ZX) = 11 सेमी के बराबर माप का रेखाखण्ड PQ खींचा।
2. P पर $\angle RPQ = 30°$ व Q पर $\angle SQP = 90°$ दिए हुए आधार कोण बनाए।
3. RPQ व $\angle SQP$ के समद्विभाजक खींचे जो परस्पर शीर्ष X पर काटते हैं।
4. PX का लम्ब समद्विभाजक खींचा जो PQ को Y पर काटता है।
5. QX का लम्ब समद्विभाजक खींचा जो PQ को Z पर काटता है।
6. XY और XZ को मिलाया।

अत: $\triangle XYZ$ अभीष्ट त्रिभुज है।

प्रश्न 5 एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए जिसका, आधार 12 सेमी और कर्ण व अन्य भुजा का योग 18 सेमी है।

उत्तर- **दिया है-** समकोण △ABC में आधार BC = 12 सेमी, ∠C = 90° तथा कर्ण AB व एक अन्य। भुजा AC का योग 18 सेमी हो।

रचना करनी है- उपर्युक्त समकोण △ABC की।



रचना-

1. रेखाखण्ड BC = 12 सेमी खींचा।
2. बिन्दु C से BC पर ∠BCX = 90° बनाया।
3. CX में से CD = (AB + AC) = 18 सेमी काट लिया।
4. रेखाखण्ड BD खींचा।
5. BD का लम्ब समद्विभाजक खींचा जिसने CD को बिन्दु A पर काटा।
6. रेखाखण्ड AB खींचा।

अत: △ABC अभीष्ट त्रिभुज है।