भौतिकी

SHIVOM CLASSES 8696608541

अध्याय-10: तरल, द्रव के यांत्रिक गुण

तरल पदार्थ

वे पदार्थ जिनकी कोई निश्चित आकृति नहीं होती है। यह पदार्थ अपनी आकृति परिवर्तन का विरोध नहीं करते हैं इन पदार्थों को जिस बर्तन में रखा जाता है यह उसी का रुप ले लेते हैं। इस प्रकार के पदार्थों को तरल पदार्थ कहते हैं। द्रव और गैस दोनों ही तरल पदार्थ हैं।

द्रव के यांत्रिक गुण

- द्रव और गैस दोनों ही तरल पदार्थ हैं।
- द्रव के श्यानता गुणांक का मात्रक किग्रा/मीटर-सेकंड होता है।
- द्रव दाब, गहराई, घनत्व तथा गुरुत्वीय त्वरण तीनों पर निर्भर करता है।
- बरनौली की प्रमेय संरक्षण के सिद्धांत पर आधारित है।
- 1 वायुमंडलीय दाब में 1.013×10^5 पास्कल होते हैं जबकि 1 पास्कल में 1 न्यूटन/मीटर^5 होते हैं।
- पृष्ठ तनाव का विमीय सूत्र $[MT^{-2}]$ होता है।
- लोहे की सुई पानी की सतह पर पृष्ठ तनाव के कारण तैर सकती है।

अविरतता का सिद्धांत

इसके अनुसार यदि कोई असंपीड्य अश्यान द्रव किसी असमान अनुप्रस्थ काट वाली नली में धारा रेखीय प्रवाह में बह रहा है तो नली के प्रत्येक स्थान पर द्रव के वेग एवं अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल का गुणनफल नियत रहता है इसे ही अविरतता का सिद्धांत कहते हैं।

अतः $\boxed{A \times v = \text{नियतांक}}$

पास्कल का नियम

द्रव के दाब के संचरण के संबंध में वैज्ञानिक पास्कल ने एक नियम का प्रतिपादन किया। जिसे पास्कल का नियम (Pascal's law) कहते हैं।

इस नियम के अनुसार, जब किसी बंद पात्र में रखे द्रव के किसी एक भाग पर संतुलन अवस्था में दाब लगाया जाता है तो बिना क्षय हुए संपूर्ण द्रव का सभी दिशाओं में समान रूप से संचरित हो जाता है। इसे पास्कल का नियम कहते हैं। अथवा द्रव के दाब का संचरण नियम भी कहते हैं।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

कहीं-कहीं यह नियम इस प्रकार भी लिखा होता है।
"यदि गुरुत्वीय प्रभाव को नगण्य मान लिया जाए तो पात्र में रखे द्रव को संतुलन की अवस्था में उसके किसी एक बिंदु पर दाब लगाया जाए तो द्रव, पात्र की दीवारों पर समान रूप से संचरित हो जाता है। यहां गुरुत्वीय क्षेत्र को नगण्य तथा द्रव को स्थिर माना गया है।"

पास्कल के नियम के अनुप्रयोग को हमने एक अलग अध्याय में तैयार किया है जिससे आपको समझने में आसानी हो।

पास्कल के नियम का सिद्धांत

इसके अनुसार द्रव के किसी एक बिंदु पर आरोपित दाब अन्य सभी बिंदुओं पर समान रूप से संचरित हो जाता है। अतः स्पष्ट होता है कि कम परिमाण के दाब को अपेक्षाकृत बहुत बड़े क्षेत्रफल पर संचरित करके उस क्षेत्रफल पर अधिक दाब आरोपित किया जा सकता है यही पास्कल के नियम का मुख्य सिद्धांत है।

द्रव चालित लिफ्ट का उपयोग भारी वस्तुओं जैसे- कार, ट्रक, मोटर गाड़ी, ट्रैक्टर आदि को ऊपर उठाने में किया जाता है। इसका कार्य सिद्धांत पास्कल के नियम पर आधारित होता है।

इस नियम का उपयोग करके किसी स्थान पर लगे छोटे बल के प्रभाव को किसी अन्य स्थान पर बड़े बल के प्रभाव में परिवर्तित किया जा सकता है।

पास्कल, द्रव का एस आई मात्रक होता है।
1 पास्कल में 1 न्यूटन/मीटर^2 होते हैं एवं
1 बार में 10^5 पास्कल होते हैं।
पास्कल नियम के उदाहरण - हाइड्रॉलिक लिफ्ट द्रव चालित लिफ्ट, हाइड्रोलिक ब्रेक आदि।

पास्कल के नियम के अनुप्रयोग

पास्कल की नियम के अनुसार, यदि किसी तरल (द्रव) के किसी एक भाग में दाब लगाया जाता है तो यह दाब द्रव के सभी भागों में समान रूप से संचरित हो जाता है।

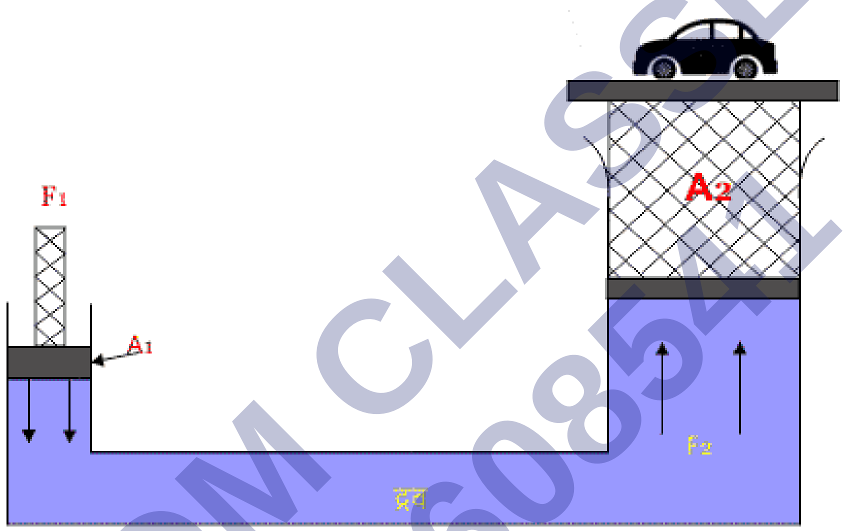
SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

पास्कल के नियम के मुख्य उदाहरण - हाइड्रोलिक लिफ्ट, हाइड्रोलिक ब्रेक तथा हाइड्रोलिक प्रेस हैं। पास्कल के नियम का इनके अंतर्गत प्रयोग किया जाता है।

हाइड्रोलिक लिफ्ट (द्रवचालित लिफ्ट)

यह पास्कल के नियम पर आधारित एक ऐसी युक्ति होती है जो कार, ट्रक तथा अन्य वाहनों को ऊपर उठाने के लिए प्रयोग की जाती है। हाइड्रॉलिक (द्रवचालित) लिफ्ट की व्यवस्था कैसी होती है इसे चित्र से प्रदर्शित किया गया है।



हाइड्रोलिक लिफ्ट

SHIVOM CLASSES 8696608541

इसमें एक बड़े पात्र में तरल पदार्थ भरा रहता है इस पात्र में दो अलग-अलग नलियां होते हैं इन नलियों में से एक नली का क्षेत्रफल कम तथा दूसरी का अधिक होता है। इन दोनों नलियों में पिस्टन लगी होती हैं जिस पर वाहन उठाना होता है उसे बड़ी पिस्टन के ऊपर रखते हैं। अब छोटी पिस्टल पर बल लगाते हैं यह बल द्रव पर बल आरोपित करता है। पास्कल के अनुसार यह दाब बिना किसी हानि के सभी दिशाओं में संचरित हो जाता है। जिससे बड़ी पिस्टन ऊपर की ओर उठ जाती है जैसे चित्र में दिखाया गया है।

माना छोटी पिस्टन का क्षेत्रफल A_1 तथा बल F_1 है एवं बड़ी पिस्टन का क्षेत्रफल A_2 तथा बल F_2 हो तो F_1 द्वारा आरोपित दाब

$P_1 = \frac{F_1}{A_1}$ समी.①

चूंकि दाब सभी दिशाओं में संचरित हो जाता है अतः यह दाब दूसरे पिस्टल पर भी लगेगा तो

$P_2 = \frac{F_2}{A_2}$ समी.②

समी.① व समी.② से

$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

$F_2 = \frac{A_2}{A_1} \times F_1$

चूंकि $A_2 > A_1$ अर्थात् $F_2 > F_1$

अतः बड़ी पिस्टन पर आरोपित बल छोटी पिस्टन से अधिक होता है तभी वस्तु ऊपर की ओर उठ जाती है।

हाइड्रोलिक ब्रेक (द्रवचालित ब्रेक)

हाइड्रोलिक ब्रेक भी द्रवचालित लिफ्ट की भांति ही है

इसका कार्य सिद्धांत भी पास्कल के नियम पर आधारित होता है इसके द्वारा वाहन के सभी पहियों पर एक साथ अपमंदक बल लगाया जाता है।

इसमें एक मास्टर बेलन होता है जिसमें तरल पदार्थ भरा रहता है जिसका सीधा संपर्क ब्रेक पेटिल से होता है। एवं इस मास्टर बेलन से छोटी-छोटी नलियां सभी पहियों में जुड़ी होती हैं। सभी पहियों पर ब्रेक शू लगे होते हैं इनका काम पहियों को रोकना होता है। जब वाहन चालक द्वारा ब्रेक पेटिल को दबाया जाता है तो मास्टर बेलन में दाब आरोपित हो जाता है। पास्कल नियम के अनुसार यह दाब सभी दिशाओं में समान रूप से संचरित हो जाता है। अतः वाहन के सभी पहियों पर एक साथ अपमंदक बल लगता है जिससे वाहन रुक जाता है।

बरनौली की प्रमेय

जब कोई असंपीड्य तथा अश्यान द्रव अथवा गैस धारा रेखीय प्रवाह में बहता है तो इसके मार्ग के प्रत्येक बिंदु पर इसके एकांक आयतन की कुल ऊर्जा अर्थात् दाब ऊर्जा, गतिज ऊर्जा तथा स्थितिज ऊर्जा का योग एक नियतांक होता है इसे बरनौली की प्रमेय (Bernoulli theorem) कहते हैं। अतः

$$\boxed{P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{नियतांक}}$$

ρg से भाग करने पर

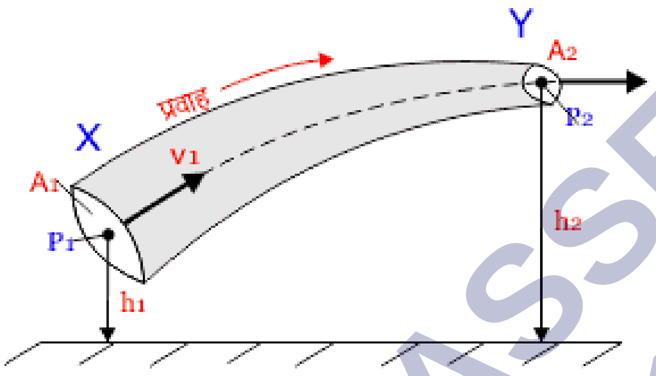
$$\frac{P}{\rho g} + \frac{v^2}{2g} + h = \text{नियतांक}$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

दाब शीर्ष + वेग शीर्ष + गुरुत्वीय शीर्ष = नियतांक

यही बरनौली प्रमेय का समीकरण है बरनौली की प्रमेय उर्जा संरक्षण के सिद्धांत पर आधारित होती हैं।

बरनौली प्रमेय की उत्पत्ति (सिद्ध)



मानो कोई असंपीड्य तथा अश्यान द्रव किसी असमान अनुप्रस्थ काट वाली नली में धारा रेखीय प्रवाह में प्रवाहित हो रहा है जैसे चित्र में दिखाया गया है।

माना अनुप्रस्थ काट X का क्षेत्रफल A_1 तथा दाब P_1 है एवं इसकी पृथ्वी से ऊंचाई h_1 है। तथा दाब P_2 है एवं इसकी पृथ्वी से ऊंचाई h_2 है। चूंकि A_2 का क्षेत्रफल A_1 से कम है। अतः अविरतता के सिद्धांत से Y का वेग v_2 तथा X का वेग v_1 से अधिक होगा।

माना द्रव का प्रवाह X सिरे से 1 सेकंड के लिए होता है जिसमें वह v_1 दूरी तय कर लेता है इस द्रव पर $(P_1 \times A_1)$ का बल आरोपित होता है तो एक सेकंड में X सिरे में प्रवेश करने वाले द्रव पर किया गया कार्य

