

गणित

अध्याय-10: प्रायोगिक ज्यामिती



उद्देश्य

इस पाठ के अंत में आप निम्न करने में सक्षम हो जाएंगे:

- दी गई रेखा के समानांतर एक रेखा खींचना।
- एक त्रिभुज की रचना करना जिसकी तीनों भुजाएं ज्ञात हों।
- एक त्रिभुज की रचना करना जिसकी दो भुजाएं तथा उनके बीच का कोण ज्ञात हो।
- एक त्रिभुज की रचना करना जिसके दो कोण तथा उनके बीच की भुजा ज्ञात हो।
- एक समकोण त्रिभुज की रचना करना जिसकी एक भुजा तथा कर्ण ज्ञात हो।

समानांतर रेखाओं की रचना

एक अनुप्रस्थ काट की दो रेखाएं परस्पर समानांतर कही जा सकती हैं, यदि संगत/वैकल्पिक आंतरिक कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर हो।

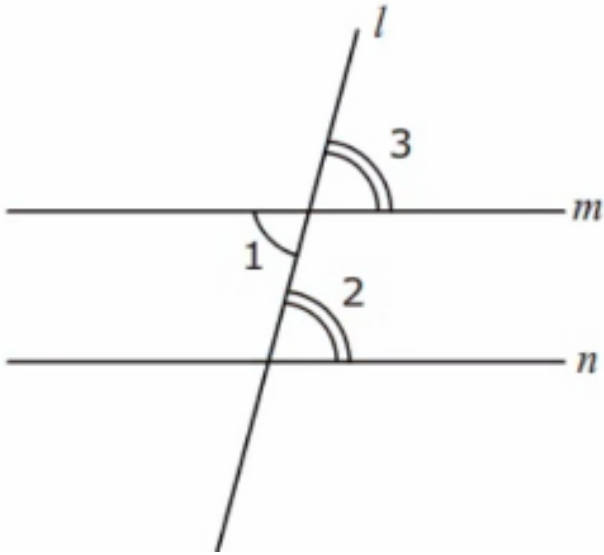
इस आकृति में,

$$\angle 3 = \angle 2 \text{ (संगत कोणों का युग्म)}$$

अथवा

$$\angle 1 = \angle 2 \text{ (वैकल्पिक आंतरिक कोणों का युग्म)}$$

$m \parallel n$



समानांतर रेखाओं की रचना

चरण 1: एक लंबी रेखा m खींचिए तथा इस पर एक बिंदु X अंकित कीजिए।

चरण 2: इसके ऊपर कुछ दूरी पर एक बिंदु Y अंकित कीजिए तथा इसे बिंदु X से मिलाइए।

चरण 3: X को केंद्र मानकर तथा कोई भी त्रिज्या लेकर, रेखा m को बिंदु Z पर तथा XY को V पर काटता हुआ एक चाप PQ खींचिए।

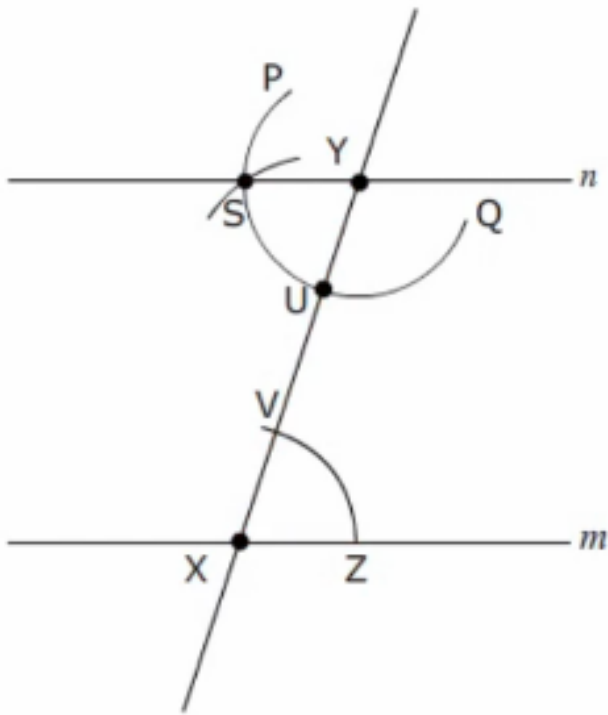
चरण 4: Y को केंद्र मानकर तथा वही त्रिज्या लेकर, XY को बिंदु U पर काटता हुआ एक चाप PQ खींचिए।

चरण 5: परकार की सहायता से VZ को मापिए।

चरण 6: U को केंद्र मानकर तथा मापी गई त्रिज्या लेकर, चाप PQ को S पर काटता हुआ एक चाप खींचिए।

चरण 7: S और Y को मिलाइए तथा रेखा n बनाने के लिए इसे आगे बढ़ाइए।

चरण 8: एकांतर अंतः कोणों $\angle SYX$ तथा $\angle YXZ$ को मापिए। $\angle SYX = \angle YXZ$

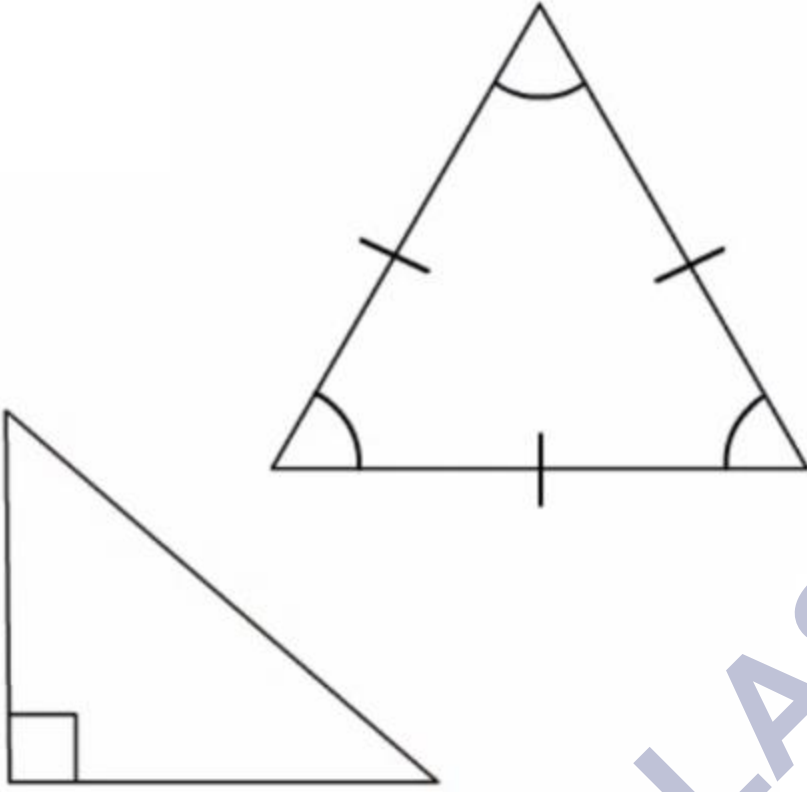


त्रिभुजों की रचना

एक त्रिभुज एक दो आयामी समतल आकृति होती है, जो तीन भुजाओं और तीन कोणों से मिलकर बनती है।

हम त्रिभुजों की रचना कर सकते हैं, यदि हमें निम्नलिखित ज्ञात हो।

- तीन भुजाएं (SSS)
- दो भुजाएं तथा उनके बीच का कोण (SAS)
- दो कोण तथा उनके बीच की भुजा (ASA)
- समकोण, कर्ण तथा एक भुजा (RHS)



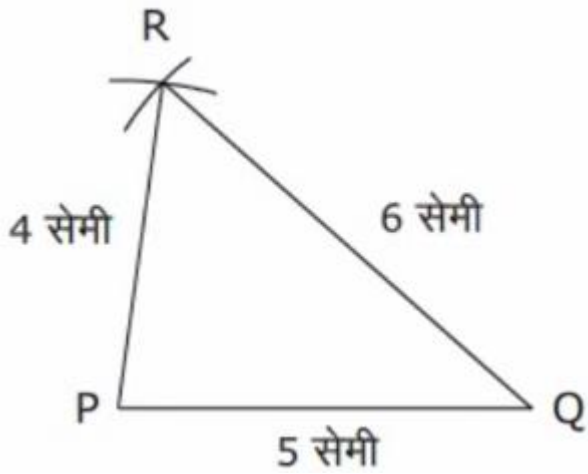
SSS कसौटी

चरण 1: एक 5 सेमी लंबा रेखाखण्ड खींचिए।

चरण 2: P को केंद्र मानकर तथा एक 4 सेमी की त्रिज्या लेकर, एक चाप खींचिए।

चरण 3: Q को केंद्र मानकर तथा एक 6 सेमी की त्रिज्या लेकर, पिछले चाप को बिंदु R पर काटते हुए एक अन्य चाप खींचिए।

चरण 3: बिंदु R और P को मिलाइए। बिंदु R और Q को मिलाइए। 4 सेमी, 5 सेमी और 6 सेमी भुजाओं वाला एक त्रिभुज तैयार हो जाता है।



SAS कसौटी

चरण 1: 5 सेमी लंबा एक रेखाखण्ड खींचिए।

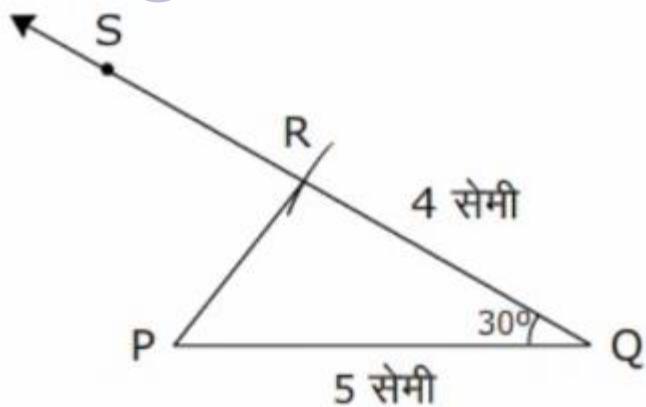
चरण 2: Q को कोण का केंद्र मानकर 30° मापिए तथा बिंदु S अंकित कीजिए।