$W_1 = P_1 \times A_1 \times v_1$

इसी प्रकार Y सिरे पर कार्य

$W_2 = P_2 \times A_2 \times v_2$

अतः द्रव पर किया गया कुल कार्य

$W = W_1 - W_2$

$W = (P_1 \times A_1 \times v_1) - (P_2 \times A_2 \times v_2)$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

चूंकि सततता के समीकरण से प्रत्येक काट पर एक सेकंड में प्रवाहित आयतन समान होता है तो

$A_1v_1 = A_2v_2 = V$ आयतन

तो कार्य $W = (P_1 - P_2)V$

या $W = (P_1 - P_2)\frac{m}{\rho}$ समी.①

यदि 1 सेकंड में X सिरे पर प्रवेश करने वाले द्रव की गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}mv_1^2$ तथा Y सिरे पर गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}mv_2^2$ है तो

गतिज ऊर्जा में परिवर्तन

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$ समी.②

अब X सिरे की स्थितिज ऊर्जा mgh_1 तथा Y सिरे पर स्थितिज ऊर्जा mgh_2 है तो

स्थितिज ऊर्जा में परिवर्तन

$\Delta U = mgh_2 - mgh_1$

$\Delta U = mg(h_2 - h_1)$ समी.③

चूंकि द्रव की ऊर्जा में परिवर्तन उसमें किए गए कार्य के कारण ही होती है तो

$W = \Delta K + \Delta U$

समी.① , ② व ③ के मान रखने पर

$$(P_1 - P_2)\frac{m}{\rho} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(h_2 - h_1)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(h_2 - h_1)$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

अतः $\boxed{P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{नियतांक}}$

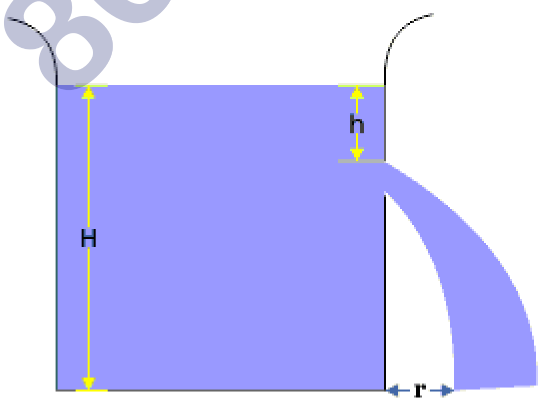
यही बरनौली की प्रमेय का समीकरण हैं।

टॉरिसेली प्रमेय

इस नियम के अनुसार, किसी द्रव से भरी टंकी की दीवार पर एक सूक्ष्म छिद्र कर दिया जाता है तो इसमें से निकलने वाले द्रव का बहि:स्त्राव वेग, द्रव की मुक्त सतह से छिद्र तक गुरुत्व के अधीन गिरने वाले तथा पिंड द्वारा प्राप्त किए गए वेग के बराबर होता है इसे टॉरिसेली प्रमेय कहते हैं। या टॉरिसेली प्रमेय नियम भी कह सकते हैं।
वैज्ञानिक टॉरिसेली ने बताया कि जब किसी द्रव से भरी टंकी में हम उसकी सतह से ऊपर एक छिद्र कर दें तो द्रव उस छिद्र में जिस वेग से नीचे गिरता है उस वेग को बहि:स्त्राव वेग कहते हैं।

सूत्र की उत्पत्ति

माना एक पात्र है जिसमें H ऊंचाई तक द्रव भरा है पात्र (टंकी) के ऊपरी स्वतंत्र तल से h गहराई पर एक छिद्र है। माना पात्र के स्वतंत्र तल और छिद्र पर वायुमंडलीय दाब उपस्थित है। तो द्रव के प्रवाह पर इस दाब का कोई प्रभाव नहीं पड़ेगा। अर्थात स्वतंत्र तल पर गतिज ऊर्जा शून्य होगी।



टॉरिसेली प्रमेय

माना द्रव का घनत्व ρ तथा वायुमंडलीय दाब P है एवं द्रव, छिद्र से v बहि:स्त्राव वेग से बाहर निकल रहा है। द्रव के बहि:स्त्राव वेग v तथा स्वतंत्र तल से छिद्र की दूरी h में निम्न

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

संबंध होगा।
बरनौली प्रमेय के अनुसार, द्रव के स्वतंत्र तल पर तथा छिद्र के हर एक बिंदु पर द्रव का दाब तथा एकांक आयतन का कुल दाब का योग बराबर होना चाहिए। अतः

$$P + 0 + \rho gH = P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g(H - h)$$

$$\rho gH = \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gH - \rho gh$$

$$\rho gh = \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$v^2 = 2gh$$

$$\boxed{v = \sqrt{2gh}}$$

इस समीकरण को ही बहि:स्त्राव वेग का नियम कहते हैं।
जहां v बहि:स्त्राव वेग , h स्वतंत्र तल से छिद्र तक की गहराई तथा g गुरुत्वीय त्वरण है।

अर्थात् इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि किसी छिद्र से गिरते द्रव का बहि:स्त्राव वेग v, छिद्र की द्रव के स्वतंत्रत तल से गहराई h तथा उसके गुरुत्वीय त्वरण g के दोगुने के गुणनफल के वर्गमूल के बराबर होता है।
इस सूत्र द्वारा यह भी स्पष्ट होता है पात्र में द्रव स्वतंत्र तल से क्षेत्र जितनी अधिक गहराई पर होता है द्रव का का मान उतना ही अधिक होता है वही श्वाबे कमांड रब की आकृति उसकी मात्रा और छिद्र के आकार पर भी निर्भर करता है।

श्यानता (viscosity)

तरल पदार्थों का वह गुण जिसके कारण वह अपनी परतों के बीच होने वाली गति का विरोध करता है तरल के इस गुण को श्यानता कहते हैं।
श्यानता को उदाहरण द्वारा समझते हैं-
• वायु की तुलना में जल की श्यानता अधिक होती है क्योंकि जितनी तेज हम वायु में चल सकते हैं इतनी तेज जल में नहीं चल सकते हैं।
• शहद में श्यानता का गुण अन्य द्रवों की अपेक्षा अधिक पाया जाता है। चूंकि जब शहद

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

कीप से गुजरता है तो इसकी परतों के बीच होने वाली आपेक्षिक गति का विरोध बहुत अधिक होता है।

श्यान बल

जब द्रव की विभिन्न परतें होती है तो उनके बीच आंतरिक स्पर्श रेखीय घर्षण बल कार्य करता है जिस उनका श्यान बल कहते हैं।

वेग प्रवणता

एकांक दूरी पर स्थित द्रव की दो परतों के बीच में परिवर्तन को वेग प्रवणता कहते हैं अतः

$$\boxed{\text{वेग प्रवणता} = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

वेग प्रवणता का मात्रक प्रति सेकेंड एवं विमीय सूत्र $[M^0L^0T^{-1}]$ होता है। यह एक सदिश राशि है।

श्यानता गुणांक

किसी द्रव की एकांक पृष्ठ क्षेत्रफल वाली दो परतों के बीच लगने वाले श्यान बल को उसका श्यानता गुणांक (coefficient of viscosity) कहते हैं। इसे η से प्रदर्शित करते हैं। यह श्यान बल द्रवों के बीच एकांक वेग प्रवणता के लिए आवश्यक होता है।

श्यानता गुणांक का SI मात्रक किग्रा/मीटर-सेकंड होता है इसका अन्य मात्रक प्वॉइज भी होता है।

1 किग्रा/मीटर-सेकंड = 10 प्वॉइज

श्यानता गुणांक का सूत्र

द्रव किन्ही दो परतों के बीच कार्य करने वाला श्यान बल दो बातों पर निर्भर करता है।

(1) यह बल परतों के पृष्ठ क्षेत्रफल A के अनुक्रमानुपाती होता है अर्थात

$F \propto A$

(2) यह बल परतों की वेग प्रवणता $\frac{\Delta v}{\Delta x}$ के अनुक्रमानुपाती होता है अर्थात

$F \propto \frac{\Delta v}{\Delta x}$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

अतः $F \propto A\frac{\Delta v}{\Delta x}$

$$\boxed{F = \eta A\frac{\Delta v}{\Delta x}}$$

जहां η एक नियतांक है जिसे द्रव का श्यानता गुणांक कहते है।

यदि A = 1 तथा $\frac{\Delta v}{\Delta x} = 1$ हो तो श्यान बल

F = η

अर्थात् किसी द्रव का श्यानता गुणांक उस श्यान बल के बराबर होता है जो एकांक क्षेत्रफल वाली द्रव की दो परतों के बीच कार्य करती है जबकि परतों के बीच वेग प्रवणता एकांक हो।

श्यानता गुणांक का विमीय सूत्र

श्यानता गुणांक के सूत्र से

$\eta = A\frac{F}{\Delta v/\Delta x}$

η की विमा = $\frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]\,[T^{-1}]}$

η की विमा = $\frac{[MLT^{-2}]}{[L^2T^{-1}]}$

η की विमा = $[ML^{-1}T^{-1}]$

अतः श्यानता गुणांक का विमीय सूत्र $[ML^{-1}T^{-1}]$ होता है।

स्टोक्स का नियम

वैज्ञानिक स्टोक्स ने सिद्ध किया की, r त्रिज्या की किसी गोली का श्यानता गुणांक η हो एवं गोली पूर्णतः समांग व अनंत विस्तार वाले तरल माध्यम में v वेग से गति करती है। तो उसके ऊपर श्यान बल, गति की विपरीत दिशा में कार्य करने लगता है तब यह श्यान बल

$$\boxed{F = 6\pi\eta rv}$$

इस समीकरण को स्टोक्स (स्टॉक) का नियम (stokes' law) कहते हैं। जहां η श्यानता गुणांक है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

सीमांत वेग की गणना

माना r त्रिज्या की कोई गोली है जिसका घनत्व ρ है। यह गोली एक तरल में गिर रही है जिसका घनत्व σ है। एवं द्रव का श्यानता गुणांक η है तो गोली सीमांत वेग प्राप्त कर लेगी। इसके वेग पर दो बल कार्य करते हैं -

(1) प्रभावी बल = $\frac{4}{3}3\pi r^3(\rho - \sigma)g$

जहां $\frac{4}{3}3\pi r^3$गोली का आयतन है।

(2) श्यान बल = $6\pi\eta rv$

यह दोनों बल बराबर होंगे अतः

$6\pi\eta rv = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho - \sigma)g$

$$\boxed{v = \frac{2}{9}\frac{r^2(\rho - \sigma)g}{\eta}}$$

यही सीमांत वेग का सूत्र है।

स्टॉक की प्रमेय के उदाहरण

कुछ महत्वपूर्ण स्टोक्स (स्टॉक) के नियम के अनुप्रयोग नीचे दिए गए हैं-

1. **बादल का बनना**
   जब जल की वाष्प धूल के कणों पर संघनित होती है तो शुरू में यह बूंदे बहुत छोटी छोटी होती हैं एवं इनकी नीचे की ओर चाल बहुत कम होती है। अर्थात यह छोटी-छोटी बूंदे मिलकर एक बड़े बादल का रूप ले लेती हैं।
2. **पैराशूट से उतरना**
   जब कोई व्यक्ति पैराशूट लेकर हवाई जहाज से नीचे कुदता है तो वह पैराशूट को खोल देता है। पैराशूट खोलने से पहले व्यक्ति की गुरुत्वीय त्वरण अधिक होता है लेकिन पैराशूट के पूरे खुलने के बाद त्वरण कम होने लगता है। चूंकि वायु में श्यानता होती है जिस कारण त्वरण शून्य हो जाता है। अतः व्यक्ति के नीचे उतरने की चाल कम हो जाती है जिससे वह धरती पर बिल्कुल सुरक्षित उतर जाता है।
3. **वर्षा की बूंदों का गिरना**
   जब वायु में जल वाष्प का संघनन छोटी-छोटी बूंदों में होता है तो यह बूंदे अपने भार

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

के कारण पृथ्वी की ओर गिरने लगती हैं। क्योंकि वायु में श्यानता होती है अतः वह इन बूंदों के गिरने की गति का विरोध करती है। जैसे-जैसे बूंदों के गिरने की चाल बढ़ती है। वैसे ही श्यान बल भी बढ़ता जाता है चूंकि चाल बूंदों की त्रिज्या के अनुक्रमानुपाती होती है। अतः छोटी बूंदों की चाल कम तथा बड़ी बूंदों की चाल अधिक होती है।