चरण 3: बिंदु Q और S को मिलाते हुए एक अर्द्धरेखा SQ खींचिए।

चरण 4: Q को केंद्र मानते हुए तथा 4 सेमी की त्रिज्या लेकर, अर्द्ध रेखा QS को बिंदु R पर काटते हुए एक चाप खींचिए।

चरण 5: P तथा R को मिलाइए। 4 सेमी तथा 5 सेमी

की दो भुजाओं एवं 30° के एक अंतर्गत कोण वाला एक त्रिभुज PQR तैयार हो जाता है।



ASA कसौटी

चरण 1: 5 सेमी लंबा एक रेखाखण्ड खींचिए ।

चरण 2: केंद्र के रूप में बिंदु Q को लेकर 40°

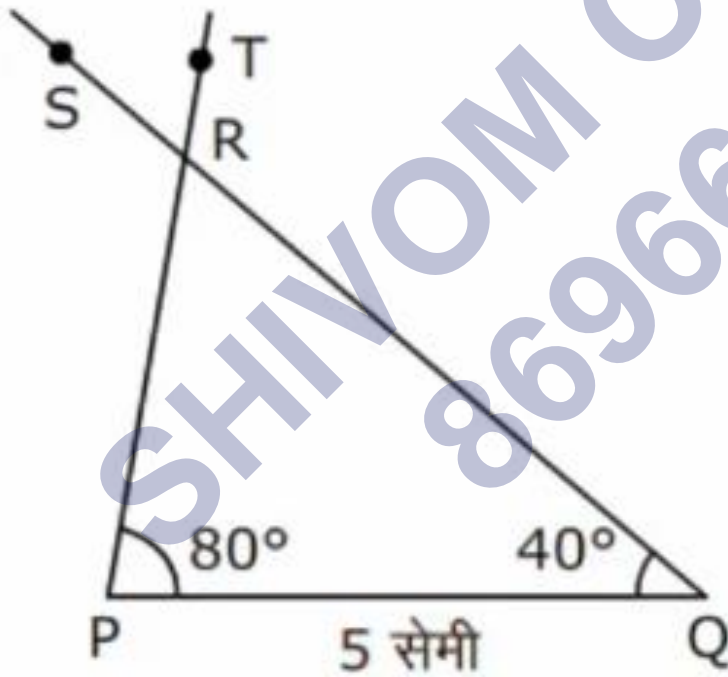
का कोण मापिये तथा बिंदु S अंकित कीजिए।

चरण 3: बिंदु Q तथा S को मिलाते हुए किरण SQ खींचिए।

चरण 4: केंद्र के रूप में बिंदु P को लेकर 80° का कोण मापिये तथा बिंदु T अंकित कीजिए।

चरण 5: बिंदुओं T तथा P को मिलाते हुए अद्धरेखा P 5 सेमी TP खींचिए।

चरण 6: किरणों SQ तथा TP के प्रतिच्छेदन बिंदु को R से अंकित कीजिए। 40° तथा 80° के दो कोणों तथा उनके बीच की 5 सेमी की भुजा वाला एक त्रिभुज PQR तैयार हो



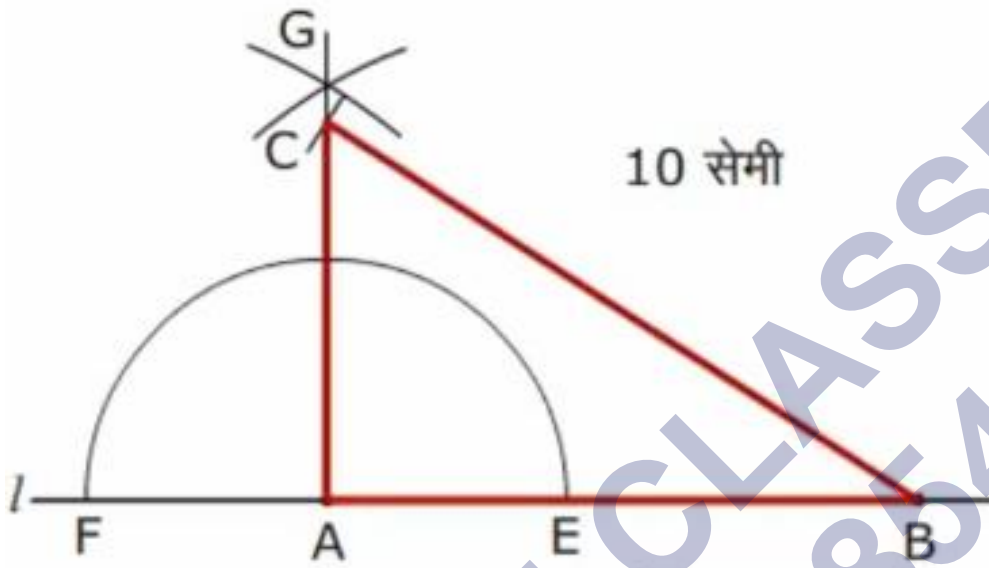
RHS कसौटी

चरण 1: एक रेखा | खींचिए। 8 सेमी लंबा एक रेखाखण्ड खींचिए।

चरण 2: AB के बिंदु A पर एक लंब AG खींचिए ।

चरण 3: B को केंद्र मानते हुए तथा 10 सेमी की त्रिज्या लेकर, AG को बिंदु C पर काटते हुए एक चाप खींचिए।