पृष्ठ तनाव

किसी द्रव के पृष्ठ पर खींची गई काल्पनिक रेखा की एकांक लंबाई पर कार्यरत बल को द्रव का पृष्ठ तनाव (surface tension) कहते हैं।
पृष्ठ तनाव, द्रव की सतह पर प्रत्यास्थ का गुण दर्शाती है अर्थात् यह द्रव की सतह पर फैल जाती है तथा सिकुड़ भी जाती है। पृष्ठ तनाव को T से प्रदर्शित करते हैं।
यदि L लंबाई की द्रव की सतह पर F बल कार्यरत है तो पृष्ठ तनाव का सूत्र निम्न होगा-

$$\text{पृष्ठ तनाव} = \frac{\text{बल}}{\text{लम्बवत दूरी}}$$

$$\boxed{T = \frac{F}{L}}$$

इसका मात्रक न्यूटन/मीटर तथा पृष्ठ तनाव का सीजीएस (CGS) पद्धति में मात्रक ग्राम/सेकंड^2 होता है एवं विमीय सूत्र [MT^{-2}] होता है। पृष्ठ तनाव का मान द्रव के ताप, प्रकृति तथा माध्यम पर निर्भर करता है।

पृष्ठ तनाव का प्रभाव

1. **ताप का प्रभाव** - ताप बढ़ाने पर द्रव का ससंजक बल का मान घट जाता है जिसके कारण उसका पृष्ठ तनाव भी घट जाता है। क्रांतिक ताप पर पृष्ठ तनाव शून्य होता है।
2. **अशुद्धियों का प्रभाव** - यदि द्रव में धूल, कंकड़ तथा चिकनाई +तेल या ग्रीस) आदि अशुद्धियां उपस्थित होती हैं तो पृष्ठ तनाव का मान घट जाता है।
3. **विलेयता का प्रभाव** - पृष्ठ तनाव, द्रव में घोले गए पदार्थ तथा उसकी घुलनशील ता पर निर्भर करता है।

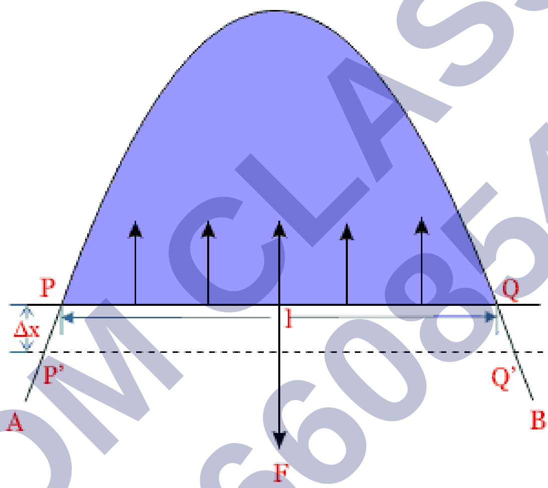
SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

पृष्ठ ऊर्जा

द्रव के पृष्ठ में स्थित अणु अपनी स्थिति के कारण अपनी ऊर्जा के अतिरिक्त कुछ ऊर्जा ओर रखते हैं अर्थात द्रव के मुक्त पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल की इस अतिरिक्त ऊर्जा को पृष्ठ ऊर्जा (surface energy) कहते हैं।

पृष्ठ तनाव एवं पृष्ठ ऊर्जा में संबंध

माना एक मुड़े हुए तार पर एक झिल्ली बनी है जिसकी दो परतें हैं। यह झिल्ली पृष्ठ तनाव के कारण सिकुड़ने का प्रयास करती है।



पृष्ठ तनाव एवं पृष्ठ ऊर्जा में संबंध

प्रयोगों द्वारा ज्ञात होता है कि बल F का मान तार PQ के संपर्क में झिल्ली की लंबाई l के अनुक्रमानुपाती होता है। तो

$F \propto 2l$

$F = T2l$

जहां T एक नियतांक है जिसे द्रव का पृष्ठ तनाव कहते हैं।

माना तार PQ को Δx दूरी खिसकाकर P'Q' में लाया जाता है। अतः बल द्वारा क्षेत्रफल वृद्धि करने में किया गया कार्य

W = बल × लम्बवत दूरी

$W = F \times \Delta x$

$W = T2l \times \Delta x$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$W = T \times \Delta A$ (चूंकि $A = 2l\Delta x$)

अतः $\boxed{T = \frac{W}{\Delta A}}$

यही कार्य, स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है अर्थात

$\Delta U = T\Delta A$

नियत ताप पर द्रव पृष्ठ के प्रति एकांक क्षेत्रफल की स्थितिज ऊर्जा को ही द्रव की पृष्ठ ऊर्जा कहते हैं।

$$\text{पृष्ठ ऊर्जा} = \frac{\text{पृष्ठ क्षेत्रफल बढ़ाने में किया गया कार्य}}{\text{पृष्ठ क्षेत्रफल में वृद्धि}}$$

$$\text{पृष्ठ ऊर्जा} = \frac{T(2l\Delta x)}{(2l\Delta x}$$

$$\text{पृष्ठ ऊर्जा} = T$$

$$\boxed{\text{पृष्ठ ऊर्जा} = \text{पृष्ठ तनाव}}$$

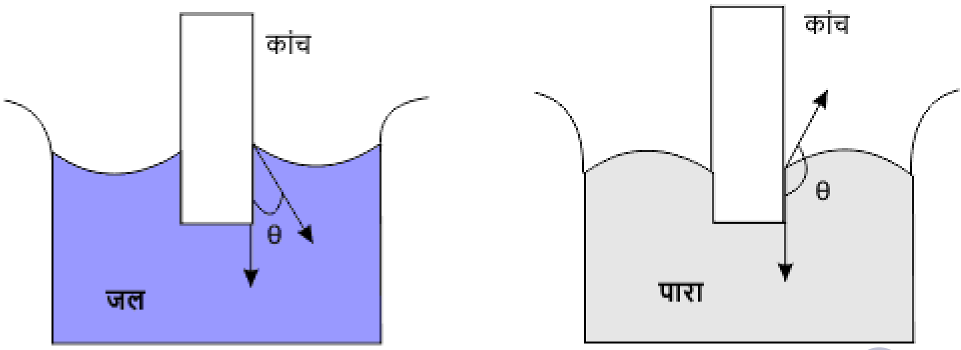
यही पृष्ठ ऊर्जा और पृष्ठ तनाव के बीच संबंध है।

स्पर्श (संपर्क) कोण

द्रव व ठोस के स्पर्श बिंदु से द्रव के तल पर खींची गई स्पर्श रेखा तथा ठोस के तल पर द्रव के अंदर की ओर खींची गई स्पर्श रेखाओं के बीच बने कोण को द्रव एवं ठोस के लिए स्पर्श कोण या संपर्क कोण कहते हैं।
यह प्रस्तुत चित्र में द्रव, जल तथा ठोस, कांच है चित्र से ही यह परिभाषा बन सकती है।

जो द्रव ठोस को भिगो देते हैं उनका स्पर्श कोण न्यूनतम तथा जो द्रव ठोस को नहीं भिगोते हैं उनका स्पर्श कोण अधिकतम होता है। अर्थात जो द्रव ठोस को गीला कर देते हैं उनके लिए स्पर्श कोण का मान कम होता है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



यहां जल व पारे में कांच की छड़ को डुबोया गया है। कांच की छड़ को जल भिगो देता है। इसलिए जल तथा कांच का स्पर्श कोण 8° (यानि न्यूनतम) होता है। एवं पारा कांच की छड़ (ठोस) को नहीं भिगोता है इसलिए पारे तथा कांच का स्पर्श कोण 135° (यानि अधिकतम) होता है। चित्र में स्पर्श को θ से दर्शाया गया है।

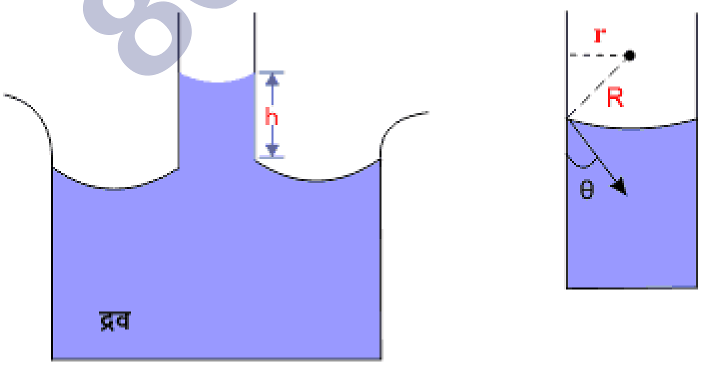
केशिकात्व

केशनली में द्रव के ऊपर चढ़ने तथा नीचे उतरने की घटना को केशिकात्व (capillarity) कहते हैं। केशिकात्व का कारण पृष्ठ तनाव है।

दोनों तरफ से खुली केश (बालों) के समान बारीक छिद्र वाली नली को केशनली कहते हैं।

केशिकात्व का कारण

केशिकात्व का कारण पृष्ठ तनाव है।



केशिकात्व का कारण

जब केशनली को जल में खड़ा किया जाता है तो केशनली में के भीतर अवतल पृष्ठ के नीचे का दाब कम हो जाता है। अतः दाब की इस कमी को पूरा करने के लिए जल केशनली में

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

ऊपर चढ़ने लगता है। और एक निश्चित ऊंचाई पर जाकर रुक जाता है। इस स्थिति में h ऊंचाई के जल स्तंभ, दाब 2T/R के बराबर होता है अर्थात

$$h\rho g = \frac{2T}{R}$$

यदि केशनली तथा जल के बीच स्पर्श कोण θ है तो

$$R = \frac{r}{cos\theta}$$

अतः $h\rho g = \frac{2T}{r/cos\theta}$

$$h\rho g = \frac{2Tcos\theta}{r}$$

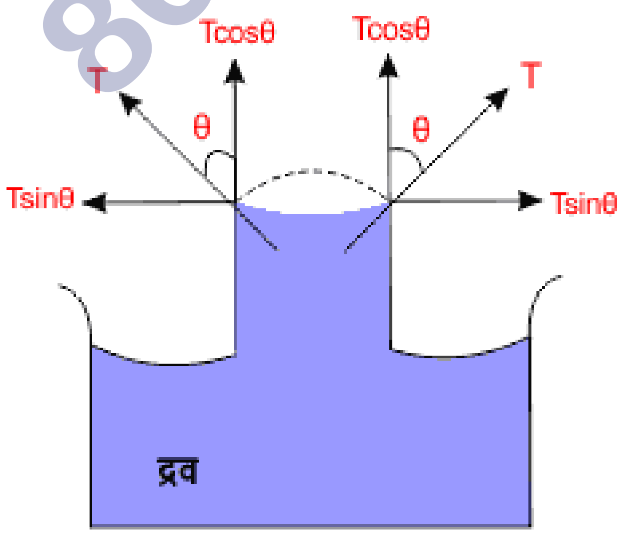
$$\boxed{h = \frac{2Tcos\theta}{r\rho g}}$$

अतः इस समीकरण द्वारा स्पष्ट होता है कि

(i) r, ρ, g, θ का मान कम तथा T का मान अधिक होने पर h का मान अधिक होगा।

(ii) यदि θ > 90° है तो cosθ के ऋणात्मक होने के कारण h ऋणात्मक हो जाएगा अर्थात द्रव केशनली से नीचे उतर जाएगा।

केशनली में द्रव के उन्नयन का निगमन



केशनली में द्रव के उन्नयन का निगमन

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

माना कांच की r त्रिज्या की एक नली है जो द्रव (जल) में खड़ी है। जिसका पृष्ठ तनाव T है केशनली में द्रव h ऊंचाई तक चढ़ जाता है। द्रव तथा कांच के लिए स्पर्श कोण θ है। पृष्ठ तनाव T को हम दो घटकों में वियोजित कर सकते हैं।

साम्यावस्था में

ऊपर की ओर लगने वाला बल

F = h ऊंचाई के जल स्तंभ का भार

$2\pi r \times T\cos\theta = \pi r^2 h\rho g$

$2T\cos\theta = rh\rho g$

$$\boxed{h = \frac{2T\cos\theta}{r\rho g}}$$

या $\boxed{T = \frac{rh\rho g}{2\cos\theta}}$

ताप बढ़ाने पर पृष्ठ तनाव का मान घट जाता है तथा क्रांतिक ताप पर इसका मान शून्य होता है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