चरण 4: बिंदु C से बिंदु B को मिलाइए। क्रमशः 8 सेमी और 10 सेमी आधार तथा कर्ण वाला समकोण त्रिभुज तैयार हो जाता है।



आत्म मूल्यांकन

विवरणों के साथ त्रिभुजों की रचना करने के लिए उनकी कसौटी का मिलान कीजिए।

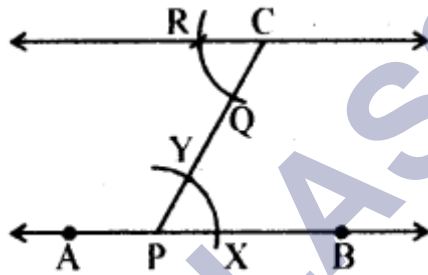
कॉलम (क)	कॉलम (ख)
आधार और कर्ण दिए गए हों।	SAS
तीन भुजाएं दी गई हों।	RHS
दो भुजाएं तथा अंतर्गत कोण दिया गया हो।	ASA
दो कोण तथा एक सापेक्ष भुजा दी गई हो।	SSS

NCERT SOLUTIONS

प्रश्नावली 10.1 (पृष्ठ संख्या 212)

प्रश्न 1. एक रेखा (मान लीजिए AB) खींचिए और इसके बाहर स्थित कोई बिन्दु C लीजिए। केवल पैमाना (रूलर) और परकार को प्रयोग करते हुए C से होकर AB के समान्तर एक रेखा खींचिए।

उत्तर- रचना के पद:

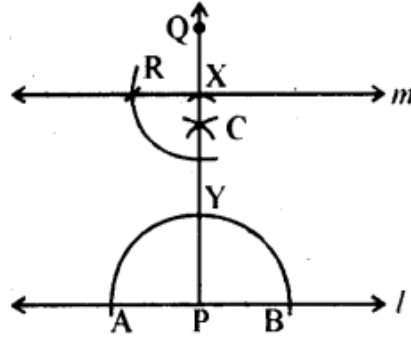


- एक रेखा AB खींचेंगे तथा उस पर कोई बिन्दु P लेंगे।
- AB के बाहर कोई बिन्दु C लेकर CP को मिलायेंगे।
- P को केन्द्र मानकर एक चाप खींचेंगे जो AB और PC को क्रमशः X और Y पर काटता है।
- अब C बिन्दु को केन्द्र मानकर तीसरे चरण की त्रिज्या के बराबर एक चाप खींचेंगे जो रेखाखण्ड PC को Q पर काटता है।
- केन्द्र Q से XY के बराबर त्रिज्या से एक चाप खींचेंगे जो चरण 4 में खींचे चाप को R पर काटता है।
- CR को मिलायेंगे और इसको दोनों दिशाओं में बढ़ायेंगे। यही अभीष्ट समान्तर रेखा है।

प्रश्न 2. एक रेखा l खींचिए और l पर स्थित किसी भी बिन्दु पर लम्ब खींचिए। इस लम्ब रेखा पर एक बिन्दु X लीजिए जो l से 4 cm की दूरी पर हो। x से होकर के समान्तर एक रेखा m खींचिए।

उत्तर- रचना के चरण

- एक रेखा l खींचिए और उस पर कोई बिन्दु P लीजिए।
- P को केन्द्र मानकर किसी भी त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो l को A और B पर काटता है।

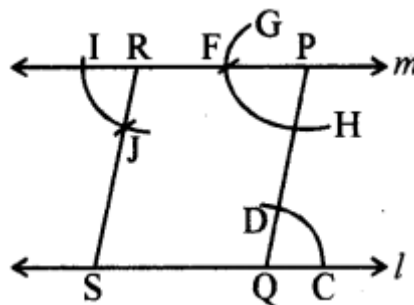


- A और B को केन्द्र मानकर PA से बड़ी त्रिज्या लेकर चाप खींचिए। जहाँ दोनों काटते हैं, वह बिन्दु C
- PC को मिलाइए। इसे Q तक बढ़ाइए। तब $PQ \perp l$
- P को केन्द्र मानकर 4 cm की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए जो PQ को X पर काटती है।
 $PX = 4 \text{ cm}$
- X पर $\angle RXP = \angle BPX$ बनाइए।
- XR को मिलाइए तथा दोनों दिशाओं में बढ़ाइए। m अभीष्ट रेखा प्राप्त होगी।

सत्यता : $\angle RXP = \angle BPX$ में एकान्तर कोण है। इसलिए $XR \parallel l$ अर्थात् $m \parallel l$ और $PX = 4 \text{ cm}$ और $\angle XPB = 90^\circ$

प्रश्न 3. मान लीजिए l एक रेखा है और P एक बिन्दु है जो l पर स्थित नहीं है। P से होकर l के समान्तर एक रेखा m खींचिए। अब P को l के किसी बिन्दु Q से जोड़िए। m पर कोई अन्य बिन्दु R चुनिए। R से होकर, PQ के समान्तर एक रेखा खींचिए। मान लीजिए यह रेखा, रेखा l से बिन्दु S पर मिलती है। समान्तर रेखाओं के इन दोनों युग्मों से क्या आकृति बनती है?

उत्तर- रचना के चरण



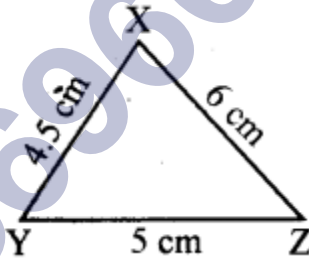
एक रेखा l खींचिए और इसके बाहर कोई बिन्दु P लीजिए।

- रेखा l पर कोई बिन्दु Q लीजिए।
- PQ को मिलाइए।
- Q को केन्द्र मानकर एक चाप खींचिए जो l को C पर और PQ को D पर काटता है।
- P को केन्द्र मानकर चरण 4 की त्रिज्या से एक चाप HG खींचिए जो PQ को E पर काटता है।
- E को केन्द्र मानकर CD की त्रिज्या के बराबर एक चाप खींचिए जो चरण 5 के चाप को F पर काटता
- PF को मिलाइए। इसे दोनों दिशाओं में बढ़ाइए। यह l के समान्तर रेखा, रेखा m प्राप्त होगी।
- अब, रेखा m पर कोई बिन्दु R लीजिए। 9. R से होकर जाते हुए $PQ \parallel RS$ रेखा खींचिए।

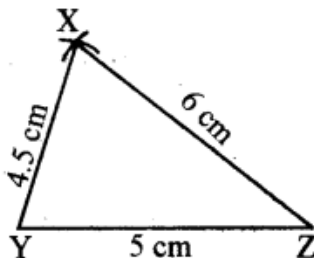
प्रश्नावली 10.2 (पृष्ठ संख्या 215)

प्रश्न 1. $\triangle XYZ$ की रचना कीजिए, जिसमें $XY = 4.5$ cm, $YZ = 5$ cm और $ZX = 6$ cm है।

उत्तर- रचना के चरण



- सर्वप्रथम दी गई मापों से त्रिभुज का कच्चा चित्र बनायें।
- अब एक रेखाखण्ड $YZ = 5$ cm बनायें Y से Z तक
- Y को केन्द्र मानकर 4.5 cm की त्रिज्या का चाप

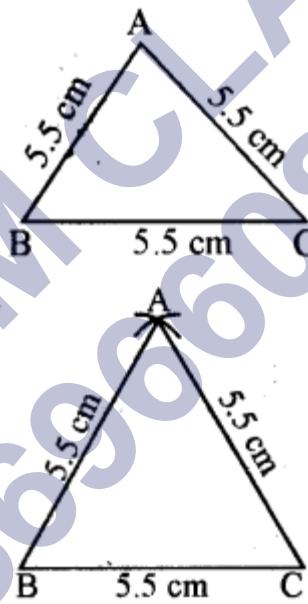


- Z को केन्द्र मानकर 6 cm त्रिज्या का दूसरा चाप खींचिए जो पहले वाले चाप को X पर काटता है।
- पट्टी की सहायता से XY और XZ को मिलाइए। ΔXYZ अभीष्ट त्रिभुज होगा।

प्रश्न 2. 5.5 cm भुजा वाले एक समबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए।

उत्तर- रचना के चरण

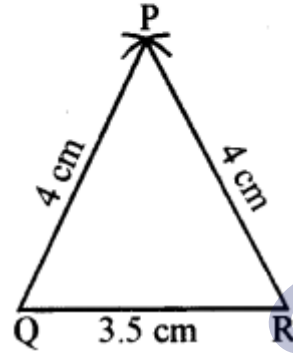
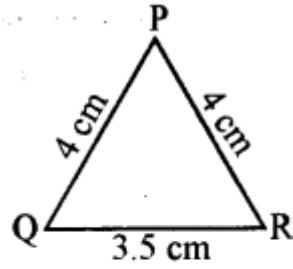
- कच्चा चित्र ABC बनाओ जिसकी प्रत्येक भुजा 5.5 cm अंकित करो।
- 5.5 cm लम्बाई का रेखाखण्ड BC खींचिए।
- B को केन्द्र मानकर 5.5 cm का चाप खींचिए।
- C को केन्द्र मानकर 5.5 cm का चाप खींचिए | जो पहले वाले चाप को A पर काटता है।



- पट्टी की सहायता से AB और AC को मिलाइये। यहाँ अभीष्ट त्रिभुज समबाहु त्रिभुज होगा।

प्रश्न 3. ΔPQR की रचना कीजिए, जिसमें $PQ = 4$ cm, $QR = 3.5$ cm और $PR = 4$ cm है। यह किस प्रकार का त्रिभुज है?