NCERT SOLUTIONS

अभ्यास (पृष्ठ संख्या 282-284)

प्रश्न 1 स्पष्ट कीजिए क्यों-

a. मस्तिष्क की अपेक्षा मानव का पैरों पर रक्त चाप अधिक होता है।
b. 6 km ऊँचाई पर वायुमण्डलीय दाब समुद्र-तल पर वायुमण्डलीय दाब का लगभग आधा हो जाता है, यद्यपि वायुमण्डल का विस्तार 100 km से भी अधिक ऊँचाई तक है। |
c. यद्यपि दाब, प्रति एकांक क्षेत्रफल पर लगने वाला बल होता है तथापि द्रवस्थैतिक दाब एक अदिश राशि है।

उत्तर-

a. पैरों के ऊपर रक्त स्तम्भ की ऊँचाई मस्तिष्क के ऊपर रक्त स्तम्भ की ऊँचाई से अधिक होती है। चूंकि द्रव स्तम्भ का दाब गहराई के अनुक्रमानुपाती होता है; अत: पैरों पर रक्त दाब मस्तिष्क पर रक्त दाब की तुलना में अधिक होता है।
b. पृथ्वी के गुरुत्वीय प्रभाव के कारण वायु के अणु पृथ्वी के समीप बने रहते हैं अधिक ऊँचाई तक नहीं जा पाते। इसी कारण 6:km से अधिक ऊँचाई पर जाने पर वायु बहुत ही विरल हो जाती है और घनत्व बहुत कम हो जाता है। चूँकिं तरल-दाब, तरल के घनत्व के अनुक्रमानुपाती होता है; अत: 6 km से ऊपर की वायु का कुल दाब अत्यन्त कम होता है; अत: पृथ्वी-तल से 6 km की ऊँचाई पर वायुमण्डलीय दाबं समुद्र तल पर वायुमण्डलीय दाब का आधा रह जाता है।
c. पास्कल के नियम के अनुसार किसी बिन्दु पर द्रव-दाब सभी दिशाओं में समान रूप से लगता है, अर्थात् दाब के साथ कोई दिशा नहीं जोड़ी जा सकती; अत: दाब एक अदिश राशि है।।

प्रश्न 2 स्पष्ट कीजिए क्यों-

a. पारे का काँच के साथ स्पर्श कोण अधिककोण होता है जबकि जल का काँच के साथ स्पर्श कोण न्यूनकोण होता है।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

b. काँच के स्वच्छ समतल पृष्ठ पर जल फैलने का प्रयास करता है जबकि पारा उसी पृष्ठ पर बूंदें | बनाने का प्रयास करता है। (दूसरे शब्दों में जल काँच को गीला कर देता है जबकि पारा ऐसा नहीं करता है।)
c. किसी द्रव का पृष्ठ-तनाव पृष्ठ के क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता है।
d. जल में घुले अपमार्जकों के स्पर्श कोणों का मान कम होना चाहिए।
e. यदि किसी बाह्य बल का प्रभाव न हो तो द्रव बूंद की आकृति सदैव गोलाकार होती है।

उत्तर-

a. पारे के अणुओं के बीच ससंजक बल, पारे व काँच के अणुओं के बीच आसंजक बल से अधिक होता है, इस कारण काँच व पारे का स्पर्श कोण अधिककोण होता है।
b. इसके विपरीत जल के अणुओं के बीच ससंजक बल, काँच व जल के अणुओं के बीच आसंजक बल से कम होता है, इस कारण जल तथा काँच के बीच स्पर्श कोण न्यूनकोण होता है। |
c. खण्ड (a) के उत्तर में वर्णित कारण यहाँ भी लागू होता है।
d. रबड़ की झिल्ली को खींचने पर उसमें तनाव बढ़ जाता है परन्तु किसी द्रव के मुक्त पृष्ठ का क्षेत्रफल बढ़ा देने पर उसके तनाव में कोई परिवर्तन नहीं आता; अत: द्रव का पृष्ठ-तनाव उसके मुक्त क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता।।
e. अपसार्जक घुले होने पर जल का पृष्ठ-तनाव कम हो जाता है; अतः स्पर्श कोण भी कम हो जाता है।
f. बाह्य बल की अनुपस्थिति में बूंद की आकृति केवल पृष्ठ-तनाव द्वारा निर्धारित होती है। पृष्ठ-तनाव के कारण बूंद न्यूनतम मुक्त क्षेत्रफल वाली आकृति ग्रहण करना चाहती है। चूंकि एक दिए गए आयतन के लिए गोले का मुक्त पृष्ठ न्यूनतम होता है; अतः बूंद की आकृति पूर्ण गोलाकार हो जाती

प्रश्न 3 प्रत्येक प्रकथन के साथ संलग्न सूची में से उपयुक्त शब्द छाँटकर उस प्रकथन के रिक्त स्थान की पूर्ति कीजिए

a. व्यापक रूप में द्रवों का पृष्ठ-तनाव ताप बढने पर.......है। (बढ़ता/घटता)
b. गैसों की श्यानता ताप बढ़ने पर.........है, जबकि द्रवों की श्यानता ताप बढने पर........है। (बढ़ती/घटती)।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

c. दृढ़ता प्रत्यास्थता गुणांक वाले ठोसों के लिए अपरूपण प्रतिबल.........के अनुक्रमानुपाती होता है, जबकि द्रवों के लिए वह.........के अनुक्रमानुपाती होता है। (अपरूपण विकृति/अपरूपण विकृति की दर) ।
d. किसी तरल के अपरिवर्ती प्रवाह में आए किसी संकीर्णन पर प्रवाह की चाल में वृद्धिमें........ का अनुसरण होता है। (संहति का संरक्षण/बरनौली सिद्धान्त)
e. किंसी वायु सुरंग में किसी वायुयान के मॉडल में प्रक्षोभ की चाल वास्तविक वायुयान के प्रक्षोभ के लिए क्रांतिक चाल की तुलना में.........होती है। (अधिक/कम)

उत्तर-

a. घटता
b. बढ़ती, घटती,
c. अपरूपण विकृति, अपरूपण विकृति की दर,
d. संहति को संरक्षण,
e. अधिक।

प्रश्न 4 निम्नलिखित के कारण स्पष्ट कीजिए

a. किसी कागज़ की पट्टी को क्षतिज रखने के लिए आपको उस कागज़ पर ऊपर की ओर हवा फेंकनी चाहिए, नीचे की ओर नहीं।
b. जब हम किसी जल टोंटी को अपनी उँगलियों द्वारा बन्द करने का प्रयास करते हैं तो उँगलियों के बीच की खाली जगह से तीव्र जल धाराएँ फूट निकलती हैं।
c. इंजेक्शन लगाते समय डॉक्टर के अंगूठे द्वारा आरोपित दाब की अपेक्षा सुई का आकार दवाई की बहिःप्रवाही धारा को अधिक अच्छा नियन्त्रित करता है।
d. किसी पात्र के बारीक छिद्र से निकलने वाला तरल उस पर पीछे की ओर प्रणोद आरोपित करता है।
e. कोई प्रचक्रमान क्रिकेट की गेंद वायु में परवलीय प्रपथ का अनुसरण नहीं करती।

उत्तर-

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

a. कागज़ के ऊपर फेंक मारने से ऊपर वायु का वेग अधिक हो जाएगा। क्षैतिज प्रवाह के लिए बरनौली प्रमेय $\left(P + \frac{1}{2}\rho v^2\right)$ = नियत के अनुसार कागज़ के ऊपर वायु दाब, नीचे की तुलना में कम हो जाएगा। इससे कागज़ पर उत्थापक बल लगेगा जो कागज़ को नीचे नहीं गिरने देगा। |

b. टोंटी को उँगलियों द्वारा बन्द करने पर जल उँगलियों के बीच की खाली जगह से निकलने लगता है। यहाँ धारा का अनुप्रस्थ क्षेत्रफल टोंटी के अनुप्रस्थ क्षेत्रफल से कम होता है; अतः अविरतता के सिद्धान्त ($A_1v_1 = A_2v_2$) से जल का वेग अधिक हो जाता है। |

c. अविरतता के सिद्धान्त से, समान दाब आरोपित किए जाने पर भी, सुई बारीक होने पर (अनुप्रस्थ क्षेत्रफल कम होने पर) बहि:प्रवाही धारा का प्रवाह वेग बढ़ जाता है; अत: बहि:प्रवाह वेग सुई के आकार से अधिक नियन्त्रित होता है।

d. जब कोई तरल किसी पात्र में बने बारीक छिद्र से बाहर आता है तो अविरतता के सिद्धान्त से वह उच्च बहि:स्राव वेग प्राप्त कर लेता है। बाह्य बल की अनुपस्थिति में पात्र + तरल का संवेग संरक्षित रहता है; अतः पात्र विपरीत दिशा में संवेग प्राप्त करता है, अर्थात् बाहर निकलता हुआ द्रव पात्र पर : विपरीत दिशा में प्रणोद आरोपित करता है।

e. घूमती हुई गेंद अपने साथ वायु को खींचती है; अतः गेंद के ऊपर तथा नीचे वायु के वेग में अन्तर आ जाता है; अतः दाबों में भी अन्तर आ जाता है। इसके कारण गेंद पर भार के अतिरिक्त एक अन्य बल भी लगने लगता है और गेंद को पथ परवलयाकार नहीं रह जाता।

प्रश्न 5 ऊँची एड़ी के जूते पहने 50 kg संहति की कोई बालिका अपने शरीर को 1.0 cm व्यास की एक ही वृत्ताकार एड़ी पर सन्तुलित किए हुए है। क्षैतिज फर्श पर एड़ी द्वारा आरोपित दाब ज्ञात कीजिए।

उत्तर- वृत्ताकार एड़ी की त्रिज्या $R = \frac{\text{व्यास}}{2}$ = 1.0 सेमी/^{2}

= 0.5 सेमी = 5 x 10^{-3} मीटर

वृत्ताकार एड़ी का क्षेत्रफल A = πR^2 = 3.14 (5 x 10^{-3} मी)^2

= 78.50 x 10^{-6} मी^{2}

एड़ी पर पड़ने वाला बल F = बालिका का भार = mg

SHIVOM CLASSES 8696608541

= 50 किग्रा x 9.8 मी/से^{2} = 490 न्यूटन

क्षैतिज फर्श पर एड़ी द्वारा आरोपित दाब = एड़ी पर आरोपित दाब

$$= \frac{F}{A} = \frac{490N}{78.50 \times 10^{-6} m^2}$$

$$= 6.242 \times 10^6 \text{ न्यूटन/ मीटर}^2$$

$$= 6.2 \times 10^6 Pa$$

प्रश्न 6 टॉरिसिली के वायुदाबमापी में पारे का उपयोग किया गया था। पास्कल ने ऐसा ही वायुदाबमापी 984kg m^{-3} घनत्व की फ्रेंच शराब का उपयोग करके बनाया। सामान्य वायुमण्डलीय दाब के लिए शराब-स्तम्भ की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

h ऊँचाई के शराब स्तम्भ का दाब $P = h.\rho.g$

शराब स्तम्भ की ऊँचाई $h = \frac{P}{\rho.g}$

यहाँ P = 1 वायुमण्डलीय दाब,

= 1.013 × 10^{5}Pa = 1.013 × 10^5 न्यूटन/ मीटर^2

शराब का घनत्व $\rho = 984 kg\ m^2$ तथा g = 9.8 मीटर/ सेकण्ड^2

$$l = \left[\frac{1.013 \times 10^5 Nm^2}{984 kg\ m^2}\right] = 10.5m$$

प्रश्न 7 समुद्र तट से दूर कोई ऊध्र्वाधर संरचना 109 Pa के अधिकतम प्रतिबल को सहन करने के लिए बनाई गई है। क्या यह संरचना किसी महासागर के भीतर किसी तेल कूप के शिखर पर रखे

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

जाने के लिए उपयुक्त है? महासागर की गहराई लगभग 3km है। समुद्री धाराओं की उपेक्षा कीजिए।

उत्तर- यदि समुद्र के जल द्वारा आरोपित दाब, संरचना द्वारा सहन किये जा सकने वाले अधिकतम प्रतिबल से कम होगा तो संरचना महासागर के भीतर तेल कूप के शिखर पर रखे जाने के लिए उपयुक्त होगी। समुद्र जल द्वारा आरोपित दाब,

$P = h\rho g$

यहाँ $h = 3km = 3 \times 10^3 m$,

जल का घनत्व $= 10^3 kg - m^{-3}$ तथा $g = 9.8$ मीटर सेकण्ड^2

$P = 3 \times 10^3 m \times 10^3 kg - m^3 \times 9.8$ मीटर सेकण्ड^2

$= 2.94 \times 107$ न्यूटन/ मीटर^2 $= 2.94 \times 107Pa$

चूँकि $P <$ अधिकतम प्रतिबल 109Pa; अत: संरचना आवश्यक कार्य के लिए उपयुक्त है।

प्रश्न 8 किसी द्रवचालित आटोमोबाइल लिफ्ट की संरचना अधिकतम 3000 kg संहति की कारोंको उठाने के लिए की गई है। बोझ को उठाने वाले पिस्टन की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल 425 cm^2 है। छोटे पिस्टन को कितना अधिकतम दाब सहन करना होगा?

उत्तर- पास्कल के नियम के अनुसार,

छोटे पिस्टन पर अधिकतम दाब = बोझ उठाने वाले बड़े पिस्टन पर दाब,

$$= \frac{\text{बल}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{Mg}{A}$$

यहाँ $M = 3000kg$,

$g = 9.8$ मीटर/ सेकण्ड2 तथा $A = 425cm^2 = 425 \times 10^{-9} m^2$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$\because$ वांछित दाब $= \left[\frac{300\text{kg}\times 9.8\text{m/sec}^2}{425\times 10^{-4}\text{m}^2}\right]$

= 6.92×10^5 न्यूटन/ मीटर^2

= 6.92×10^5 पास्कल

प्रश्न 9 किसी U-नली की दोनों भुजाओं में भरे जल तथा मेथेलेटिड स्पिरिट को पारा एक-दूसरे से पृथक् करता है। जब जल तथा पारे के स्तम्भ क्रमशः 10cm तथा 12.5cm ऊँचे हैं तो दोनों भुजाओं में पारे का स्तर समान है। स्पिरिट का आपेक्षिक घनत्व ज्ञात कीजिए।

उत्तर-

U-नली की एक भुजा में जल स्तम्भ के लिए,

$\text{h}_1 = 10.0\text{cm}; \rho_1$ (घनत्व) = 1g.cm^{-3}

U-नली की दूसरी भुजा में मेथेलेटिड स्प्रिट के लिए,

$\text{h}_2 = 12.5\text{cm}; \rho_2 = ?$

चूंकि दोनों भुजाओं में पारे का तल समान है अतः इस तल पर दोनों भुजाओं के स्तम्भों के दाब भी समान होंगे। अर्थात्।

$$\text{h}_1\rho_1\text{g} = \text{h}_2\rho_2\text{g}$$

या $\rho_2 = \frac{\text{h}_1\rho_1}{\text{h}_2} = \frac{10\times 1}{12.5} = 0.8\text{g. cm}^{-3}$

अतः स्प्रिट का आपेक्षिक घनत्व $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{0.8\text{g.cm}^{-3}}{1\text{g.cm}^{-3}} = 0.8$

प्रश्न 10 U-नली की दोनों भुजाओं में इन्हीं दोनों द्रवों को और उड़ेल कर दोनों द्रवों के स्तम्भों की ऊँचाई 15cm और बढ़ा दी जाए तो दोनों भुजाओं में पारे के स्तरों में क्या अन्तर होगा? (पारे का आपेक्षिक घनत्व = 13.6)।

उत्तर- माना कि U-नली की दोनों भुजाओं में पारे के तलों का अन्तर h है तथा ρ पारे का घनत्व है, तो,

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$h\rho g = h_1\rho_1 g - h_2\rho_2 g \ldots (1)$$

दिया है, यहाँ $h = ?, \rho = 13.6\text{gm.cm}^{-3}, h_1 = 15 + 10 = 25\text{cm},$

$h_2 = 15.5 = 27.5\text{cm}; \rho_1 = 1\text{cm}^{-3}; \rho_2 = 0.8\text{g.cm}^{-3}$

समीकरण (1) में ज्ञात मान रखने पर,

$h \times 13.6 \times g = 25 \times 1 \times g - 27.5 \times 0.8 \times g = 3g$

या $h = \frac{3}{13.6} = 0.22\text{cm}$

प्रश्न 11 क्यो, बर्नूली समीकरण का उपयोग किसी नदी की किसी क्षिपिका के जल-प्रवाह का विवरण देने के लिए किया जा सकता है? स्पष्ट कीजिए।

उत्तर- बर्नूली प्रमेय का समीकरण केवल धारारेखी प्रवाह पर लागू होता है। चूंकि नदी की क्षिफ्रिका का जल-प्रवाह धारारेखी प्रवाह नहीं होता; अत: इसका विवरण देने के लिए बरनौली समीकरण का प्रयोग नहीं किया जा सकता।

प्रश्न 12 बर्नूली समीकरण के अनुप्रयोग में यदि निरपेक्ष दाब के स्थान पर प्रमापी दाब (गेज़ दाब) का प्रयोग करें तो क्या इससे कोई अन्तर पड़ेगा? स्पष्ट कीजिए।

उत्तर- नहीं, यदि हम निरपेक्ष दाब के स्थान पर गेज दाब का प्रयोग करते हैं तो इससे बर्नूली समीकरण के अनुप्रयोग में कोई अन्तर नहीं पड़ता है। जब तक कि दो बिन्दुओं का वायुमण्डल दाब पर्याप्त भिन्न नहीं होता है।

प्रश्न 13 किसी 1.5m लम्बी 1.0cm त्रिज्या की क्षैतिज नली से ग्लिसरीन का अपरिवर्ती प्रवाह हो रहा है। यदि नली के एक सिरे पर प्रति सेकण्ड एकत्र होने वाली ग्लिसरीन का परिमाण $4.0 \times 10^{-3}\text{kg s}^{-1}$ है तो नली के दोनों सिरों के बीच दाबान्तर ज्ञात कीजिए। (ग्लिसरीन का घनत्व = 1.3 × 103kg m^{-3} तथा ग्लिसरीन की श्यानता = 0.83 Pas) आप यह भी जाँच करना चाहेंगे कि क्या इस नली में स्तरीय प्रवाह की परिकल्पना सही है?

उत्तर- धारा-रेखीय प्रवाह मानते हुए नली में ग्लिसरीन के प्रवाह की दर के प्वॉइजली के सूत्र,

$Q = \frac{\pi \rho r^4}{8\eta l^4}$ से नली के सिरों के बीच दाबान्तर,

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$p = \frac{8\eta l Q}{\pi r^4}$ ...(1) अब, यदि प्रति सेकण्ड बहने वाले द्रव का द्रव्यमान m तथा घनत्व ρ हो तो $Q = \frac{M}{\rho}$, अतः यह मान समीकरण (1) में पर,

$$p = \frac{8\eta l.\frac{M}{\rho}}{\pi r^4} \text{ अर्थात } p = \frac{8\eta l M}{\pi r^4 \rho}$$

परन्तु यहाँ $\eta = 0.83 \mathrm{Pa.s}, l = 1.5\mathrm{m}; M = 4.0 \times 10^{-3} \mathrm{kg.sec}$

$\rho = 1.3 \times 10^{-3} \mathrm{kg.m^3}$ तथा $r = 1.0\mathrm{cm} = 10^{-2}\mathrm{m}$

∴ ये मान सकीकरण (2) में रखने पर,

$$\left[\frac{8 \times 0.830 \times 1.5 \times 4.0 \times 10^{-3}}{3.14 \times (1.0 \times 10^{-2}) \times 1.3 \times 10^{-3}}\right] = 9.76 \times 10^2 \mathrm{Pa}$$

नाली में धारी-रेखी प्रवाह की जाँच-

$$\because \text{ क्रान्तिक वेग } v_c = \frac{R_e \eta}{\rho.d} = \frac{R_e \eta}{\rho.(2r)}$$

$$\text{परन्तु } v_c = \frac{Q}{\pi r^2}$$

$$\text{अतः } \frac{Q}{\pi r^2} = \frac{R_e \eta}{\rho(2r)} \Rightarrow R_e = \frac{2Q\rho}{\pi \eta r}$$

$$\text{परन्तु } Q = \frac{M}{\rho} \text{ से, } Q \times \rho = M$$

$$\therefore \text{ रेनॉल्ड संख्या } R_e = \frac{2M}{\pi \eta r} \text{ ज्ञात मान रखने पर,}$$

$$R_e = \left[\frac{2 \times 4.0 \times 10^{-3}}{3.14 \times (1.0 \times 10^{-2}) \times (0.830)}\right] = 0.3$$

यह धारा-रेखी प्रवाह के लिए मान्य अधिकतम मान 2000 से काफी कम है। अतः नली में ग्लिसरीन को प्रवाह धारा-रेखी है।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

प्रश्न 14 किसी आदर्श वायुयान के परीक्षण प्रयोग में वायु-सुरंग के भीतर पंखों के ऊपर और नीचे के पृष्ठों पर वायु-प्रवाह की गतियाँ क्रमशः $70 ms^{-1}$ तथा $63 ms^{-1}$ हैं। यदि पंख का क्षेत्रफल $2.5 m^2$ है तो उस पर आरोपित उत्थापक बल परिकलित कीजिए। वायु का घनत्व $1.3 kg\ m^{-3}$ लीजिए।

उत्तर- बर्नूली प्रमेय के अनुसार, वायु के. क्षैतिज प्रवाह के लिए-

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

जहाँ P_1 = वायुयान पंख के ऊपर दाब तथा P_2 = पंख के नीचे दाब,

v_1 = पंख की ऊपरी सतह पर वायु का वेग तथा v_2 = निचली सतह पर वायु का वेग,

∴ पंख की ऊपरी सतह की तुलना में निचली सतह पर दाब आधिक्य अर्थात् पंखों की सतहों के बीच दाबान्तर,

$$= P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_1^2\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times 1.3 \times \left[70^2 - 63^2\right] \text{ न्यूटन/ मीटर}^2$$

$$= 0.65 \times (133)(7) Nu.m^2 = 605.15 Nu.m^2$$

अतः पंखे की निचली सतह पर ऊपर की ओर कार्यरत उत्थारत बल,

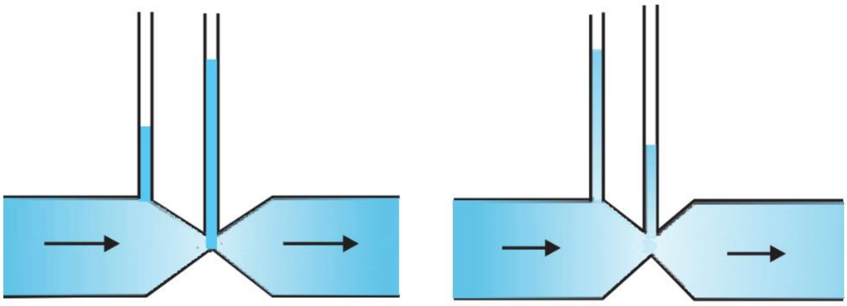
F = (दाबांतर) × पंख का क्षेत्रफल,

= $(P_2 - P_1) \times A$ = 605.15 न्यूटन/ मीटर2 × $2.5 m^2$

= 1512.9 न्यूटन = 1.5 × 103 न्यूटन

प्रश्न 15 चित्र (a) तथा (b) किसी द्रव (श्यानताहीन) का अपरिवर्ती प्रवाह दर्शाते हैं। इन दोनों चित्रों में से कौन-सही नहीं है? कारण स्पष्ट कीजिए।

SHIVOM CLASSES 8696608541



उत्तर- चित्र (a) गलत है सततता समीकरण के अनुसार, द्रव की चाल कम क्षेत्रफल पर अधिकतम होगी। बरनौली प्रमेय के अनुसार अधिकतम वेग के कारण दाब न्यूनतम होगा तथा क्षेत्रफल भी न्यूनतम होगा तथा द्रव स्तम्भ की ऊँचाई भी कम होगी।

प्रश्न 16 किसी स्प्रे पम्प की बेलनाकार नली की अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल $8.0 cm^2$ है। इस नली के एक सिरे पर 1.0mm व्यास के 40 सूक्ष्म छिद्र हैं। यदि इस नली के भीतर द्रव के प्रवाहित होने की दर $1.5 m\ min^{-1}$ है तो छिद्रों से होकर जाने वाले द्रव की निष्कासन-चाल ज्ञात कीजिए।