उत्तर-

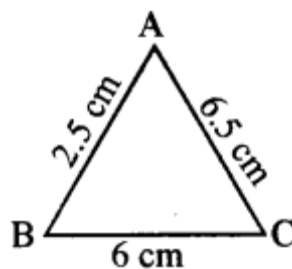


रचना के चरण

- सबसे पहले ΔPQR की रफ आकृति बनाकर उसमें दी गई मापें अंकित करो।
- रेखाखण्ड $QR = 3.5$ cm खींचिए।
- Q को केन्द्र मानकर 4 cm की त्रिज्या लेकर एक चाप खींचिए।
- R को केन्द्र मानकर 4 cm की त्रिज्या का दूसरा चाप खींचिए जो पहले वाले चाप को P पर काटता है।
- पटरी की सहायता से PQ तथा PR को मिलाइए। अभीष्ट त्रिभुज बनेगा। ΔPQR समद्विबाहु त्रिभुज है।

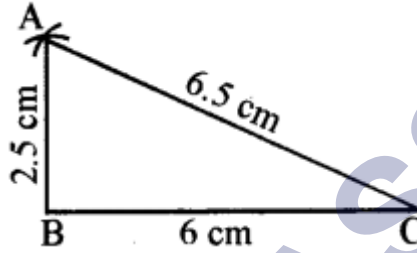
प्रश्न 4. ΔABC की रचना कीजिए, ताकि $AB = 2.5$ cm, $BC = 6$ cm और $AC = 6.5$ cm हो।
 $\angle B$ को मापिए।

उत्तर-



रचना के चरण

- सर्वप्रथम $\triangle ABC$ की रफ आकृति बनाकर उसमें दी गई मापें अंकित करो।
- रेखाखण्ड $BC = 6 \text{ cm}$ का खींचिए।
- B को केन्द्र मानकर 2.5 cm त्रिज्या की चाप खींचिए।
- C को केन्द्र मानकर 6.5 cm का दूसरा चाप खींचिए जो पहले चाप को A पर काटता है।

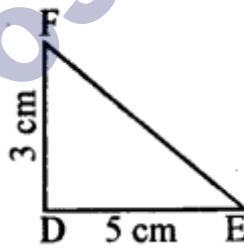


- पटरी की सहायता से AB और AC को मिलाइए। अभीष्ट त्रिभुज बनेगा। मापने पर $\angle B = 90^\circ$ ।

प्रश्नावली 10.3 (पृष्ठ संख्या 217)

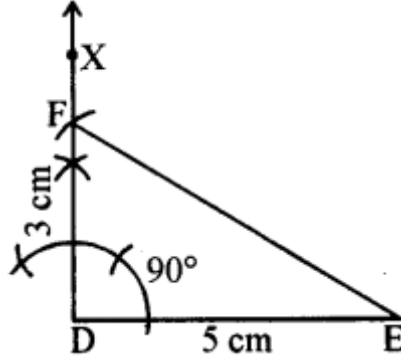
प्रश्न 1. $\triangle DEF$ की रचना कीजिए, ताकि $DE = 5 \text{ cm}$, $DF = 3 \text{ cm}$ और $m\angle EDF = 90^\circ$ हो।

उत्तर-



रचना के चरण

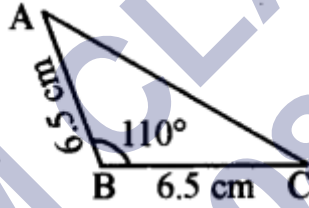
- सबसे पहले दी गई मापों . F के अनुसार एक रफ आकृति खींचिए।
- रेखाखण्ड $DE = 5 \text{ cm}$ खींचिए।
- $\angle EDX = 90^\circ$ का 5 cm E खींचिए।
- D को केन्द्र मानकर 3 cm की त्रिज्या का चाप खींचिए, जो DX को बिन्दु F पर काटता है।



- पटरी की सहायता से EF को मिलाइए। यही अभीष्ट ADEF होगा।

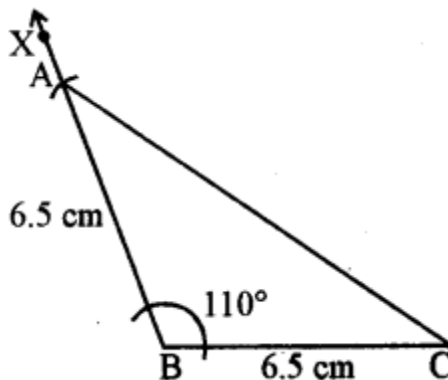
प्रश्न 2. एक समद्विबाहु त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसकी प्रत्येक समान भुजा की लम्बाई 6.5 cm हो और उनके बीच का कोण 110° का हो।