उत्तर- नली की अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल $A_1 = 8 \times 10^{-4} m^2$

नली के दूसरे सिरे पर एक शिद्र की त्रिज्या $\mathbf{r} = \frac{1.0 \times 10^{-3} m}{2} = 5 \times 10^{-4} m$

$\therefore$ इस शिद्र का क्षेत्रफल-

$$a = \pi r^2 = \pi (5 \times 10^{-4} m)^2 = 25\pi \times 10^{-8} m^2$$

$\therefore$ नली के सिरे पर लगे 40 छिद्रों का कुल क्षेत्रफल,

$$A_2 = 40 \times a = 40 \times 25\pi \times 10^{-8} m^2$$

$$= \pi \times 10^{-5} m^2 = 3.14 \times 10^{-5} m^2$$

नली के भीतर द्रव का वेग $v_1 = \left(\frac{1.5}{60}\right) m.sec = \frac{1}{40} m.sec$

माना छिद्रों से द्रव की निष्कासन चाल v^2 मीटर/ सेकण्ड है।

अतः अविरतता के सिद्धांत से $A_1 v_1 = A_2 v_2$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$\therefore v_2 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \times v_1 \left[\left(\frac{8\times10^{-4}m^2}{3.14\times10^{-5}m}\right) \times \frac{1}{40}\right] \text{ मीटर/ सेकण्ड}$$

$$= 0.637 \text{m. sec} \approx 0.64 \text{m. sec}$$

प्रश्न 17 U-आकार के किसी तार को साबुन के विलयन में डुबोकर बाहर निकाला गया जिससे उस पर एक पतली साबुन की फिल्म बन गई। इस तार के दूसरे सिरे पर फिल्म के सम्पर्क में एक फिसलने वाला हलका तार लगा है जो 1.5 x 10^{-2}N भार (जिसमें इसका अपना भार भी सम्मिलित है) को सँभालता है। फिसलने वाले तार की लम्बाई 30cm है। साबुन की फिल्म का पृष्ठ-तनाव कितना है?

उत्तर- तार की लम्बाई l = 30cm = 0.3m

तार पर लटका भार W = 1.5 × 10-2N

माना फिल्म का पृष्ठ-तनाव S है, तब फिल्म के एक ओर के पृष्ठ के कारण तार पर F_1 = S × l बल लगेगा।

∴ दोनों पृष्ठों के कारण तार पर बल,

F = $2F_1$ = 2sl

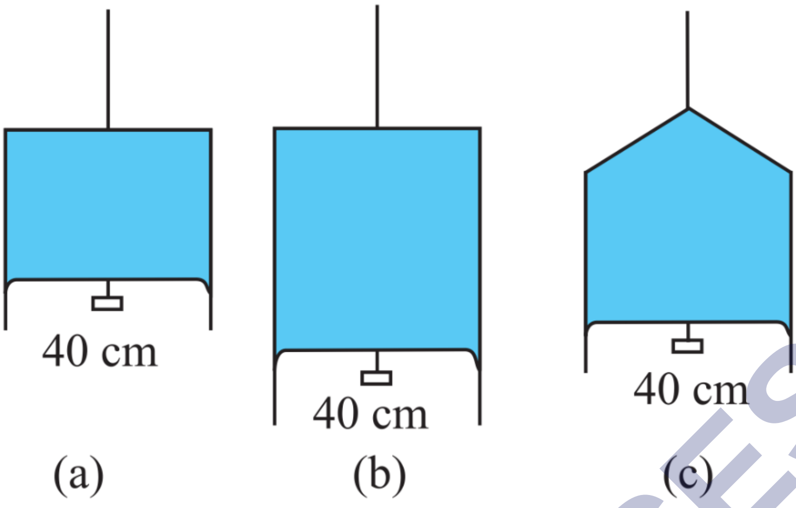
यह बल भार को सन्तुलित करता है; अतः 2sl = W

$$\Rightarrow \text{पृष्ठ-तनाव } S = \frac{W}{2l} = \frac{1.5\times10^{-2}N}{2\times03m}$$

$$= 2.5 \times 10^{-2} Nm^{-1}$$

प्रश्न 18 निम्नांकित चित्र (a) में किसी पतली द्रव-फिल्म को 4.5 × 10^{-2}N का छोटा भार सँभाले दर्शाया गया है। चित्र (b) तथा (c) में बनी इसी द्रव की फिल्में इसी ताप पर कितना भार सँभाल सकती हैं? अपने उत्तर को प्राकृतिक नियमों के अनुसार स्पष्ट कीजिए।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



उत्तर- चित्र (a), (b) व (c) प्रत्येक में फिल्म के नीचे वाले किनारे की लम्बाई 40cm (समान) है।

इस किनारे पर फिल्म के पृष्ठ-तनाव S के कारण समान बल F = S × 2l लगेगा।

यही बल लटके हुए भार को साधता है। चूंकि साधने वाला बल प्रत्येक दशा में समान है; अतः चित्र (b) व (C) में भी वही भार 4.5×10^{-2}N सँभाला जा सकता है।

प्रश्न 19 5.00mm त्रिज्या के किसी साबुन के विलयन के बुलबुले के भीतर दाब-आधिक्य क्या है? 20°C ताप पर साबुन के विलयन का पृष्ठ-तनाव $2.50 \times 10^{-2}Nm^{-1}$ है। यदि इसी विमा का कोई वायु का बुलबुला 1.20 आपेक्षिक घनत्व के साबुन के विलयन से भरे किसी पात्र में 40.0cm गहराई पर बनता तो इस बुलबुले के भीतर क्या दाब होता, ज्ञात कीजिए। (1 वायुमण्डलीय दाब = 101×10^5Pa)।

उत्तर- बुलबुले की त्रिज्या r = 5.00mm = 5.0×10^{-3}m,

विलयन का पृष्ठ-तनाव S = 2.50 × 10-2Nm^{-1}

साबुन के घोल का बुलबुला वायु में बनता है; अतः इसके दो मुक्त पृष्ठ होंगे।

∴ बुलबुले के भीतर दाब-आधिक्य $P_{ex.} = \frac{4S}{r} = \frac{4 \times 2.50 \times 10^{-2Nm^{-1}}}{5.0 \times 10^{-3m}}$

विलियन का आपेक्षिक घनत्व = 1.20

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$\therefore$ विलियन का घनत्व $\rho = 1.20 \times 10^3 \mathrm{kg.m^{-3}}$ [$\because$ जल के लिए $\rho = 10^3 \mathrm{kg.m^{-3}}$]

बुलबुले की विलयन के मुक्त तल से गहराई,

h = 40.0cm = 0.4m

अब बुलबुले का केवल एक तल होगा; अतः इसके भीतर दाब-आधिक्य,

$$P_{ex.} = \frac{2S}{r} = 10Pa$$

जबकि बुलबुले की गहराई पर, उसके बाहर दाब

P_o = वायुमण्डलीय दाब + द्रव-स्तम्भ का दाब,

$$= P_a + h\rho g$$
$$= 1.01 \times 10^5 Pa + 0.4m \times 1.2 \times 10^3 kg.m^{-3} \times .8m.sec^{-2}$$
$$= (1.01 \times 10^5 + 0.047 \times 10^5)Pa$$
$$P_o = 1.057 \times 10^5 Pa \approx 1.06 \times 10^5 Pa$$

$\therefore$ बुलबुले के भीतर दाब-

$$P_i = P_o + P_{ex.}$$
$$= (1.06 \times 10^5 + 10)Pa$$
$$\approx 1.06 \times 10^5 Pa$$ [तीन सार्थक अंकों तक]

प्रश्न 20 3.00mm त्रिज्या की किसी पारे की बूंद के भीतर कमरे के ताप पर दाब क्या है? 20°C ताप पर पारे का पृष्ठ तनाव $4.65 \times 10^{-1} Nm^{-1}$ है। यदि वायुमण्डलीय दाब $101 \times 10^5 Pa$ है तो पारे की बूंद के भीतर दाब-आधिक्य भी ज्ञात कीजिए।

उत्तर- दिया है- त्रिज्या r = 3.00mm = 3.00×10^{-3}m,

वायुमण्डलीय दाब Pa = 1.01×10^5Pa

20°C पर पारे का पृष्ठ-तनाव $S = 4.65 \times 10^{-1} Nm^{-1}$

पारे की बूँद के भीतर दाब-आधिक्य $P_{ex.} = \frac{2S}{r} = \frac{2 \times 4.65 \times 10^{-1} Nm^{-1}}{3.00 \times 10^{-3} m}$

$= 3.1 \times 10^2 Pa$

जबकि बूँद के बाहर दाब वायुमण्डलीय दाब है,

$\therefore$ Pi = Pa + Pex.

$= 1.01 \times 10^5 Pa + 3.1 \times 10^2 Pa$

$= 1.013 \times 10^5 Pa$

तथा बूँद के भीतर दाब-आधिक्य $= 3.1 \times 10^2 Pa$

अतिरिक्त अभ्यास (पृष्ठ संख्या 284-285)

प्रश्न 21 $1.0 m^2$ क्षेत्रफल के वर्गाकार आधार वाले किसी टैंक को बीच में ऊर्ध्वाधर विभाजक दीवार द्वारा दो भागों में बाँटा गया है। विभाजक दीवार के नीचे $20 cm^2$ क्षेत्रफल का कब्जेदार दरवाजा है। टैंक का एक भाग जल से भरा है तथा दूसरा भाग 1.7 आपेक्षिक घनत्व के अम्ल से भरा है। दोनों भाग 4.0m ऊँचाई तक भरे गए हैं। दरवाजे को बन्द रखने के लिए आवश्यक बल परिकलित कीजिए।

उत्तर- दरवाजे को बन्द रखने के लिए आवश्यक बल-

F = विभाजक दीवार के दोनों ओर का दाबान्तर × दरवाजे का क्षेत्रफल,

= (अम्ल स्तम्भ का दाब - जल स्तम्भ का दाब) × A

$$= \left(h.\, \rho_{\text{अम्ल}} \times g - h \times \rho_{\text{जल}} \times g\right) \times A$$

या $$F = h.\, \rho_{\text{जल}}\, g \left[\frac{\rho_{\text{अम्ल}}}{\rho_{\text{जल}}} - 1\right] A$$

SHIVOM CLASSES 8696608541

परन्तु यहाँ ρ अम्ल ρ जल अम्ल का आपेक्षिक घनत्व = 107; g = 9.8 मीटर/ सेकण्ड^2

h = 4.0m, ρ जल = 10^3kg.m^{-3}

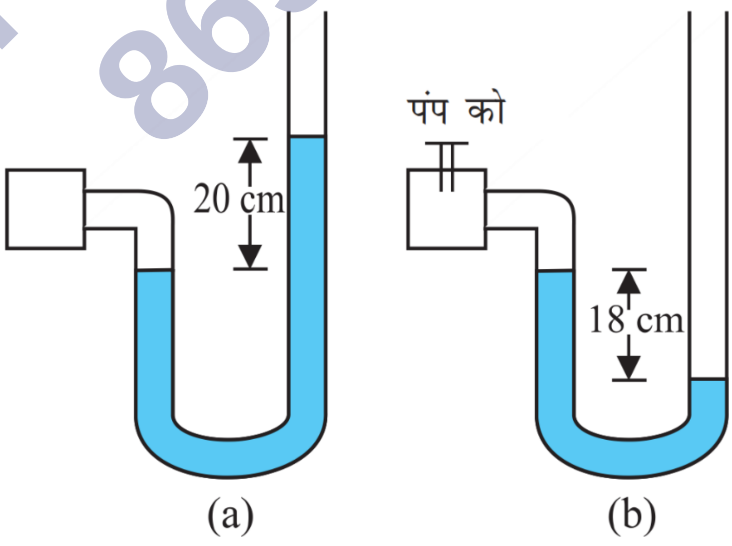
तथा A = 20cm^2 = 20 × 10^{-4}m^2

∴ F = 4.0m × 103kg.m^{-3} × 9.8 मीटर/ सेकण्ड2 [1.7 - 1] × 20 × 10^{-4}m^2

= 54.88 न्यूटन = 55 न्यूटन

प्रश्न 22 चित्र (a) में दर्शाए अनुसार कोई मैनोमीटर किसी बर्तन में भरी गैस के दाब का पाठ्यॉक लेता है। पम्प द्वारा कुछ गैस बाहर निकालने के पश्चात मैनोमीटर चित्र (b)] में दर्शाए अनुसार पाठ्यांक लेता है। मैनोमीटर में पारा भरा है तथा वायुमण्डलीय दाब का मान 76cm मरकरी (Hg) है।

i. प्रकरणों (a) तथा (b) में बर्तन में भरी गैस के निरपेक्ष दाब तथा प्रमापी दाब cm (Hg) के मात्रक में लिखिए।
ii. यदि मैनोमीटर की दाहिनी भुजा में 13.6cm ऊँचाई तक जल (पारे के साथ अमिश्रणीय) उड़ेल दिया जाए तो प्रकरण (b) में स्तर में क्या परिवर्तन होगा? (गैस के आयतन में हुए थोड़े परिवर्तन की उपेक्षा कीजिए।)।



SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

उत्तर-

वायुमण्डलीय दाब P0 = 76cm पारा।

i. चित्र (a) में

निरपेक्ष दाब P = P0 + 20cm पारा।

= 76cm पारा + 20cm पारा = 96cm पारा

‘प्रमापी (गेज) दाब = (P - P0) = 20cm पारा

चित्र (b) में,

निरपेक्ष दाब P = P0 - 18cm पारा

= 76cm पारा - 18cm पारा

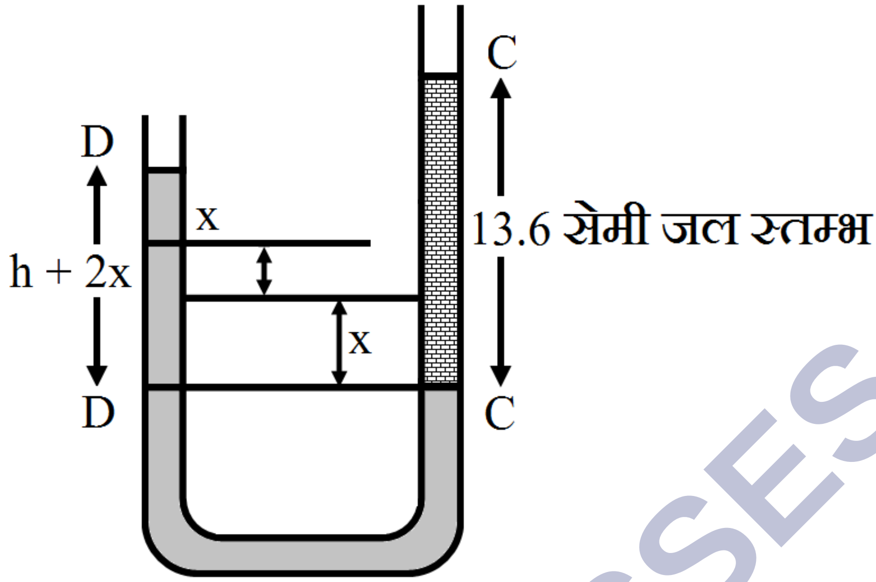
= 58cm पारा

प्रमापी (गेज) दाब = (P – P0) = -18cm पारा

यह ऋणात्मक (-) चिह्न यह दर्शाता है कि बर्तन में भरी गैस का दाब वायुमण्डलीय दाब से कम है।

ii. यदि मैनोमीटर की दाहिनी भुजा में 13.6cm ऊँचाई तक जल उड़ेल दिया जाता है, तो चित्र के अनुसार मैनोमीटर की दाहिनी भुजा में पारे। का तल नीचे गिरता है तथा बायीं भुजा में यह ऊपर उठता है ताकि तली पर दोनों ओर के दाब समान हो जायें। माना पारे का दाहिनी भुजा से बायीं भुजा में स्थानान्तरण x cm है। अत: दोनों भुजाओं में पारे। के स्तम्भ का अन्तर 2x सेमी होगा।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



$$\therefore 2x \times \rho_{धारा} \times g = 13.6 \times \rho_{जल} \times h$$

$$2x \times (13.6\rho_{जल}) \times g = 13.6 \times \rho_{जल} \times g$$

$$2x = 1$$

$$\therefore x = \left(\frac{1}{2}\right)cm = 0.5cm$$

अतः दोनों भुजाओ में पारे के तलो में अन्तर = h + 2x = 18cm + 2 × 0.5cm

= 19cm (दाहिनी भुजा में नीचा)

प्रश्न 23 दो पात्रों के आधारों के क्षेत्रफल समान हैं परन्तु आकृतियाँ भिन्न-भिन्न हैं। पहले पात्र में दूसरे पात्र की अपेक्षा किसी ऊँचाई तक भरने पर दोगुना जल आता है। क्या दोनों प्रकरणों में पात्रों के आधारों पर आरोपित बल समान हैं? यदि ऐसा है तो भार मापने की मशीन पर रखे एक ही ऊँचाई तक जल से भरे दोनों पात्रों के पाठ्यांक भिन्न-भिन्न क्यों होते हैं?

उत्तर- माना प्रत्येक पात्र में जल-स्तम्भ की ऊँचाई h तथा आधार का क्षेत्रफल A है तो-

आधार पर बल = जल-स्तम्भ का दाब × क्षेत्रफल,

$$= h\rho g \times A = Ah\rho g$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

∵ A व h दोनों के लिए समान है तथा ρ व g अचर राशियाँ हैं।

∴ दोनों पात्रों के आधारों पर समान बल आरोपित होंगे। भार मापने वाली मशीन, पात्र के आधार पर आरोपित बल को मापने के स्थान पर पात्र + जल का भार मापती है।

∵ एक पात्र में दूसरे की अपेक्षा दोगुना जल है; अतः भार मापने की मशीन के पाठ्यांक अलग-अलग होंगे। आधार पर आरोपित बल को मापने के स्थान पर पात्र + जल का भार मापती है।

∵ एक पात्र में दूसरे की अपेक्षा दोगुना जल है; अतः भार मापने की मशीन के पाठ्यांक अलग-अलग होंगे।

प्रश्न 24 रुधिर-आधान के समय किसी शिरा में, जहाँ दाब 2000Pa है, एक सुई धेसाई जाती है। रुधिर के पात्र को किस ऊँचाई पर रखा जाना चाहिए ताकि शिरा में रक्त ठीक-ठीक प्रवेश कर सके। (रुधिर का घनत्व सरणी में दिया गया है)।

उत्तर- शिरा में रक्त दाब P = 2000Pa, रक्त का घनत्व $\rho = 1.06 \times 10^3 kg.m^{-3}$

माना कि रक्त के पात्र की सुई से ऊँचाई = h

रक्त के शिरा में ठीक-ठीक प्रवेश करने हेतु, h ऊँचाई वाले रक्त स्तम्भ का दाब, शिरा में रक्त स्तम्भ के दाब के ठीक बराबर होना चाहिए।

अतः $h\rho g = P \Rightarrow h = \frac{P}{\rho g}$

$$\therefore h = \frac{2000Pa}{1.06 \times 10^3 kg.m^{-3} \times 9.8ms^{-2}}$$

$$= 0.192m = 19.2cm$$

प्रश्न 25 बर्नूली समीकरण व्युत्पन्न करने में हमने नली में भरे तरल पर किए गए कार्य को तरल की गतिज तथा स्थितिज ऊर्जाओं में परिवर्तन के बराबर माना था।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

a. यदि क्षयकारी बल, उपस्थित हैं, तब नली के अनुदिश तरल में गति करने पर दाब में परिवर्तन किस प्रकार होता है?

b. क्या तरल का वेग बढ़ने पर क्षयकारी बल अधिक महत्त्वपूर्ण हो जाते हैं? गुणात्मक रूप में चर्चा कीजिए।

उत्तर-

a. क्षयकारी बल की अनुपस्थिति में बहते हुए द्रव के एकांक आयतन की कुल ऊर्जा स्थिर रहती है परन्तु क्षयकारी बल की उपस्थिति में नली में तरल के प्रवाह को बनाए रखने के लिए क्षयकारी बल के विरुद्ध कार्य करना पड़ता है। इस कारण नली के अनुदिश चलने पर तरल का दाब अधिक तेजी से घटता जाता है। यही कारण है कि शहरों में जल की टंकी से बहुत दूरी पर स्थित मकानों की ऊँचाई टंकी से कम होने पर भी जल उनकी ऊपर वाली मंजिल तक नहीं पहुँच पाता।

b. हाँ, तरलं का वेग बढ़ने पर तरल की अपरूपण दर बढ़ जाती है; अतः क्षयकारी बल (श्यान बल) और अधिक महत्त्वपूर्ण हो जाते हैं।

प्रश्न 26

a. यदि किसी धमनी में रुधिर का प्रवाह पटलीय प्रवाह ही बनाए रखना है तो 2×10^{-3}m त्रिज्या की किसी धमनी में रुधिर-प्रवाह की अधिकतम चाल क्या होनी चाहिए?

b. तद्रूपी प्रवाह-दर क्या है? (रुधिर की श्यानता 2.084×10^{-3}Pa, s लीजिए।

उत्तर-

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

(a). धमनी रुधिर प्रवाह की अधिकतम चाल = क्रान्तिक वेग $V_c = \frac{R_e\eta}{\rho d}$

परन्तु धारा-रेखी प्रवाह के लिए रेनॉल्ड संख्या का अधिकतम मान R_e = 2000

यहाँ $\eta = 2.084 \times 10^{-3}\text{Pa} - s; P = 1.06 \times 10^{6}\text{kg. m}^{-3}$ तथा नाली का व्यास

$$d = 2 \times r = 2 \times (2 \times 10^{-3}\text{m}) = 4 \times 10^{-3}\text{m}$$

$$\therefore v_c = \left[\frac{2000 \times (2.084 \times 10^{-3})}{(1.06 \times 10^{3}) \times (4 \times 10^{-3})}\right] \text{ मीटर/ सेकण्ड}$$

$$= 0.98\text{m. sec}^{-1}$$

(b). रुधिर परवाह की दर $Q = A \times v = \pi r^2 2 \times v$

अतः ज्ञात मान रखने पर,

Q = 3.14 × $(2 \times 10^{-3})^2$ × (0.98) मीटर/ सेकण्ड^3

= 1.25 × 10^{-5}मीटर^3 सेकण्ड$^{-1}$

प्रश्न 27 कोई वायुयान किसी निश्चित ऊँचाई पर किसी नियत चाल से आकाश में उड़ रहा है तथा इसके दोनों पंखों में प्रत्येक का क्षेत्रफल $25m^2$ है। यदि वायु की चाल पंख के निचले पृष्ठ पर $180km.\ h^{-1}$ तथा ऊपरी पृष्ठ पर $234km.\ h^{-1}$ है तो वायुयान की संहति ज़ात कीजिए। (वायु का घनत्व $1kg.\ m^{-3}$ लीजिए)।

उत्तर- वायुयान के एक पंख पर उत्थापक बल = $(P_2 - P_1) \times A$

अतः दोनों पंखों पर उत्थापक बल $F = 2(P_2 - P_1) \times A$

परन्तु बर्नूली प्रमेय से, $P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_2^2\right)$

$$\therefore F = 2 \times \frac{1}{2}\rho\left(v_1^2 - v_2^2\right) \times A = \rho\left(v_1^2 - v_2^2\right) \times A$$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

यहाँ $\rho = 1\mathrm{kg.\,m}^3; \mathrm{v}_1 = 234\mathrm{kg.\,h}$

$= 234 \times \frac{5}{18}\mathrm{m.\,sec} = 50\mathrm{m.\,sec}$

$\mathrm{v}_2 = 180\mathrm{km.\,h}$

$= 180 \times \frac{5}{18}\mathrm{m.\,sec} = 50\mathrm{m.\,sec}$

तथा $A = 25\mathrm{m}^2$

$\therefore F = 1 \times (65^2 - 50^2) \times 25\mathrm{N}$

$= 115 \times 15 \times 25\mathrm{N}$

$= 43125\mathrm{N}$

यही वह बल है जो वायुयान के भार (W = Mg) को संभालता है,

जहाँ M = वायुयान का द्रव्यमान,

$\therefore W = F$ से,

अतः वायुयान की सहती (द्रव्यमान)

$$M = \frac{F}{g} = \frac{43125\mathrm{N}}{9.8\mathrm{N.kg}} = 4400.5\mathrm{kg}$$

प्रश्न 28 मिलिकन तेल की बूंद प्रयोग में, 2.0×10^{-5}m त्रिज्या तथा 1.2 × 103kg m^{-3} घनत्व की किसी बूंद की सीमान्त चाल क्या है? प्रयोग के ताप पर वायु की श्यानता 1.8×10^{-5}Pa s लीजिए। इस चाल पर बूंद पर श्यान बल कितना है? (वायु के कारण बूंद पर उत्प्लावन बल की उपेक्षा कीजिए)।