उत्तर-



रचना के चरण

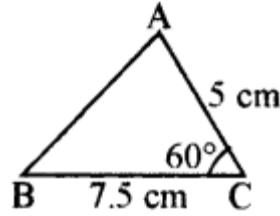
- सर्वप्रथम दी गई मापों के अनुसार एक रफ आकृति खींचिए।
- रेखाखण्ड $BC = 6.5 \text{ cm}$ खींचिए।
- $\angle CBX = 110^\circ$ का कोण बनाइए।
- B को केन्द्र मानकर 6.5 cm की त्रिज्या का चाप खींचिए जो BX को A पर काटता है।
- पटरी की सहायता से AC को मिलाइए। $\triangle ABC$ अभीष्ट त्रिभुज होगा।



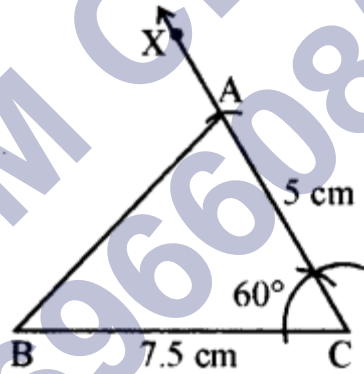
प्रश्न 3. $BC = 7.5 \text{ cm}$ और $AC = 5 \text{ cm}$ और $m\angle C = 60^\circ$ वाले $\triangle ABC$ की रचना कीजिए।

उत्तर- रचना के चरण

- सबसे पहले दी गई मापों के अनुसार एक रफ आकृति खींचिए।



- अब रेखाखण्ड $BC = 7.5 \text{ cm}$ खींचिए।
- $\angle BCX = 60^\circ$ खींचिए।
- C को केन्द्र मानकर 5 cm का चाप खींचिए जो CX को A पर काटता है।
- पटरी की सहायता से AB को मिलाइए। $\triangle ABC$ अभीष्ट त्रिभुज होगा।

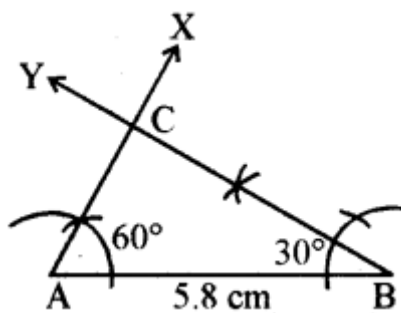


प्रश्नावली 10.4 (पृष्ठ संख्या 218)

प्रश्न 1. $\triangle ABC$ की रचना कीजिए, जब $m\angle A = 60^\circ$, $m\angle B = 30^\circ$ और $AB = 5.8 \text{ cm}$ दिया है।

उत्तर- रचना के चरण

- $\triangle ARC$ का रफ चित्र बनाकर उसमें दी गई ना अंकित करो।
- एक रेखाखण्ड $AB = 5.8 \text{ cm}$ खींचिए।
- $\angle BAX = 60^\circ$ खींचो।



- 4. $\angle ABY = 30^\circ$ खींचिए।
- 5. AX और BY, C पर काटते हैं।
- 6. $\triangle ABC$ अभीष्ट त्रिभुज होगा।

प्रश्न 2. $\triangle PQR$ की रचना कीजिए, यदि $PQ = 5 \text{ cm}$, $m\angle PQR = 105^\circ$ और $m\angle QRP = 40^\circ$ दिया है। [संकेत : त्रिभुज के कोण योग गुण को याद कीजिए।

उत्तर- यहाँ, हमें भुजा PQ, $\angle Q$ और $\angle R$ दिया गया है। लेकिन त्रिभुज खींचने के लिए $\angle P$ की आवश्यकता है। हम जानते हैं

$$\angle P + \angle Q + \angle R = 180^\circ$$

$$\text{इसलिए, } \angle P + 105^\circ + 40^\circ = 180^\circ$$

$$\angle P + 145^\circ = 180^\circ$$

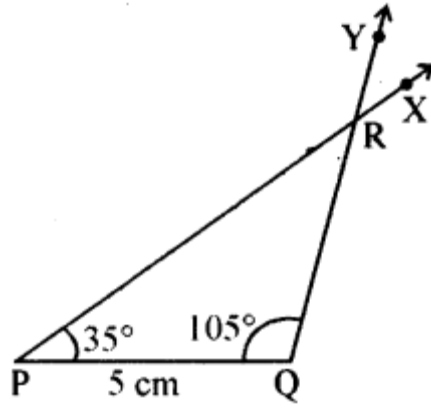
$$\angle P = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

$$\therefore PQ = 5 \text{ cm}, \angle P = 35^\circ, \angle Q = 105^\circ \text{ और } \angle R = 40^\circ$$

अब, हम $\triangle PQR$ की रचना कर सकते हैं।

रचना के चरण

- एक रेखा $PQ = 5 \text{ cm}$ की खींचिए।
- $\angle XPQ = 35^\circ$ का खींचिए।
- $\angle PQY = 105^\circ$ खींचिए जो PQ के उसी ओर हो जिधर X है ताकि $\angle PQY = 105^\circ$ PX और QY, R बिन्दु पर काटते हैं। इस प्रकार, $\triangle PQR$ अभीष्ट त्रिभुज होगा।