उत्तर- किसी तरल (वायु) में गिरती हुई तेल की बूंद का सीमान्त वेग,

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$V_r = \frac{2(\rho-\sigma)r^2.g}{9\eta}$$

यहाँ वायु के कारण उत्प्लावन बल की उपेक्षा की गयी है। अतः σ को नगण्य अर्थात् शून्य मानते हुए,

$$V_r = \frac{2\rho r^2.g}{9\eta}$$

परन्तु यहाँ बूंद (तेल) का घनत्व $\rho = 1.2 \times 10^3 kg.m^{-3}$, बूंद की त्रिज्या $r = 2.0 \times 10^{-5}$ मीटर, बूंद का श्यानता गुणांक $\eta = 1.8 \times 10^{-5} Pa.s$ तथा $g = 9.8$ मीटर /सेकण्ड^2.

$$\therefore v_r = \frac{2 \times (1.2 \times 10^3) kg.m^{-3} \times (2.0 \times 10^{-5} m)^2 (9.8 m.sec^2)}{9 \times 1.8 \times 10^{-5} Nm^{-2} - sec}$$

$$= 5.81 \times 10^{-2} m.sec^{-1}$$

इस चाल पर स्टोक्स के नियम के अनुसार श्यान बल-

$$F = 6\pi\eta r v_r$$

$$\therefore F = 6 \times 3.14 \times (1.8 \times 10^{-5} Nm^2 - sec)$$

$$\times (2.0 \times 10^{-5} m)(5.8 \times 10^{-2} m.sec)$$

$$= 3.93 \times 10^{-10} N$$

प्रश्न 29 सोडा काँच के साथ पारे का स्पर्श कोण 140° है। यदि पारे से भरी द्रोणिका में 1.00mm त्रिज्या की काँच की किसी नली का एक सिरा डुबोया जाता है तो पारे के बाहरी पृष्ठ के स्तर की तुलना में नली के भीतर पारे का स्तर कितना नीचे चला जाता (पारे का घनत्व = $136 \times 10^3 kg\ m^{-3}$)

उत्तर-

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

केशनली की त्रिज्या r = 1.00mm = 10^{-3}m, स्पर्श कोण $\theta = 140^\circ$,

पारे का घनत्व $\rho = 13.6 \times 10^3 \times 10^3 \mathrm{kg.m}^{-3}$, पृष्ठ-तनाव S = 0.4355$\mathrm{Nm}^{-1}$

माना पारे का स्तर केशनली में h ऊँचाई ऊपर उठता है तो,

$$\mathrm{h} = \frac{2\mathrm{S}\cos\theta}{\mathrm{r}\rho\mathrm{g}}$$

$$= \frac{2\times 0.4355\mathrm{Nm}^{-1}\times(-0.77)}{10^{-3}\mathrm{m}\times 13.6\times 10^3\mathrm{kg.m}^{-3}\times 9.8\mathrm{ms}^{-2}} \quad [\because \cos 140^\circ = -0.77]$$

$$= -0.00534\mathrm{m} = -534\mathrm{mm}$$

- चिन्ह प्रदर्शित करता है कि पारा केशनली में निचे उतरेगा।

अतः केशनली में पारे का स्तर 5.34mm निचे गिरेगा।

प्रश्न 30 3.0mm तथा 6.0mm व्यास की दो संकीर्ण नलियों को एक साथ जोड़कर दोनों सिरों से खुली एक U-आकार की नली बनाई जाती है। यदि इस नली में जल भरा है तो इस नली की दोनों भुजाओं में भरे जल के स्तरों में क्या अन्तर है? प्रयोग के ताप पर जल का पृष्ठ-तनाव 7.3 × 10-2Nm^{-1} है। स्पर्श कोण शून्य लीजिए तथा जल का घनत्व 1.0 × 10^3kg m^{-3} लीजिए। (g = 9.8ms^{-2})

उत्तर-

त्रिज्याएँ r_1 = 1.5 × 10^{-3}m, r_2 = 3.0 × 10^{-3}m,

जल का पृष्ठ-तनाव S = 7.3 × $10^{-2}\mathrm{Nm}^{-1}$,

जल का घनत्व $\rho = 1.0 \times 10^3 \mathrm{kg.m}^{-3}, \mathrm{g} = 9.8\mathrm{ms}^{-2}$

पृष्ठ-तनाव की अनुपस्थिति में दोनों नलिकाओं में जल का तल समान ऊँचाई पर होता। माना। पृष्ठ-तनाव के कारण जल दोनों ओर क्रमशः h1 व h2 ऊँचाई तक चढ़ता है तो दोनों नलिकाओं में जल के तल का अन्तर,

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

$$h_1 - h_2 = \frac{2S\cos 0^\circ}{r_1\rho g} - \frac{2S\cos 0^\circ}{r_2\rho g} = \frac{2S}{\rho g}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

$$= \frac{2\times 7.3\times 10^{-2}Nm^{-1}}{10^3 kg.m^{-3}\times 9.8ms^{-2}}\left[\frac{1}{1.5\times 10^{-3}} - \frac{1}{3.0\times 10^{-3}}\right]$$

$$= 1.49\times 10^{-2}[0.67 - 0.33]m$$

$$= 0.51\times 10^{-2}m = 5.1mm$$

प्रश्न 31

a. यह ज्ञात है कि वायु का घनत्व ρ, ऊँचाई y (मीटरों में) के साथ इस सम्बन्ध के अनुसार घटता है-

$$\rho = \rho_0 e^{\frac{y}{y_0}}$$

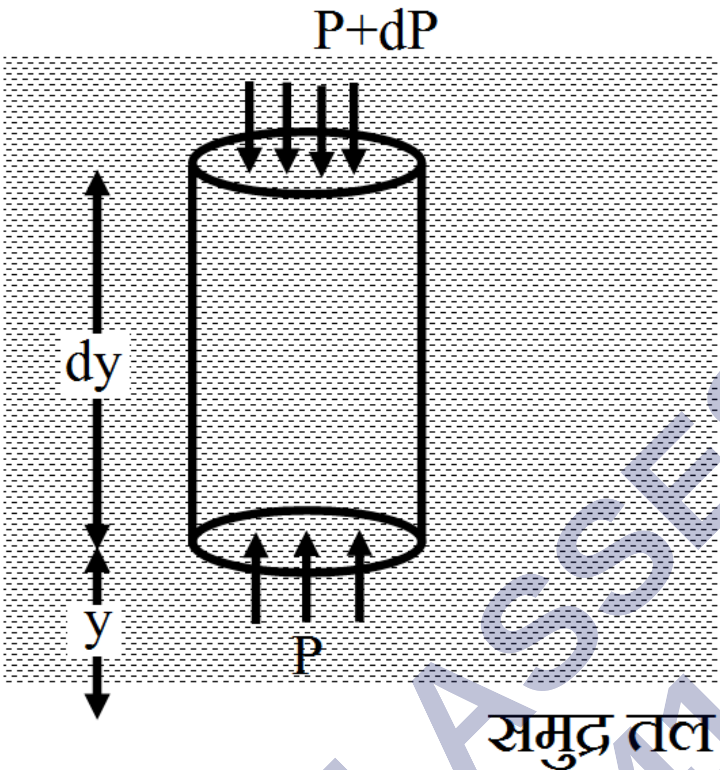
यहाँ समुद्र तल पर वायु का घनत्व ρ_0 = 1.25kg.m^{-3} तथा y_0 एक नियतांक है। घनत्व में इस परिवर्तन को वायुमण्डल का नियम कहते हैं। यह संकल्पना करते हुए कि वायुमण्डल का ताप नियत रहता है (समतापी अवस्था) इस नियम को प्राप्त कीजिए। यह भी मानिए कि g का मान नियत रहता है।

b. 1425m^3 आयतन का हीलियम से भरा कोई बड़ा गुब्बारा 400kg के किसी पेलोड को उठाने के काम में लाया जाता है। यह मानते हुए कि ऊपर उठते समय गुब्बारे की त्रिज्या नियत रहती है, गुब्बारा कितनी अधिकतम ऊँचाई तक ऊपर उठेगा? [y_0 = 8000 m तथा ρ He = 0.18kg.m^{-3} लीजिए।]

उत्तर-

a. समुद्र तल से ऊँचाई पर वायु के एक काल्पनिक बेलन पर विचार कीजिए जिसका अनुप्रस्थ क्षेत्रफल A है। माना बेलन की ऊँचाई dy है। बेलन के निचले तथा ऊपर वाले सिरों पर वायु दाब क्रमशः P तथा P + dP हैं।

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)



माना इस स्थान पर वायु का घनत्व ρ है।

तब बेलन का भार = द्रव्यमान × g

= A × dy × ρ × g

द्रव के बेलन के निचे वाले तथा ऊपर वाले सिरों पर उर्द्धधन बल क्रमशः PA तथा (P + dP) A है,

∵ बेलन सन्तुलन की स्थिति में है; अतः अधोमुखी तथा ऊपरिमुखी बल बराबर होंगे।

$$\therefore \mathrm{PA} = \mathrm{Ady}\rho\mathrm{g} + (\mathrm{P} + \mathrm{dP})\mathrm{A}$$

$$\Rightarrow -\mathrm{A\ dP} = \mathrm{A}\rho\mathrm{gdy}$$

या $-\mathrm{dP} = \rho\mathrm{gdy} \ldots (1)$

∵ वातावरण का ताप स्थिर है; अतः समतापी पराक्रम हेतु,

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

PV = नियतांक या $P\frac{m}{\rho} = k_1 \left[\because V = \frac{m}{\rho}\right]$

$\Rightarrow \frac{P}{\rho} = K \left[\text{जहाँ } K = \frac{K_1}{m}\right]$

या $P = K\rho$

$\therefore dP = Kd\rho$

dP का मान समीकरण (1) में रखने पर,

$-Kd\rho = \rho gdy$ या $-\frac{d\rho}{\rho} = \frac{g}{K}dy$

समाकलन करने पर, $-\log\rho = \frac{g}{K}y + C \ldots (2)$

जहाँ C sसमाकलन स्थिरांक है।

परन्तु समुद्र तल पर y = 0 तथा $\rho = \rho_0$ (दिया है)

$\therefore -\log\rho_0 = \frac{g}{K}.0 + C \Rightarrow C = -\log\rho_0$

समीकरण (2) में C का मान रखने पर,

$\log\rho - \log\rho_0 = -\frac{g}{K}y$

या $\log\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = -\frac{y}{\left(\frac{K}{g}\right)}$

$\frac{K}{g} = y_0$ रखने पर,

$\log\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) = -\frac{y}{y_0} \Rightarrow \frac{\rho}{\rho_0} = e^{-\frac{y}{y_0}}$

$\therefore \rho = \rho_0 e^{-\frac{y}{y_0}}$

b. गुब्बारे का आयतन V = $1425 m^3$

हीलियम का घनत्व $\rho He = 0.18 kg.m^{-3}, y_0 = 8000m$

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)

पेलोड का द्रव्यमान = 400kg, समुद्र तल पर $\rho_0 = 1.25 kg.m^{-3}$

माना गुब्बारा y ऊँचाई तक ऊपर उठ जाता है, तब

y ऊँचाई पर वायु का उत्क्षेप = गुब्बारे का भार + पेलोड का भार,

$$\rho Vg = \rho_{He}\, Vg + 400g$$

Vg से भाग देने पर,

$$\rho = \rho_{He} + \frac{400}{V} = 0.18 + \frac{800}{1425}$$

अर्थात y ऊँचाई पर वायु का घनत्व,

$$\rho = 0.46 kg.\,m^{-3}$$

अब सूत्र $\rho = \rho_0 e^{\frac{-y}{y_0}}$ से,

$$\Rightarrow 0.46 = 1.25 e^{\frac{-y}{8000}}$$

$$\Rightarrow e^{-\frac{y}{8000}} = \frac{0.45}{1.25} = 0.368$$

$\therefore$ दोनों पक्षों का प्राकृतिक log लेने पर,

$$-\frac{y}{8000} = \log_e(0.368)$$

$$\Rightarrow -\frac{y}{8000} = -0.997$$

$$\therefore y = 0.997 \times 8000m = 7976m$$

अतः गुब्बारा 7976m ऊँचाई तक उठेगा।

SHIVOM CLASSES 8696608541

SHIVOM CLASSES - WhatsApp for Notes (8696608541)