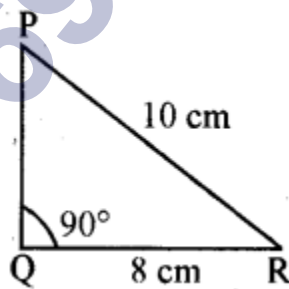
प्रश्न 3. जाँच कीजिए कि आप $\triangle DEF$ की रचना कर सकते हैं या नहीं, यदि $EF = 7.2 \text{ cm}$, $m\angle E = 110^\circ$ और $m\angle F = 80^\circ$ हैं। अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

उत्तर- $m\angle E + m\angle F = 110^\circ + 80^\circ = 190^\circ$ । इसलिए, $\triangle DEF$ नहीं खींचा जा सकता, क्योंकि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° ही होता है।

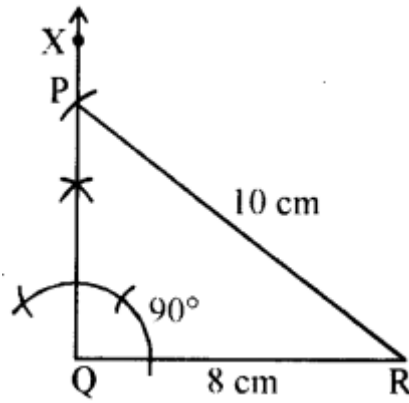
प्रश्नावली 10.5 (पृष्ठ संख्या 220)

प्रश्न 1. समकोण $\triangle PQR$ की रचना कीजिए, जहाँ $m\angle Q = 90^\circ$, $QR = 8 \text{ cm}$ और $PR = 10 \text{ cm}$ है।

उत्तर- रचना के चरण



- एक रफ चित्र खींचिए और उस पर दिये गये माप 10 cm अंकित कीजिए।
- एक रेखाखण्ड $QR = 8 \text{ cm}$ का खींचिए।
- $\angle RQX = 90^\circ$ खींचिए।
- R को केन्द्र मानकर 10 cm की त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो Qx को बिन्दु P पर काटता है।

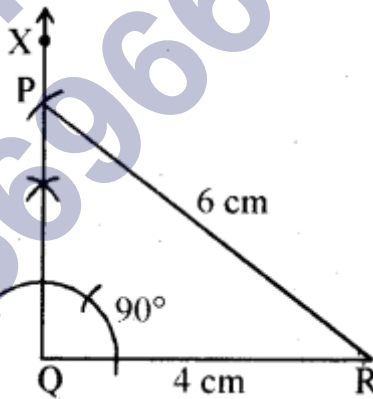


- 5. RP को मिलाइए। इस प्रकार प्राप्त ΔPQR अभीष्ट त्रिभुज होगा।

प्रश्न 2. एक समकोण त्रिभुज की रचना कीजिए, जिसका कर्ण 6 cm लम्बा है और एक पाद 4 cm लम्बा है।

उत्तर- रचना के चरण

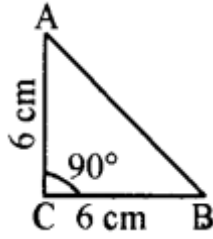
- सबसे पहले दी गई मापों का एक रफ चित्र खींचिए।
- $QR = 4 \text{ cm}$ का एक रेखाखण्ड खींचिए।
- $\angle RQX = 90^\circ$ खींचिए।



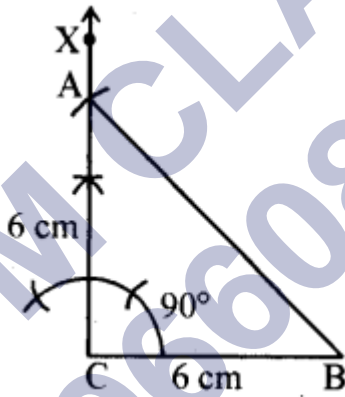
- 4. R को केन्द्र मानकर कर्ण 6 cm की त्रिज्या से एक चाप खींचिए जो QX को P पर काटता है।
- 5. RP को मिलाइए। इस प्रकार प्राप्त ΔPQR अभीष्ट त्रिभुज होगा।

प्रश्न 3. एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज ABC की रचना कीजिए, जहाँ $m\angle ACB = 90^\circ$ है और $AC = 16 \text{ cm}$ है।

उत्तर- रचना के चरण



- एक रफ आकृति खींचिए तथा उसमें दी गई मापें अंकित कीजिए।
- एक रेखाखण्ड $CB = 6\text{ cm}$ खींचिए। ($\because CB = AC = 6\text{ cm}$). 90°
- $\angle BCX = 90^\circ$ खींचिए। $C\ 6\text{ cm}\ B$
- C को केन्द्र मानकर 6 cm की त्रिज्या मानकर एक चाप खींचिए जो CX को A पर काटता है।



- BA को मिलाइए। इस प्रकार अभीष्ट $\triangle ABC$ बनेगा।